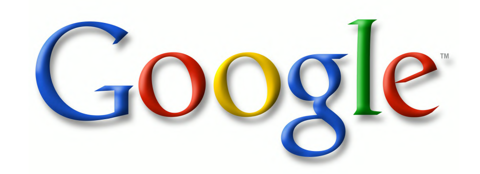
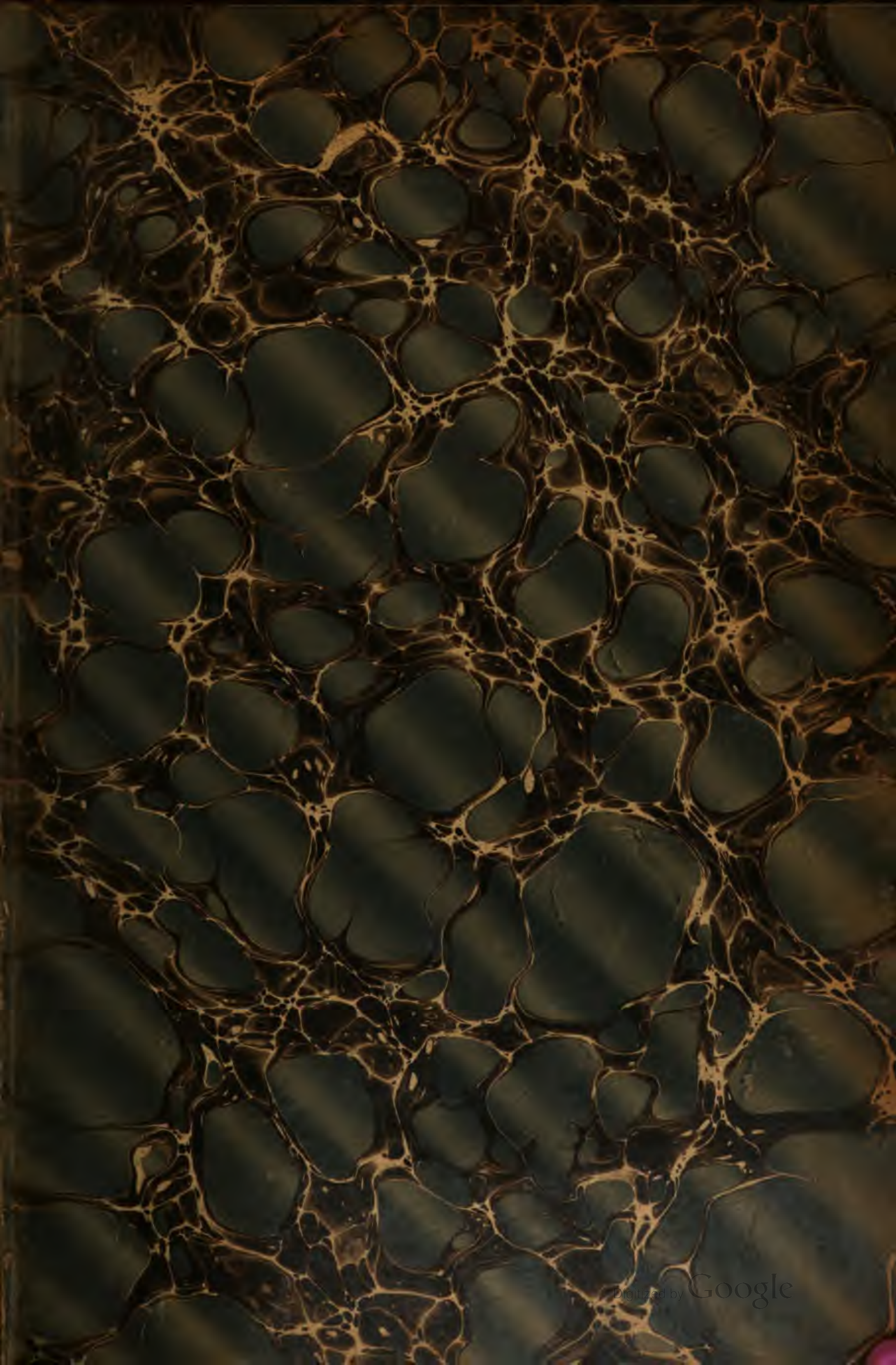






COURS

DE

MECANIQUE APPLIQUÉE AUX MACHINES

PARIS. — IMPRIMERIE E. BERNARD ET Cie
23, Rue des Grands-Augustins, 23.

ASPECT DES CONDENSATIONS

sur les parois en cristal du révélateur de M. Donkin.

Course d'introduction et de détente.



Course d'échappement au condenseur.

COURS

DE

MÉCANIQUE APPLIQUÉE AUX MACHINES

PROFESSÉ

A L'ÉCOLE SPÉCIALE DU GÉNIE CIVIL DE GAND

PAR

J. BOULVIN

INGÉNIEUR HONORAIRE DES PONTS ET CHAUSSÉES
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE D'APPLICATION DU GÉNIE MARITIME DE FRANCE
INGÉNIEUR DES CONSTRUCTIONS MARITIMES DE L'ÉTAT BELGE

3e FASCICULE

THÉORIE DES MACHINES THERMIQUES

AVEC 130 FIGURES DANS LE TEXTE



PARIS

E. BERNARD et Cie, IMPRIMEURS-EDITEURS

53 ter, Quai des Grands-Augustins, 53 ter

1893

AVANT-PROPOS

Les moteurs thermiques et les appareils frigorifiques comprennent, outre les mécanismes qui composent toute machine, des corps spéciaux soumis à certaines opérations physiques ayant pour objet la conversion de la chaleur en travail, ou *vice versa*. Née du besoin d'étudier ces transformations au point de vue d'une meilleure utilisation du combustible dans les machines à vapeur, la Thermodynamique n'a pu que lentement dissiper certaines erreurs autrefois accréditées, et dans lesquelles il était facile de verser.

C'est en portant leur attention sur les manifestations si évidentes de la pression, que les ingénieurs ont d'abord étudié les machines à vapeur; les vues élevées de Sadi Carnot n'ont pas été comprises de ses contemporains; il en avait été ainsi des spéculations de Montgolfier, dont le *Pyro-Bélier*, ou machine à air dilaté, devança d'un demi-siècle le moteur à air chaud de Stirling. Seguin aîné, le célèbre inventeur de la chaudière tubulaire, à laquelle la locomotive de Stephenson dut son succès, émit vers 1830, dans un ouvrage presque oublié aujourd'hui (1), quelques principes très remarquables sur le rôle de la chaleur dans les moteurs; les idées de Seguin étaient déjà basées sur le principe de l'équivalence, qui ne devait être formulé explicitement que plus tard.

Mais, malgré ces traits de clarté, jetés par quelques hommes de génie sur la nature de l'agent dynamique employé dans les machines à vapeur, on a continué à voir dans ces engins des moteurs à pression, que l'on s'est attaché à perfectionner, avant tout, au point de vue organique.

Dans cet ordre d'idées, bien des questions se posaient qui devaient

1. *De l'Influence des Chemins de fer et de l'Art de les tracer et de les construire.*

rester sans réponse; la nature du fluide, son mode d'action même, pouvaient donner lieu aux plus grandes méprises; on devait considérer comme désirable la substitution, à la vapeur d'eau, de celle d'un liquide plus volatil possédant une tension élevée; la machine à piston était sans doute regardée, après Watt, comme la seule à laquelle il convînt de s'arrêter, et on aurait envisagé comme un appareil tout spécial, ne présentant pas la moindre analogie avec le moteur à vapeur, la turbine que M. Parson est parvenu récemment à rendre pratique.

La Thermodynamique donne la solution des problèmes qui se rapportent à l'emploi de la chaleur, sinon d'une manière complète, à cause de leur complication accidentelle, au moins avec l'approximation que comportent les hypothèses admises, soit pour faciliter les calculs, soit pour suppléer au manque de données de la Physique expérimentale. On conçoit, du reste, qu'il serait impossible de faire la moindre recherche ayant pour objet l'utilisation de la chaleur, au moyen des aperçus dans lesquels on se borne, par exemple, à analyser la marche des pressions du fluide qui évolue dans la machine, puisque la pression est un élément intermédiaire, dont l'influence sur le rendement, toujours accessoire et indirecte, peut même disparaître.

Aussi, ne faut-il accepter qu'après mûr examen, les raisonnements élémentaires au moyen desquels on prétend parfois démontrer certains principes fondamentaux de la machine à vapeur, tels que les avantages des pressions élevées, des grandes expansions, etc. Mais il faut éviter aussi les conclusions hâtives que l'on a trop souvent formulées en appliquant, d'une manière superficielle, les théorèmes généraux de la Thermodynamique. Les problèmes qui se posent journellement dans la pratique sont compliqués par des phénomènes accessoires dus à la conductibilité ou à d'autres causes, découvertes ou pressenties par Hirn, Reech, Isherwood, mais encore imparfaitement connues, et touchant aux questions les plus difficiles du mouvement de la chaleur dans les milieux.

On comprend donc qu'il soit encore impossible de trouver *a priori*, dans l'état actuel de la science, les résultats *quantitatifs* nécessaires à l'établissement de toute machine thermique; le volume et les proportions des cylindres, le choix de la pression initiale et du degré d'introduction, le volume d'eau froide à injecter au condenseur, le taux

de la compression dans l'espace nuisible, la vitesse de rotation, sont déterminés au fond par l'expérience des résultats acquis, plus ou moins codifiés sous une apparence de théorie; la Thermodynamique ne permet pas davantage de déterminer d'avance avec précision quelle sera la consommation d'une machine à vapeur fonctionnant dans des conditions données. Au premier abord, il semble qu'il y ait, entre les questions posées et l'insuffisance des réponses, bien de la place pour les perfectionnements de la théorie; mais, dans toutes les sciences appliquées, lés solutions *quantitatives* sont avant tout expérimentales.

Il ne pouvait entrer dans notre intention d'écrire un traité complet de Thermodynamique; il s'en trouve en effet d'excellents, qui s'adressent même spécialement aux techniciens; tels sont ceux de *Zeuner* [1], *Madamet* [2], *Haton de la Goupillière* [3]; d'autres, moins développés au point de vue des applications industrielles, sont tout à fait remarquables par la rigueur mathématique et la généralité de leurs démonstrations [4]; mais ces ouvrages sont, ou trop étendus, ou trop spéciaux pour s'adapter au programme de ce cours. Nous nous sommes donc proposé d'abord d'établir, aussi rapidement que possible, les théories fondamentales rigoureusement nécessaires en vue des applications, et en second lieu, d'étudier les principaux moteurs thermiques et les appareils frigorifiques, en profitant, autant que possible, des méthodes graphiques, avec lesquelles l'ingénieur se familiarise facilement.

C'est dans cet ordre d'idées que nous avons développé le mode de représentation imaginé par M. *Th. Belpaire* [5], mode qui consiste à choisir l'entropie et la température comme variables définissant l'état du corps.

1. G. Zeuner. — *Grundzüge der Mechanischen Wærmetheorie*, 2e édition, traduction française par Arnthal et Cazin. — Gauthier-Villars, 1869.
G. Zeuner. — *Technische Thermodynamik*, 3e édition, augmentée, de l'ouvrage précédent. — Leipzig, Félix, 1887-1890.
2. Madamet. — *La Thermodynamique et ses applications aux machines à vapeur*. — Paris, E. Bernard et Cie, 1889.
Ainsi que l'indique son titre, cet ouvrage est spécial à la machine à vapeur; les questions d'écoulement n'y sont pas traitées, non plus que la théorie des machines à air chaud, des moteurs à gaz et des appareils frigorifiques.
3. M. Haton de la Goupillière. — *Cours de Machines*. t. I. — Paris, Dunod, 1889.
4. J. Bertrand. — *Thermodynamique*. — Gauthier-Villars, 1887.
Poincaré. — *Thermodynamique*. — Paris, Georges Carré, 1891.
5. Bulletin de l'Académie royale de Belgique, 1872, V. 34. — Le mémoire de M. Gibbs, à qui le mode de représentation indiqué ci-dessus a été attribué par M. Cotterill, ne date que de 1873.

MM. *Linde* [6], *Schrœter* [7], *Macfarlane Gray* [8] et *Hermann* [9] ont déjà fait un usage fécond de ce nouveau diagramme, et M. *Zeuner* lui a consacré une place importante dans l'édition récente de son remarquable traité; M. *Cotterill* [10] a signalé aussi quelques-unes de ses propriétés.

Nous nous permettons de mentionner, comme susceptible de nombreuses applications à la calorimétrie de la machine à vapeur, les procédés graphiques au moyen desquels nous avons relié la courbe des pressions (ou vulgairement le diagramme d'indicateur) à la ligne de transformation dans le système de coordonnées (T, S).

La table numérique des propriétés de la vapeur d'eau saturée, qui figure à la fin de ce volume, est extraite de l'ouvrage de M. Madamet, qui a bien voulu nous autoriser à la reproduire avec l'assentiment de leur auteur, M. de Montchoisy, ingénieur de la marine.

6. *Theorie der Kælteerzeugungsmaschinen.* — Munich, 1875.
7. *Ueber die Anwendung von Regeneratoren bei Heissluftmaschinen.* Zeitschrift des Vereines D. I., 1883.
8. *The Rationalisation of Regnault's Experiments* on Steam (1889-1890), traduit par M. Gustave Richard. — Annales du Conservatoire des Arts et Métiers, 1890.
9. *Die Graphische Behandlung der mechanischen Wærmetheorie.* — Berlin, Springer, 1884.
10. *The Steam Engine considered as a Thermodynamic Machine*, 2e édition.—Spon 1890.

On consultera aussi l'intéressante monographie intitulée « *Das Waermediagramm* » (Berlin, Leonhard Simion, 1893), que vient de faire paraître *M. R. Mollier*, privatdocent à l'École de Munich, et dont nous n'avons pu tirer parti pour la rédaction du présent ouvrage.

THÉORIE DES MACHINES THERMIQUES

CHAPITRE PREMIER

Thermodynamique générale.

§ I.

Loi caractéristique existant pour chaque corps.

1.— *Température.* — La notion de température ne pourra se dégager clairement que par la suite; cependant, on peut la considérer, pour le moment, comme l'un des éléments qui règlent l'échange de chaleur entre deux corps; ainsi, on dit qu'un corps, A, se trouve à une température supérieure, égale, ou inférieure à celle du corps B, avec lequel il est mis en présence, suivant que le passage de chaleur de A vers B est positif, nul, ou négatif.

Lorsque l'un des corps, B par exemple, présente très peu de masse, l'équilibre de température de ce corps s'établit très rapidement sans qu'il perde ou gagne une quantité de chaleur appréciable, c'est-à-dire qu'on peut faire abstraction du changement d'état du corps A pendant l'échange; or, si l'on dispose le corps B de manière à ce qu'il accuse d'une manière sensible ses changements de température, il pourra servir de *thermomètre*. Le changement de température peut être accusé par tout changement d'état du corps thermométrique, par exemple : par le changement de volume d'une petite quantité de liquide, etc. Toutefois, l'échelle des températures est arbitraire, et dépend de la relation que l'on admet comme point de départ pour sa construction.

2. — *Relation entre la pression, le volume, et la température. Thermo-*

mètre à air.— Si l'on considère une quantité déterminée (l'unité de poids) d'un gaz quelconque, occupant le volume v à la pression p, et à la température t, les trois quantités p, v, t, sont reliées par une loi que la physique fait connaître, et qui permet de déterminer l'une d'elles lorsque les deux autres sont données. Ainsi, on peut dire que la densité d'un corps dépend de sa température et de sa pression ; donc le volume de l'unité de masse, qui détermine la densité, dépend aussi de ces quantités. Il n'y a d'exception à cette loi que pour les corps qui peuvent exister sous plusieurs états. Il résulte immédiatement de ce qui précède que l'on possède pour chaque corps la relation fondamentale :

$$\varphi\,(p,\ v,\ t) = o$$

Lorsque l'on fait varier le volume et la température en maintenant la pression constante et égale à p_o, on a pour les différents états :

$$\varphi\,(p_o,\ v, t) = o$$

c'est-à-dire que le volume n'est plus fonction que de la température, et qu'il peut servir à la mesurer. Toutefois l'échelle thermométrique étant purement conventionnelle, on peut se donner la relation qui lie la température au volume, et convenir, par exemple, que la température t, du corps occupant le volume v, est proportionnelle à la dilatation de l'unité de volume depuis un état initial pour lequel le volume était v_o ; on aura, en vertu de cette convention :

$$t = \frac{1}{\alpha}\frac{v - v_o}{v_o}$$

Pour $v = v_o$, $t = o$, c'est-à-dire que le zéro du thermomètre correspond à l'état initial. Comme la relation ci-dessus peut s'écrire :

$$\frac{v - v_o}{v_o} = \alpha t$$

on voit que, pour un accroissement de t égal à l'unité (ou pour un *degré*) la dilatation de l'unité de volume est égale au coefficient α, qui prend le nom de coefficient de dilatation ; la constance de ce coefficient résulte de la convention admise pour la mesure de la température.

L'une quelconque des deux relations ci-dessus permet de graduer le

thermomètre, par exemple, au moyen des deux températures fixes qui servent à déterminer l'échelle du thermomètre à mercure; on obtient ainsi le point zéro et le point 100, et il suffit de diviser l'accroissement de volume entre ces deux limites en 100 parties égales, et d'étendre l'échelle en dehors de ces limites pour obtenir un thermomètre. Lorsqu'on choisit pour le corps type un gaz permanent quelconque, soit V le volume que prend l'unité de poids sous la pression p_0 à la température de 100°, on a :

$$\alpha = \frac{1}{100}\frac{V - v_0}{v_0}$$

L'expérience montre que :

$$\alpha = \frac{1}{273} = 0.00366$$

et que cette valeur est constante quel que soit le gaz employé, et quelle que soit la pression constante p_0.

Telle est la loi de *Gay-Lussac* [1]; il en résulte que tous les thermomètres basés sur l'emploi d'un gaz permanent à pression constante ont des échelles concordantes.

Si l'on construit un thermomètre à mercure en le graduant par comparaison avec l'un des instruments qui viennent d'être décrits, on constate que ce liquide se dilate de quantités différentes pour des accroissements égaux de température; en d'autres termes, si l'on gradue le thermomètre à air et le thermomètre à mercure en divisant en parties d'égal volume la dilatation totale du corps entre 0 et 100 degrés, les deux thermomètres n'indiqueront pas les mêmes températures entre les limites de l'échelle ou en dehors de ces limites. Voici, d'après Regnault, quelques unes des températures correspondantes :

1. Corrigée, comme on le sait par Regnault, car Gay-Lussac avait trouvé pour le coefficient de dilatation la valeur $\frac{1}{267}$ ou 0,00375; le verre du ballon qui renfermait le gaz n'avait pas été complètement desséché. On sait aussi que la loi de Gay-Lussac n'est à peu près rigoureusement vraie que pour l'hydrogène; elle est d'autant plus inexacte, pour les autres gaz, que ceux-ci s'écartent davantage de la loi de Mariotte; ainsi, pour l'air, l'acide carbonique, l'acide sulfureux, les erreurs sont de plus en plus sensibles. On peut cependant, pour tous les problèmes que nous avons à résoudre, appliquer la loi de Gay-Lussac à tous les gaz difficilement liquéfiables, et réputés autrefois permanents; la même remarque s'étend à la loi de Mariotte.

Thermomètre à air	0	40	80	100	140	160	200	300	340
Thermomètre à mercure . .	0	39,668	79,777	100	140,776	161,334	202,782	308,340	351,336

Le coefficient de dilatation du mercure augmente donc avec la température, celle-ci étant prise au moyen du thermomètre à air; il en est de même, du reste, pour tous les liquides connus; ce coefficient prend sa valeur la plus grande au moment de l'ébullition; lorsque l'ébullition est retardée par la pression, le coefficient de dilatation augmente même dans une mesure très forte [1]; on sait aussi que l'eau présente un maximum de densité à 4°, elle se dilate donc en dessous comme au dessus de cette température.

3. — *Relation fondamentale applicable aux gaz difficilement liquéfiables.* — Soit v le volume occupé par l'unité de poids d'un gaz à la pression p et à la température t du thermomètre à air (la seule dont nous nous servirons par la suite); appelons v_0 le volume à la température zéro, sous la pression constante p_0, égale à la pression atmosphérique normale, et v' le volume à la température zéro, sous la pression p. On a, par la loi de Mariotte :

$$v'p = v_0 p_0$$

et, par la loi de Gay-Lussac :

$$v = v' (1 + \alpha t)$$

La combinaison de ces deux équations fournit la relation cherchée :

$$pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$$

qu'on écrit aussi sous la forme :

(1) $$pv = \alpha \, p_0 v_0 (a + t)$$

en posant :

$$a = \frac{1}{\alpha} = 273$$

1. Jamin et Bouty. *Cours de physique*, 4e édition, tome II, p. 53.

La relation (1) peut s'écrire également :

$$pv = R\,(a + t)$$

R est un coefficient qui ne dépend que de la nature du gaz ; il varie, lorsqu'on passe d'un corps à un autre, proportionnellement au volume spécifique, ou en raison inverse de la densité.

La relation (1) qui est l'expression des lois de Mariotte et de Gay-Lussac combinées, peut être admise pour les gaz assez éloignés de leur point de liquéfaction [1] ; ceux-ci sont assimilables à des vapeurs très surchauffées. On applique même quelquefois cette relation à la vapeur d'eau surchauffée.

4. — *Effets de la chaleur communiquée à un corps.* — Lorsqu'on cède de la chaleur à un corps dont la composition chimique ne change pas, elle peut être employée à élever la température du corps, à modifier son état interne, et à produire du travail extérieur (vaincre des résistances appliquées au corps, ou produire de la force vive). Ce fait d'expérience ne s'appuie sur aucune hypothèse quant à la nature des corps ou à celle de la chaleur [2].

Lorsque le corps après avoir été ainsi transformé revient à l'état initial par suite d'une soustraction de chaleur, on dit qu'il s'est transformé suivant un *cycle fermé*. Pour la transformation suivant un pareil cycle, la quantité de chaleur absorbée pour modifier la température du corps est nulle, puisque le corps a repris son état primitif ; le travail total des forces intérieures, qu'on peut se représenter comme les attractions entre les molécules, est également nul pour toute l'opération, car ces attractions sont des forces *centrales*, et leur travail total a une intégrale générale qui n'est fonction que de l'état final et de l'état initial.

Ces remarques préparent l'énoncé du principe de l'équivalence, qui fera l'objet du paragraphe suivant.

1. On sait que les gaz réputés permanents ont été liquéfiés sous l'influence de la pression et d'un grand abaissement de température, par Cailletet, Wroblewski et Olzewski (voir les *Cours de physique*).

2. M. Poincaré établit que le principe de l'équivalence, qui sera énoncé plus loin, au lieu de résulter de l'expérience, serait au contraire démontré, si l'on admet que la chaleur provient de mouvements moléculaires, et que les forces sont centrales. — Ouvrage cité p. 60.



§ II

Premier principe, ou principe de Mayer.

5. — Lorsque l'on communique de la chaleur à un corps qui, après une transformation suivant un cycle, revient à son état initial, il n'y a d'autre effet produit, d'après ce qui a été dit au nº 4, qu'un certain travail extérieur accompli. Il est naturel de comparer, au travail produit, la quantité de chaleur disparue; on est conduit ainsi au principe de l'équivalence :

Dans tout système employé à transformer de la chaleur en travail, et réciproquement, il existe un rapport constant entre le travail produit et la chaleur disparue dans l'accomplissement d'un cycle fermé. La calorie, ou unité de chaleur, produit E kilogrammètres, et *vice versa*, pour chaque kilogrammètre de travail développé sur le corps, la quantité de chaleur produite, et qui doit être absorbée par les corps extérieurs pour ramener l'état initial, est de $\frac{1}{E}$ calories (1).

La nécessité d'introduire, dans l'énoncé précédent, la notion du cycle fermé, résulte de ce qu'il faut éliminer, de la transformation, le changement de température du corps, et le travail intérieur. On pourrait même supposer que le corps est animé, à l'instant initial, d'une certaine force vive extérieure (celle que l'on considère toujours dans la théorie des mécanismes); cette force vive se retrouve à l'instant final.

La détermination de E, ou *équivalent mécanique* de la chaleur, a été faite par différents procédés, parmi lesquels il faut citer surtout ceux de *Joule* et de *Hirn*.

1. En disant que la chaleur se transforme en travail, nous abrégeons le langage et cette expression ne peut donner lieu à erreur, car, puisque la chaleur disparait toujours en même temps que du travail est produit, et réciproquement, c'est comme si l'une des énergies donnait naissance à l'autre; l'idée de la transformation devient bien naturelle lorsque l'on admet, comme on le fait universellement aujourd'hui, que la chaleur est due au mouvement. C'est le principe de l'équivalence, énoncé par Mayer, d'abord pressenti par Rumford (1753-1815), et découvert aussi par Sadi Carnot à la fin de sa vie, qui a fait disparaître l'hypothèse de la matérialité du calorique. La transformation du travail en chaleur apparait dans le frottement, le travail des métaux, etc., ce qu avait fourni à Rumford un procédé de détermination de E par la mesure de la chaleur développée pendant le forage d'un canon.

Joule a opéré en agitant de l'eau ou du mercure à l'intérieur d'un barillet en laiton, au moyen d'un arbre à palettes mû par l'action d'un contrepoids. En tenant compte des corrections nécessaires, ce physicien a trouvé :

$$E = 425 \text{ kgm}$$

Les résultats obtenus par des méthodes très différentes, telles que le frottement de l'eau dans les tubes capillaires, l'écrasement, par le choc, de petites masses de plomb (procédé de Hirn), ont toujours conduit à des nombres assez peu différents. Les expériences d'Edlund ont fait ressortir le danger qu'il y aurait à se servir de transformations traduites par des cycles non fermés ([1]).

Mayer s'était basé, pour la détermination de E, sur la différence qui existe entre les caloriques spécifiques à pression constante des gaz permanents; ce procédé n'est exact, nous le verrons, qu'à cause de cette circonstance, connue de Mayer ([2]), que l'énergie intérieure ne dépend que de la température; la valeur trouvée, obtenue au moyen de chaleurs spécifiques inexactes, était cependant trop faible ([3]).

6. — *Expression analytique du principe de l'équivalence.* — Il résulte de l'énoncé même du principe, que l'on peut faire figurer, sans rompre l'homogénéité des équations, l'énergie calorifique à côté des termes exprimant les travaux des forces, ou la force vive des masses qui interviennent dans les transformations.

La quantité de chaleur, pour être homogène au travail, devra être, au préalable, multipliée par E, ou inversement, les termes exprimant du travail devront être divisés par E; pour abréger l'écriture, on pose :

$$\frac{1}{E} = A$$

A est l'équivalent calorifique du travail, c'est-à-dire le coefficient dont le travail doit être affecté pour représenter l'énergie calorifique équivalente.

1. Lippmann. — *Cours de Thermodynamique*, p. 21. Paris, Georges Carré.
2. Bertrand. — Ouvrage cité p. 66.
3. Voir pour les diverses valeurs trouvées jusqu'aujourd'hui:
Jamin. — Ouvrage cité t. II, p. 18**.
G.-A. Hirn. — *Théorie mécanique de la chaleur*, t. I, pages 115 à 118, tableau publié par la Société de Physique de Berlin.



On groupe d'ordinaire en un seul terme, appelé *énergie intérieure*, le travail correspondant à la modification de l'état thermique et à la modification interne du corps [1]. On peut concevoir cette énergie, U, comme le travail qui aurait dû être communiqué au corps, à partir d'un certain état initial, pour l'amener à l'état que l'on considère; à chaque état correspond une valeur particulière de U, et tout changement élémentaire est accompagné d'une variation élémentaire, dU, du travail intérieur.

Désignons par p et v la pression et l'unité de volume du corps à la température t, et portons ces quantités en abscisses et en ordonnées; les différents points obtenus, tels que M (fig. 1), caractérisent la succession des états du corps; pour une transformation élémentaire, MN, on aura par suite du principe de l'équivalence, en appelant dQ la chaleur fournie, qui pourra être négative :

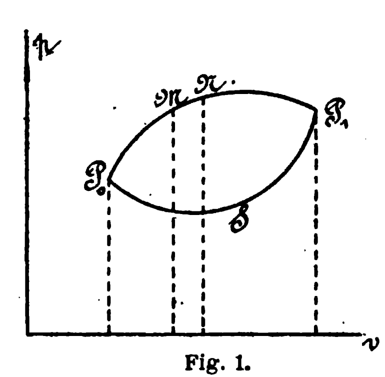


Fig. 1.

$$dQ = A\,dU + A p dv$$

Le dernier terme de cette équation représente, en effet, la chaleur équivalente au travail développé par le corps, pour vaincre la pression extérieure qui s'oppose à l'augmentation de volume.

Cette équation n'est vraie, toutefois, que si l'énergie qui peut se trouver dans le fluide sous forme de force vive sensible, est la même après la transformation qu'au début de celle-ci; cette condition est réalisée lorsque l'augmentation dv de volume se fait lentement, parce que, dans ce cas, l'*accroissement* de la force vive sensible est toujours négligeable. D'ailleurs, le changement de volume se produit lentement, lorsque la résistance intérieure, rapportée à l'unité de surface, diffère infiniment peu de la pression p.

Les conditions que nous venons d'énoncer sont remplies lorsque les transformations sont *réversibles* ; il est préférable de ne pas trop nous y arrêter pour le moment, sauf à n'appliquer le principe de

1. Il est même indispensable d'opérer ainsi si l'on ne veut pas faire d'hypothèse sur la constitution des corps, car rien n'autorise à supposer, même pour les gaz, qu'une partie de l'énergie ne dépend que de la température.

l'équivalence qu'aux transformations analogues à celles qui se produisent lorsqu'un fluide exerce sa pression sur un piston de vitesse modérée, ou *vice versa.* Nous verrons, du reste (43), qu'il est facile de généraliser l'équation, et de l'appliquer aux phénomènes non *réversibles*; tel est celui, par exemple, qui se produit lorsque le fluide se trouve brusquement mis en communication avec un milieu dont la pression est plus faible. Comme nous l'avons remarqué, cependant, le principe de l'équivalence ne comporte aucune exception lorsque la transformation se fait suivant un cycle fermé, et, dans ce cas, son expression analytique est très simple.

Supposons que les états successifs soient représentés par les points de la courbe $P_0 N P_1 S P_0$, le point P_0 figurant à la fois l'état initial et l'état final. Nous aurons, dans ce cas, en appelant Q la chaleur cédée pendant toute l'opération, et en observant que le changement d'énergie intérieure est nul :

$$Q = A\int pdv$$

l'intégrale s'appliquant à toute la surface limitée par le cycle.

Cette équation traduit analytiquement l'expérience par laquelle on déterminerait la valeur de E.

On peut procéder autrement, et remarquer que la transformation $P_0 N P_1$ exige la quantité de chaleur :

$$Q' = A(U_1 - U_0) + A\int_{P_0}^{P_1} pdv$$

Tandis que la transformation $P_0 S P_1$ demande la quantité :

$$Q'' = A(U_1 - U_0) + A\int_{P_0}^{P_1} p'dv$$

p' est l'ordonnée de la courbe $P_0 S P_1$.

U_0, U_1, représentent l'énergie pour les états P_0 et P_1, respectivement.

Or, Q'' est évidemment égale et de signe contraire à la chaleur qui aurait été absorbée pour accomplir la transformation $P_1 S P_0$, c'est-à-dire qu'en appelant Q la chaleur à fournir pour le parcours du cycle total, on devra avoir :

$$Q = Q' - Q''$$

En retranchant les deux équations précédentes, on trouve donc :

$$Q = A\int pdv$$

ce qui est l'équation trouvée d'abord.

On voit que Q' et Q" représentent des quantités de chaleur différentes, puisqu'elles comprennent un terme provenant du travail effectué entre les états P_0 et P_1, travail dont la valeur dépend de la succession des états intermédiaires, qui peut varier d'une infinité de manières ; on en déduit que *dQ n'est la différentielle exacte d'aucune fonction*; sinon, il existerait une intégrale générale, dont la valeur, pour une transformation finie entre deux états P_0, P_1, ne dépendrait que des états extrêmes, et nullement de la série des états intermédiaires, c'est-à-dire que la chaleur à fournir serait indépendante du travail accompli pendant la transformation, résultat en opposition avec le principe de l'équivalence.

7. — La transformation des corps bien connus, les gaz permanents, par exemple, fait intervenir diverses quantités ou constantes physiques que l'on a déterminées depuis longtemps par l'expérimentation ; le principe de l'équivalence peut servir à relier ces divers coefficients, puisqu'il ajoute une équation à celles, déjà connues, qui expriment les lois de Mariotte, de Gay-Lussac, etc.

La thermodynamique nous fournira une deuxième équation, traduisant le principe de Carnot ; on peut y faire entrer, ainsi que dans l'équation qui exprime l'équivalence, les deux caloriques spécifiques de tout corps C, *c*, ainsi que les quantités p, v, t.

L'équation fondamentale :

$$\varphi(p, v, t) = o$$

est indispensable pour la détermination de trois des quantités énumérées, en fonction des deux autres.

Nous allons cependant aborder l'étude des gaz permanents en nous basant sur le premier principe seulement, mais c'est grâce aux constantes et aux lois supplémentaires que la physique expérimentale détermine d'une manière surabondante pour ces corps (loi de Joule, connaissance de C et *c*). Cette surabondance, si elle n'empêche pas l'accord des résultats, peut servir de vérification aux principes [1] ou aux expériences.

1. Ainsi l'équation

$$AR = C - c$$

qui sera trouvée plus loin (10) vérifie le principe de l'équivalence.

D'une manière générale, pour les corps moins étudiés que les gaz, il sera nécessaire de mettre en œuvre les deux principes fondamentaux, les diverses équations qui en résultent, fort différentes dans la forme, ne peuvent être que des transformations qui permettent d'arriver plus ou moins vite au résultat, en faisant intervenir les constantes physiques que l'on a en vue.

§ III.

Etude des gaz permanents.

8. — *Loi de Joule.* — Outre la fonction :

$$pv = R(a + t)$$

qui caractérise tout gaz permanent, nous pouvons nous appuyer, pour ces corps, sur la loi découverte en 1848 par Joule, et qui porte souvent son nom :

L'énergie intérieure de l'unité de poids d'un gaz ne dépend que de sa température, et nullement de la valeur particulière de sa pression ou de son volume.

Cette loi résulte de l'expérience suivante :

Deux ballons bien résistants, réunis par un tuyau à robinet, sont immergés dans une cuve remplie d'eau placée dans un local à température invariable ; l'un d'eux, A (fig. 2), renferme un gaz permanent quelconque, fortement comprimé, tandis qu'on fait dans le ballon B un vide aussi parfait que possible ; après avoir relevé la température du bain, on ouvre le robinet de communication, on agite l'eau de la cuve, et on constate que ***sa température n'a pas changé.***

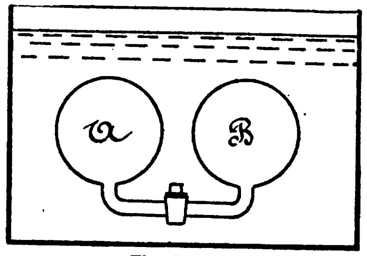


Fig. 2.

Nous pouvons appliquer le principe de l'équivalence au gaz soumis à cette expérience, depuis l'instant où l'on ouvre le robinet, et où la force vive du gaz est nulle, jusqu'au moment où l'équilibre s'est établi dans les deux récipients et où tous les mouvements tumultueux de l'écoule-

ment ont cessé, puisque la force vive est également nulle à ce moment ; or, puisqu'il n'y a ni chaleur fournie, puisque la température du bain n'a pas changé, ni travail extérieur effectué, puisque le gaz n'a exercé sur les corps extérieurs aucun travail, il faut qu'on ait :

$$dU = o$$

On déduit de là que toute variation, même considérable, de pression ou de volume, est sans influence sur l'énergie intérieure, pourvu que la température soit constante, ou, en d'autres termes, que toute modification qui ne change pas la température du gaz, ne modifie pas son *énergie totale intérieure* (1).

9. — *Transformation générale des gaz.* — L'état de l'unité de poids du gaz étant défini par la relation fondamentale :

$$pv = R\,(a + t) \tag{1}$$

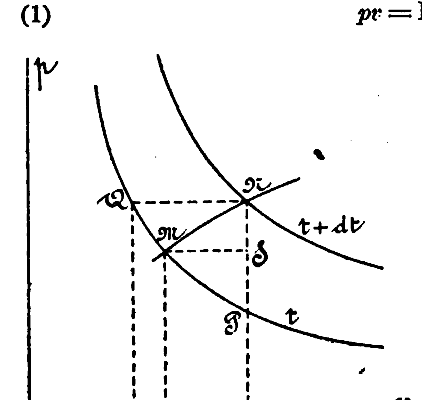


Fig. 3

ainsi que par le point M (fig. 3), qui caractérise le volume et la pression, proposons-nous de chercher la quantité de chaleur dQ nécessaire pour opérer le changement de pression, de volume, et, par conséquent, de température, qui amène le corps à l'état défini par le point N, infiniment voisin de M.

Faisons passer par M une ligne d'égale température, Q M P, c'est-à-dire exprimant la loi qui lie la pression et le volume lorsque la température est maintenue constante ; une pareille ligne est dite *isothermique*, et l'équation fondamentale des gaz montre que c'est une hyperbole équilatère.

Le corps peut être amené de l'état M à l'état N au moyen de divers groupes de transformations successives, et chacun d'eux fournit une solution du problème.

1. Sir W. Thomson et Joule ont démontré, par une expérience postérieure, que le travail interne des gaz (qui n'est, d'après ce qui a été dit au n° 6, qu'une partie de l'énergie totale intérieure) n'est pas nul rigoureusement, surtout pour les corps rapprochés de leur point de liquéfaction ; mais même pour ceux-ci, il est encore très faible, et peut être négligé.

Première manière d'opérer la transformation. — Menons par N l'ordonnée Nn, qui coupe en P la ligne de température t ; on peut amener le corps à l'état N au moyen des transformations MP et PN ; la première a lieu par détente du gaz à température constante, et la seconde s'obtient par une communication de chaleur à volume constant.

La quantité totale de chaleur absorbée par ces deux transformations ne diffère de celle exigée pour accomplir la transformation directe MN, que d'une quantité infiniment petite du second ordre, puisque celle-ci est équivalente, d'après le premier principe, au travail figuré par la surface MNP.

Le changement MP s'opère à *température constante*, la quantité de chaleur à fournir est donc, puisque l'énergie intérieure reste invariable (8) :

$$\mathrm{A}\, pdv$$

La transformation PN, qui s'opère à *volume constant*, a pour effet d'augmenter la température de dt ; en appelant c le calorique spécifique à volume constant, la quantité de chaleur à fournir pour l'échauffement du gaz sera donc :

$$cdt$$

et l'on aura, pour le parcours MPN :

$$dQ = \mathrm{A}\, pdv + cdt$$

A et c étant des quantités finies, dQ sera une quantité infiniment petite du premier ordre, et pourra, par conséquent, en vertu de la remarque faite ci-dessus, remplacer la quantité de chaleur à fournir pour effectuer la transformation directe MN ; on peut se servir de l'équation (1) pour éliminer p, ce qui donne la valeur cherchée dQ en fonction des deux variables indépendantes v et t :

$$\frac{dQ}{a+t} = \mathrm{AR}\frac{dv}{v} + c\,\frac{dt}{a+t}. \tag{2}$$

Dans cette équation, c peut être provisoirement considéré comme une fonction, à déterminer par l'expérience, des deux variables v et t, qui définissent complètement l'état du corps.

Deuxième mode de transformation. — Menons par le point N la ligne

d'égale pression NQ, et amenons le corps de l'état M à l'état N en suivant le chemin MQN, c'est-à-dire en comprimant le gaz à la température constante t, jusqu'à la pression $p+dp$, puis en le dilatant à pression constante ; la transformation suivant MQ ne fait pas varier l'énergie, la chaleur à céder est donc équivalente au travail :

$$Ap\frac{dv}{dp}\,dp$$

car, pour obtenir le changement de volume, la pression seule varie.

La transformation QN absorbe la quantité de chaleur :

$$Cdt$$

C étant le calorique spécifique à pression constante.

D'ailleurs, la somme de ces quantités de chaleur, qui est infiniment petite du premier ordre, ne diffère de dQ que de la quantité équivalente au travail MQN, infiniment petit du second ordre, nous aurons donc :

$$dQ = Ap\frac{dv}{dp}\,dp + C\,dt$$

L'accroissement de volume qui figure dans cette équation est obtenu en modifiant la pression du corps sans changer sa température, et se tire de la relation (1) :

$$\frac{dv}{dp}dp = -R\,(a+t)\,\frac{dp}{p^2}$$

Pour toute valeur positive de dp, on voit que cet accroissement est négatif, ce qui devait être, puisque l'opération MQ est une compression à température constante, qui doit absorber du travail, et par conséquent dégager de la chaleur au lieu d'en absorber. En substituant cette valeur dans l'expression de dQ, on trouve :

$$(3)\qquad \frac{dQ}{a+t} = -AR\frac{dp}{p} + C\,\frac{dt}{a+t}$$

C doit être considéré, provisoirement, comme une fonction de l'état du gaz, c'est-à-dire de deux des variables qui le caractérisent, p et t, par exemple.

Troisième mode de transformation. — Opérons la transformation suivant le chemin MSN, nous aurons à fournir, pour le changement MS, à pression constante :

$$C \frac{dt}{dv} dv$$

car le changement de température s'obtient en donnant au volume seul l'accroissement dv, la pression étant constante : le changement SN qui s'opère à volume constant, correspond à un accroissement de température obtenu en faisant passer la pression de p à $p + dp$, il exige donc une quantité de chaleur :

$$c \frac{dt}{dp} dp$$

On a donc :

$$dQ = C \frac{dt}{dv} dv + c \frac{dt}{dp} dp$$

Or, l'équation (1) fournit :

$$\frac{dt}{dv} dv = \frac{p}{R} dv$$

et

$$\frac{dt}{dp} dp = \frac{v}{R} dp$$

valeurs qui, substituées dans dQ, donnent :

$$dQ = \frac{1}{R} (C\, pdv + cvdp)$$

ou

(4) $$\frac{dQ}{a + t} = C \frac{dv}{v} + c \frac{dp}{p}$$

Dans cette équation, C et c doivent être considérés comme dépendant de l'état du corps.

10. — Les valeurs (2), (3) et (4) fournissent trois expressions différentes de la même quantité ; en égalant les seconds membres, on obtient deux équations, qui, lorsqu'on fait usage de la relation fonda-

mentale (1), deviennent identiques; on a, par exemple, en égalant (2) et (3):

$$(C - c)\frac{dt}{a + t} = AR\left(\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v}\right)$$

dt, dp et dv sont les accroissements des trois variables qui figurent dans l'équation caractéristique ; or, on tire de celle-ci :

$$\frac{dt}{a + t} = \frac{dp}{p} + \frac{dv}{v}$$

ce qui donne :

(5) $$C - c = AR \text{ ou } C - c = A\,\alpha p_0 v_0$$

Les deux caloriques spécifiques sont donc liés par une condition, conséquence nécessaire de l'équation fondamentale, du principe de l'équivalence et de la loi de Joule. Quelles que soient les fonctions que nous avons jusqu'ici désignées par C et c, leur différence est constante pour un même gaz ; elle varie, au contraire, comme le volume spécifique, c'est-à-dire en raison inverse de la densité, lorsque la nature du gaz change.

L'équation (5) fournit un moyen de déterminer $A = \frac{1}{E}$, et, par conséquent, l'équivalent mécanique, pourvu que les caloriques spécifiques soient connus pour un gaz se trouvant dans un état déterminé (procédé de Mayer). En partant, au contraire, de la valeur de E, on peut déterminer c lorsque, pour le même état, on connait la valeur de C.

11. — Les lois physiques découvertes pour les gaz permanents rendent plus remarquable encore cette relation, car on sait, par les expériences de Regnault, que les chaleurs spécifiques à pression constante de tous les gaz difficilement liquéfiables sont indépendantes de la pression et de la température [1] ; les valeurs de C sont donc constantes pour chaque gaz, et, d'après l'équation (5), celles de c le sont aussi.

1. Les premières expériences quelque peu précises ont été faites par Delaroche et Bérard, qui ont trouvé la valeur de C pour divers gaz relativement à l'air, et ensuite, le calorique spécifique à pression constante C de l'air relativement à l'eau, ce qui leur a permis de trouver les valeurs absolues de C pour les divers gaz. Les valeurs de Delaroche et Bérard étaient cependant erronées, car elles dépendaient de la pression du gaz. La chaleur spécifique à pression constante varie un peu avec la température; ainsi, pour l'acide carbonique,



On a, du reste, par cette équation :

$$\frac{C}{v_0} - \frac{c}{v_0} = A \alpha p_0$$

Les chiffres trouvés par Regnault montrent que $\frac{C}{v_0}$, c'est-à-dire la chaleur spécifique à pression constante sous l'unité de volume, est *constante pour tous les gaz* (1); il en résulte que le rapport $\frac{c}{v_0}$ est également constant pour tous les gaz, et indépendant de la pression et de la température. Si donc, on appelle C' et c' les deux caloriques spécifiques d'un même gaz à une pression et une température quelconques, et si v'_0 est le volume spécifique de ce gaz, c'est-à-dire le volume de l'unité de poids sous la pression constante p_0, et à la température zéro, on aura :

$$\frac{C'}{v'_0} = K$$

et

$$\frac{c'}{v'_0} = k$$

K et k étant les mêmes pour tous les gaz ; on tire de ces relations :

$$\frac{C'}{c'} = \frac{K}{k}$$

c'est-à-dire que le *rapport des deux chaleurs spécifiques est constant pour tous les gaz.*

Il suffirait donc, connaissant les valeurs C et c pour un seul gaz, par exemple pour l'air, de connaître les densités des autres gaz par rapport à l'air, pour en déduire toutes les chaleurs spécifiques.

qu'on peut considérer comme le plus liquéfiable des gaz réputés autrefois permanents, C varie de 0,18427 à 0,21692 lorsque la température passe de — 30 à 210°. Pour des températures très élevées C augmente pour tous les gaz.

1. Les densités des gaz simples, en raison inverse des volumes spécifiques, sont proportionnelles à leurs poids atomiques; la *capacité atomique* est donc constante, résultat déjà annoncé par Delaroche et Bérard. Dulong a étendu cette loi aux gaz composés sans condensation; quant aux gaz formés avec condensation, leur chaleur spécifique sous l'unité de volume est la même, mais elle diffère de celle des corps simples, (Jamin, ouvrage cité, t. II, p. 85).

L'expérience déjà ancienne de *Clément* et *Desormes*, répétée avec plus de précision, a donné très approximativement :

$$\frac{C}{c} = 1.41$$

D'ailleurs, la formule donnée par *Newton* pour la vitesse du son, corrigée par *Laplace*, renferme le rapport $\frac{C}{c}$, et l'on a pu, en mesurant la vitesse effective de propagation du son, confirmer l'expérience directe ; nous admettrons dorénavant, en appelant γ le rapport des chaleurs spécifiques des gaz permanents :

$$\gamma = 1,41 \ (^1)$$

Les expériences les plus récentes ont donné $\gamma = 1,402$.

	$\frac{1}{v_0}$ (*)	R	C	c	
Air atmosphérique. .	1.293187	29.272	0.23741	0.16838	(*) $\frac{1}{v_0}$ est le poids du mètre cube à zéro centigrade sous la pression de 760 mm. de mercure, à Paris, ou 10334 kilog. par mètre carré.
Oxygène.	1.429802	26.475	0.21751	0.15426	
Hydrogène	0.089578	422.612	3 4090	2.41773	
Azote.	1.256157	30.434	0.2438	0.17291	
Oxyde de carbone. .	1.250511	30.283	0.245	0.17376	
Bioxyde d'azote . .	1.34362	28.173	0.23173	0.16435	
Acide carbonique . .	1.9774	19.154	0.202	0.157	

N. B. — Dans ce tableau, les valeurs de R sont calculées en fonction

1. Cette valeur est sensiblement exacte pour l'air, l'oxygène, l'azote, l'hydrogène, l'oxyde de carbone, le bioxyde d'azote, c'est-à-dire pour les gaz difficiles à liquéfier; elle est trop forte pour l'ammoniaque, l'acide carbonique, l'acide sulfureux, le protoxyde d'azote.

Aux températures élevées, le rapport des chaleurs spécifiques diminue (expériences de Mallard et Lechatelier, et de Berthelot), l'équation (5), si elle reste applicable, nous apprend que leur différence doit rester constante; or C augmente avec la température, le rapport γ tend donc vers l'unité.

Le rapport γ a aussi été déterminé théoriquement, en partant d'hypothèses sur la chaleur et la constitution des corps; M. Macfarlane Gray a trouvé ainsi:

$$\gamma = \frac{3,5}{2,5} \pm 1,4$$

de la pression p_0, exprimée en kilogrammes par mètre carré ($p_0 = 10334$). C et c sont les caloriques spécifiques par rapport à l'eau.

12. — La constance des chaleurs spécifiques, pour un gaz permanent donné, entraîne immédiatement une conséquence importante pour les équations (2), (3) et (4), car C et c ne dépendant pas des variables indépendantes p, v, t, ces équations sont intégrables, et donnent la solution d'un grand nombre de problèmes relatifs aux changements d'état. Nous pouvons remarquer, en passant, que l'expression $a + t$ joue dans ces équations le rôle de facteur d'intégrabilité, c'est-à-dire que :

$$\frac{dQ}{a+t}$$

est la différentielle d'une certaine fonction, contrairement à ce qui a été trouvé pour dQ (6).

13. — *Énergie des gaz.* — D'après le principe de l'équivalence, on a pour une transformation quelconque :

$$dQ = A\,dU + Apdv$$

Lorsque le changement d'état a lieu à volume constant, la chaleur fournie est cdt, et, comme il n'y a pas de travail effectué, l'équation devient :

$$cdt = A\,dU$$

ou, en intégrant :

$$U = c\,E\,t + U_0 \qquad (6)$$

Il est impossible de connaître la valeur absolue de l'énergie, mais l'équation (6) donne l'accroissement $U - U_0$ depuis une température déterminée.

14. — *Transformation à température constante.* — La loi de détente du gaz s'obtient en attribuant à la température la valeur constante t' ce qui donne :

$$pv = R\,(a + t') \qquad (7)$$

Cette équation est l'expression de la loi de Mariotte; elle indique que la courbe de détente est une hyperbole équilatère, dont les asymptotes sont les axes des pressions et des volumes.

Pour maintenir la température constante, il faut céder une certaine quantité de chaleur, qu'on peut trouver par l'une des équations (2) ou (3); prenons, par exemple, l'équation (2); en y introduisant la relation (5), comme on le fait généralement, elle peut s'écrire :

$$\frac{dQ}{a+t} = (C-c)\frac{dv}{v} + c\,\frac{dt}{a+t}$$

Puisque la température est constante et égale à t', il vient, en appelant $p_2 v_2$, $p_1 v_1$, les données relatives à l'état final et à l'état initial, et en intégrant :

$$(8) \qquad Q_2 - Q_1 = (a+t')\,(C-c)\; l_n \frac{v_2}{v_1}$$

Cette expression peut être transformée en fonction des pressions, car on a :

$$p_2 v_2 = p_1 v_1 = R\,(a+t')$$

On peut donc écrire également :

$$Q_2 - Q_1 = (a+t')\,(C-c)\, l_n \frac{p_1}{p_2}$$

expression que l'on pouvait tirer directement de l'équation (3).

Lorsqu'il s'agit de la détente,

$$v_2 > v_1$$

ou

$$p_1 > p_2$$

et la valeur de $Q_2 - Q_1$ est positive; l'inverse a lieu pour la compression; la détente isothermique exige par conséquent que l'on communique au gaz une certaine quantité de chaleur extérieure, tandis que cette chaleur doit être enlevée lorque l'on veut produire une compression à température constante.

Le travail effectué pendant la détente est :

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p\,dv$$

puisque

$$pv = R\,(a+t')$$

on a :

$$p = R\,(a + t')\,\frac{1}{v}$$

et :

$$L = R\,(a + t')\,l_n \frac{v_2}{v_1}$$

La chaleur équivalente au travail produit est .

$$AL = AR\,(a + t')\,l_n \frac{v_2}{v_1}$$

ou :

$$AL = (a + t')\,(C - c)\,l_n \frac{v_2}{v_1}$$

Cette expression indique que la chaleur équivalente au travail produit est celle qui a été communiquée au gaz pour maintenir sa température constante. Nous aurions pu arriver directement à ce résultat, car la chaleur fournie, n'étant pas employée à modifier l'énergie, qui reste constante avec la température, est entièrement transformée en travail.

15. — ***Transformation à chaleur constante, ou transformation adiabatique.*** — En posant $dQ = o$ dans l'équation (4), on trouve :

$$C\,\frac{dv}{v} + c\,\frac{dp}{p} = o$$

relation entre p et v, qui permet de trouver l'équation de la courbe de détente; on a, en effet, en l'intégrant :

$$v^C p^c = C^{te}$$

ou :

$$v^{\frac{C}{c}}\,p = C^{te}$$

La valeur de la constante peut être déterminée au moyen d'un état connu du corps, pour lequel la pression et le volume sont donnés; d'ailleurs $\frac{C}{c}$ étant le rapport γ, trouvé précédemment, on a :

(9) $$pv^{\gamma} = p_1 v_1{}^{\gamma}$$ [1]

1. Cette loi, trouvée par Laplace et par Poisson, est connue sous le nom de loi de Poisson.

La courbe de détente est différente de l'hyperbole équilatère; son coefficient angulaire en chaque point se tire de l'équation différentielle de la courbe :

$$\frac{dp}{dv} = -\frac{C}{c}\frac{p}{v}$$

tandis que, pour la détente isothermique, on avait :

$$\frac{dp}{dv} = -\frac{p}{v}$$

La ligne adiabatique est donc, en chaque point, plus inclinée que l'hyperbole équilatère qui passerait par ce point.

Pour trouver la température, nous pouvons faire usage de l'une des équations (2) ou (3), suivant que les volumes ou les pressions sont donnés; prenons, par exemple, l'équation (2), elle donne, puisque $dQ = o$:

$$(C - c)\frac{dv}{v} + c\frac{dt}{a + t} = o$$

En affectant des indices 1 et 2 les quantités qui se rapportent à l'état initial et à l'état final, et en effectuant l'intégration, il vient :

(10) $$\frac{a + t_2}{a + t_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma - 1}$$

Dans le cas de la détente,

$$v_2 > v_1$$

et, par conséquent,

$$t_2 < t_1$$

Le gaz, ne recevant pas de chaleur extérieure, transforme en travail une partie de son énergie intérieure. Pour une compression, l'inverse se produirait.

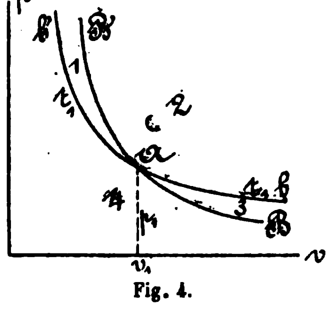
En employant l'équation (3), ou en transformant l'équation (10) au moyen de la loi de Poisson, on obtient :

(11) $$\frac{a + t_2}{a + t_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

qui donne les températures en fonction des pressions. On a, du reste :

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.29078 \text{ (}^1\text{)}$$

Il résulte des équations (10) ou (11), que si l'on fait passer par le point A (fig. 4), pour lequel la pression, le volume et la température ont les valeurs déterminées p_1 v_1 t_1, une ligne isothermique $b'Ab$, ainsi que la ligne adiabatique B'AB, ces courbes déterminent, autour du point A, quatre zones ; la nature des transformations à effectuer pour amener le corps de l'état A à celui qui serait compris dans chacune des zones, est la suivante :


Fig. 4.

Dans la zone 1, il faut comprimer le corps, lui enlever de la chaleur, et la température augmente néanmoins.

Dans la zone 2, il faut fournir de la chaleur, et la température augmente, soit que l'on diminue, soit que l'on augmente le volume du corps.

Dans la zone 3, le corps se détend, on lui fournit de la chaleur et sa température s'abaisse.

Dans la zone 4, il faut enlever de la chaleur au corps, dont la température s'abaisse, soit qu'on augmente ou qu'on diminue son volume.

On peut aussi remarquer que, dans la concavité de la ligne isothermique, la température augmente, tandis qu'elle s'abaisse lorsqu'on part de A du côté de la convexité de la courbe.

Relativement à la ligne adiabatique, il faut fournir de la chaleur pour toute transformation comprise dans la concavité de la courbe, et en enlever du côté opposé.

1. M. Léon Pochet a calculé une table donnant pour diverses valeurs $\frac{v_1}{v_2}$, l'abaissement de température $t_1 - t_2$ qui correspond à une température initiale de 15°, ainsi que le rapport $\frac{p_2}{p_1}$ de la pression finale à la pression initiale. — *Nouvelle Mécanique industrielle*, Paris, Dunod, 1874.

Les abaques de M. Herrmann (voir l'avant-propos) permettent de résoudre graphiquement ces problèmes.



16. — *Travail de la détente adiabatique.* — Le travail effectué pendant la détente adiabatique est :

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p dv$$

expression qui, transformée au moyen de l'équation (9), donne :

$$L = p_1 v_1^{\gamma} \int_{v_1}^{v_2} v^{-\gamma} dv$$

ou, en effectuant l'intégration :

(12) $$L = \frac{p_1 v_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma - 1}\right]$$

En tenant compte de l'équation (10) et de la relation caractéristique des gaz, qui permet d'obtenir le produit $p_1 v_1$ en fonction de la température relative à l'état initial, et qui peut s'écrire :

$$p_1 v_1 = R(a + t_1) = E(C - c)(a + t_1)$$

il vient :

(13) $$L = Ec(t_1 - t_2)$$

Cette équation donne le travail accompli, en fonction de la chute de température seulement ; nous aurions pu l'écrire *a priori*, car, puisqu'on ne cède pas de chaleur au gaz, le travail qu'il produit correspond à la diminution de son énergie intérieure (n° 13).

17. — *Construction de l'adiabatique.* — Le procédé suivant, dû à *M. Brauer*, permet de construire l'adiabatique.

Soient v_1 v_2 v_3 v_4... une série de valeurs du volume formant une progression géométrique, et p_1 p_2 p_3 p_4... les pressions correspondantes ; on aura :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{v_3}{v_4} \ldots\ldots = n$$

ainsi que :

$$p_1 v_1^{\gamma} = p_2 v_2^{\gamma} = p_3 v_3^{\gamma} \ldots\ldots$$

et, par conséquent :

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma}$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \left(\frac{v_3}{v_2}\right)^{\gamma}$$

d'où :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{p_2}{p_3} = \frac{p_3}{p_4} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot = \left(\frac{1}{n}\right)^\gamma$$

Les pressions sont donc également en progression géométrique.

Étant donné v_1 (fig. 5), on choisira $v_2 = \frac{v_1}{n}$, n étant quelconque, et, par la construction bien connue indiquée sur la figure, on trouvera les valeurs successives v_3, v_4, etc. ; on calculera ensuite p_2 au moyen de la relation :

$$p_2 = p_1 n^\gamma$$

ce qui permettra de trouver, au moyen d'un réseau de lignes droites parallèles, les valeurs successives de p_3, p_4, etc...

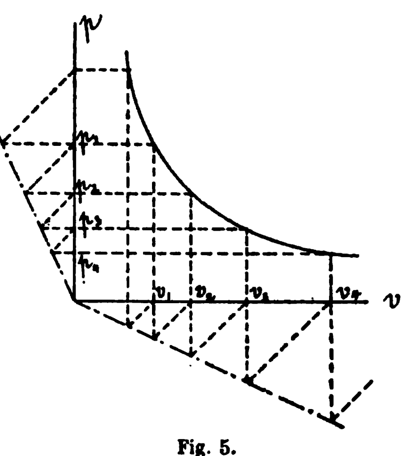


Fig. 5.

18. — On peut, au lieu de tracer les lignes de transformation, construire des abaques destinés à remplacer les calculs ; il est nécessaire, pour y parvenir, de changer les coordonnées de ces courbes au moyen de fonctions de la pression et du volume, fonctions choisies de telle manière que les lignes cherchées se prêtent à une construction facile. On y arrive en ce qui concerne l'isothermique (éq. 7) et l'adiabatique (éq. 9), en prenant comme abscisses et ordonnées, les logarithmes de la pression et du volume.

L'isothermique devient :

$$\log p + \log v = C^{te}$$

c'est-à-dire une ligne droite inclinée a 45° sur les axes.

L'adiabatique a alors pour équation :

$$\log p + \gamma \log v = C^{te}$$

qui représente une ligne droite dont le coefficient angulaire est $-\gamma$.

Nous nous contenterons de cette remarque qui permet de représenter d'une manière très simple les cycles que nous rencontrerons fréquemment par la suite, sans que cette propriété soit d'un très grand secours pour les problèmes que nous aurons à traiter.

19. — D'après l'équation (13), le travail développé pendant la détente adiabatique AB (fig. 6) ne dépend que de la différence $t_1 - t_2$ des températures entre lesquelles s'opère la transformation. Or, si l'on fait passer par A et B des lignes isothermiques, on voit que toute transformation adiabatique *ab*, comprise entre les deux lignes, donne lieu au même travail extérieur.

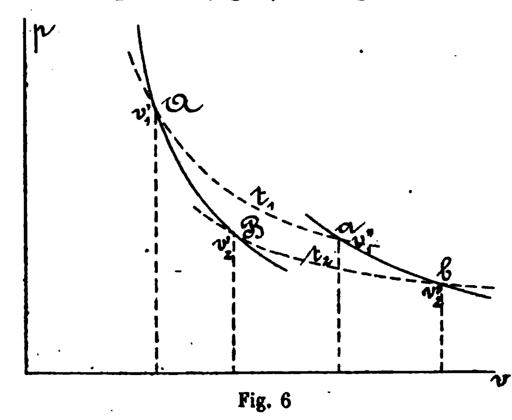


Fig. 6

Lorsque l'on part d'une température initiale t_1 déterminée, le travail augmente lorsque la température finale t_2 s'abaisse; la limite théorique inférieure de t_2 correspond à :

$$t_2 = -a$$

car, pour cette valeur, le produit pv est nul, comme on le voit par l'équation :

$$pv = R(a + t_2)$$

Il est évident que cette limite, qui correspond à l'état pour lequel la pression ou le volume pourraient s'annuler, est purement fictive, puisque l'équation fondamentale des gaz permanents cesserait d'exister bien avant qu'elle ne soit atteinte. Pour cette température fictive, le travail produit par la détente adiabatique serait :

$$L = Ec(a + t_1)$$

Ainsi, le travail *maximum* développé par un kilogramme d'un gaz permanent qui se détend sans communication de chaleur, est proportionnel à la quantité $a + t_1$. Comme on le voit, la pression initiale n'a aucune influence sur le travail limite ; mais en pratique, le travail recueilli

est diminué par la nécessité où l'on se trouve, pour les gaz permanents, de ne pas abaisser la pression de détente en dessous de la pression atmosphérique ; le travail recueilli en partant d'une certaine température initiale t_1, est donc d'autant plus grand, que *la pression initiale est plus élevée.*

20. — On peut imaginer une machine motrice dans laquelle la chaleur exercerait ses effets sur l'unité de poids d'un gaz permanent enfermé dans un cylindre.

Le corps étant primitivement à l'état A, on lui communique de la chaleur Q_1, de manière à le transformer suivant la ligne A*a*, puis il se détend, suivant l'adiabatique *ab*, jusqu'à la température t_2; on le comprime ensuite à température constante, en lui enlevant la quantité de chaleur Q_2, puis, on arrête cette transformation en un point B, choisi de telle sorte que le corps soit ramené, par la compression adiabatique BA, à son état initial.

Un pareil cycle, composé de deux lignes isothermiques et de deux lignes adiabatiques, a été considéré pour la première fois par Sadi Carnot; nous verrons au § IV qu'il jouit d'une propriété générale remarquable, que nous pouvons, dès maintenant, établir en ce qui concerne les gaz permanents.

On a, d'après les formules du n° 14 :

$$Q_1 = (a + t_1)(C - c)\, l_n \frac{v''_1}{v'_1}$$

$$Q_2 = (a + t_2)(C - c)\, l_n \frac{v''_2}{v'_2}$$

et, par conséquent :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{a + t_1}{a + t_2} \frac{l_n \frac{v''_1}{v'_1}}{l_n \frac{v''_2}{v'_2}}$$

Mais les points A et B se trouvant sur une même adiabatique :

$$p'_1 v'^{\gamma}_1 = p'_2 v'^{\gamma}_2$$

On a de même, pour les points *a* et *b* :

$$p''_1 v''^{\gamma}_1 = p''_2 v''^{\gamma}_2$$

D'où, en divisant ces deux dernières équations membre à membre, et remarquant que A et a, B et b, appartiennent à des lignes isothermiques :

$$\frac{v'_1}{v''_1} = \frac{v'_2}{v''_2}$$

Ce qui donne, pour le rapport cherché des chaleurs Q_1 et Q_2 :

(14) $$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{a + t_1}{a + t_2}$$

Cette équation nous apprend que, pour les gaz permanents, ***le rapport des quantités de chaleur cédées pendant des transformations isothermiques qui s'opèrent entre les mêmes adiabatiques*** ne dépend que des températures entre lesquelles s'opèrent les transformations, et nullement de l'étendue de ces transformations ou de la nature du gaz employé.

21. — *Rendement d'un cycle.* — L'équation (14) peut s'écrire :

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{t_1 - t_2}{a + t_1}$$

Sous cette forme, elle donne le rapport de la quantité de ***chaleur transformée en travail*** pendant le parcours du cycle à la quantité de chaleur empruntée à la source de température t_1 ; nous voyons que, pour le cycle de Carnot et pour les gaz permanents, ce rapport, qui exprime le ***rendement calorifique***, ne dépend que des températures extrêmes réalisées pendant la transformation, et non de l'étendue des transformations ou de la nature du gaz.

Cette propriété très importante sera généralisée plus loin, et étendue à d'autres cycles, ainsi qu'à tous les corps.

D'après ce qui vient d'être dit, deux cycles de Carnot compris entre les mêmes températures sont équivalents au point de vue de la transformation de la chaleur en travail, c'est-à-dire qu'ils fournissent, pour la même dépense de chaleur empruntée à la source t_1, la même quantité de travail.

Ces cycles, représentés en ABCD, *abcd*, (fig. 7) sont cependant très

différents au point de vue pratique ; en effet, supposons qu'ils effectuent des travaux égaux, on aura pour l'un d'eux :

$$Q_1 - Q_2 = Q_1 \frac{t_1 - t_2}{a + t_1}$$

c'est-à-dire que les quantités de chaleur transformées en travail étant les mêmes, par hypothèse, Q_1, ou la chaleur empruntée, devra avoir la même valeur pour les deux cycles ; or, nous avons :

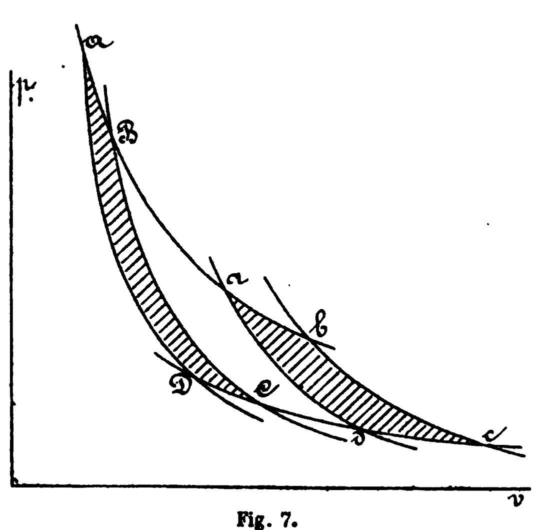


Fig. 7.

$$Q_1 = (a + t_1)(C - c)\, l_n \frac{v''_1}{v'_1}$$

Pour que les travaux développés soient égaux, le rapport $\frac{v''_1}{v'_1}$ devra avoir la même valeur dans les deux cycles.

D'autre part, on a par l'équation (10) :

$$\left(\frac{v''_2}{v''_1}\right)^{\gamma - 1} = \frac{a + t_1}{a + t_2}$$

Le *rapport* du volume final de détente au volume realisé à la fin de l'isothermique t_1, est par conséquent le même pour les deux cycles que nous considérons ; il en résulte que, ***pour tous les cycles de même travail compris entre les mêmes températures***, le rapport du volume maximum du gaz à son volume minimum est constant. On aura par conséquent tout avantage, pour réduire l'encombrement du cylindre, à opérer sur un volume initial aussi réduit que possible, ce qui ne peut avoir lieu que si le gaz est très comprimé (1).

1. Cette condition avait déjà été aperçue par Sadi Carnot, *Réflexions*, etc, p. 60.

22. — On peut toujours trouver l'expression de la chaleur à fournir au gaz pour une transformation finie lorsque l'on connaît la loi de détente. Ce cas se présentera notamment dans la théorie des moteurs à gaz.

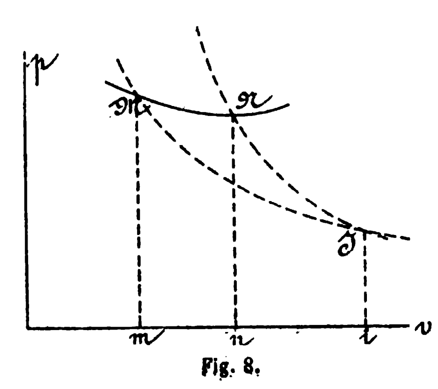


Fig. 8.

Soit MN (fig. 8) la ligne de transformation donnée, $t_1\ p_1\ v_1$ et $t_2\ p_2\ v_2$ les quantités relatives aux deux états M et N, Q la chaleur fournie; nous avons, d'après le principe de l'équivalence :

$$Q = A \int_{v_1}^{v_2} p dv + c\,(t_2 - t_1) \tag{15}$$

Le dernier terme représente, en effet, la chaleur équivalente à l'accroissement d'énergie du corps.

Or on a :

$$p_1 v_1 = R\,(a + t_1)$$
$$p_2 v_2 = R\,(a + t_2)$$

En éliminant les températures à l'aide de ces relations, on trouve :

$$Q = A \int_{v_1}^{v_2} p dv + \frac{A}{\gamma - 1}(p_2 v_2 - p_1 v_1) \tag{16}$$

Il est quelquefois utile de représenter graphiquement la quantité de chaleur à fournir, ou le travail correspondant; nous indiquerons ici le mode de représentation donné par M. *Cazin;* il s'applique, du reste, non seulement aux gaz permanents, mais à un corps quelconque.

Faisons passer par M une ligne *d'égale énergie* MI, c'est-à-dire dont tous les points correspondent à des états du corps pour lesquels la valeur de U est la même, et égale à U_1, énergie de l'état initial; menons par N, point pour lequel l'énergie est U_2, la ligne adiabatique NI, qui rencontre la première au point I.

La transformation IN, qui s'accomplirait sans dépense de chaleur, aurait pour effet de donner au corps l'accroissement d'énergie $U_2 - U_1$, qui serait donc égal, dans cette transformation, au travail fourni NI*in*. Ce

travail, ajouté à celui qui est accompli pendant la transformation réellement effectuée MN fournira la surface MNIim, à laquelle la chaleur Q est équivalente.

Dans le cas des gaz permanents, MI est en même temps une ligne isothermique.

Nous rencontrerons par la suite d'autres modes de représentation de la chaleur fournie.

23. — Toutes les opérations de détente ou de compression qui s'effectuent dans les machines diffèrent autant de la loi isothermique que de la loi adiabatique ; la conductibilité des parois est en effet trop grande pour annuler tout échange de chaleur, même dans les opérations rapides, mais elle est trop faible pour permettre l'échange parfait que suppose une détente ou une compression isothermiques. Pour faire comprendre l'influence de la chaleur fournie sur la courbe de détente (ou de compression), nous allons étudier le cas, purement hypothétique, où le gaz se transforme en présence d'un solide qui prend à chaque instant sa température. Il s'agira, bien entendu, comme dans toutes les questions traitées jusqu'ici, d'un gaz parfaitement sec.

Soit M le poids du solide qui cède de la chaleur, rapporté à celui du gaz, nous pouvons donc considérer l'unité de poids du gaz, et représenter par M le poids en kilogrammes du corps solide. Appelons C_1 son calorique spécifique.

Pour tout changement dt de température des deux corps en présence, le solide, qui n'accomplit aucun travail, perd la quantité de chaleur

$$MC_1\,dt$$

cette chaleur est communiquée au gaz dans le cas où dt est négatif ; elle lui est enlevée pour échauffer le solide dans le cas contraire. Dans l'une quelconque des équations données pour la transformation des gaz, par exemple dans l'équation (2), on devra faire

$$dQ = -MC_1\,dt$$

car la température s'abaisse pendant la détente ; en effet, si elle était constante, le solide n'aurait rien cédé, et l'on obtiendrait une transformation *isothermique* sans aucune communication de chaleur, ce qui est

impossible ; pour la détente, *dt* est donc négatif, ce qui rend positive la chaleur cédée. L'équation est :

$$-\,MC_1 \frac{dt}{a+t} = (C-c)\frac{dv}{v} + c\,\frac{dt}{a+t}$$

ou :

$$(MC_1 + c)\frac{dt}{a+t} = -\,(C-c)\frac{dv}{v}$$

qui, par l'intégration, devient :

$$\left(\frac{a+t_2}{a+t_1}\right)^{MC_1+c} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{C-c}$$

L'équation (3) aurait donné :

$$\left(\frac{a+t_2}{a+t_1}\right)^{MC_1+C} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{C-c}$$

En éliminant les températures, on obtient, pour la loi de détente :

$$(17) \qquad p_2\, v_2^{\frac{MC_1+C}{MC_1+c}} = p_1\, v_1^{\frac{MC_1+C}{MC_1+c}}$$

Pour $M = o$, on retrouverait l'équation des lignes adiabatiques ordinaires ; lorsque M augmente indéfiniment, de même que C_1, l'exposant du volume tend vers l'unité, c'est-à-dire que la courbe tend vers la ligne isothermique sans jamais l'atteindre.

Lorsque l'on suppose que le corps qui cède de la chaleur est un liquide, le problème se complique notablement, parce que le liquide lui-même se transforme, et donne de la vapeur qui sature le gaz (56).

24. — ***Procédé de MM. Ayrton et Perry pour représenter la chaleur fournie*** [1].— Ce procédé consiste à porter, sur le diagramme du travail, les quantités d'énergie calorifique exprimées en kilogrammètres.

1. Ayrton et Perry. — *On the Gas Engine Indicator-Diagram. Philosophical Magazine*, 1884, t. II, p. 59, pl. III.

Soit AB (fig. 9) la ligne de transformation de l'unité de poids du gaz enfermé dans un cylindre, *ab* un élément de cette transformation à un instant quelconque, pour lequel les variables ont les valeurs *p*, *v*, *t*; appliquons à cette transformation le principe de l'équivalence, nous retrouverons l'équation (16), écrite sous la forme :

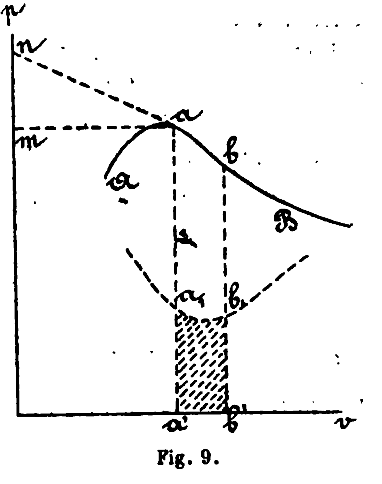


Fig. 9.

$$dQ = A\,pdv + \frac{A}{\gamma - 1}\,d(pv)$$

ou :

$$(18) \qquad E\,dQ = \frac{1}{\gamma - 1}\left(\gamma\,p + v\,\frac{dp}{dv}\right)dv$$

cette équation donne, en kilogrammètres, l'énergie calorifique fournie pour produire la dilatation *dv*.

On peut écrire :

$$E\,dQ = \frac{E\,dQ}{dv}\,dv$$

L'énergie pourra donc être représentée par un rectangle ayant pour base *dv*, et pour ordonnée la quantité d'énergie à fournir par unité de volume que déplace le piston lorsque le volume atteint la valeur *v*.

En d'autres termes, l'énergie à fournir à chaque instant, par unité de volume déplacé, est exprimée par l'ordonnée :

$$a'\,a_1 = \frac{E\,dQ}{dv}$$

de la même manière que le travail développé par unité de volume déplacé par le piston est exprimé par l'ordonnée $a'a$ de la courbe du travail.

L'ordonnée $a'a_1$ peut être considérée comme une pression fictive qui s'exerçant sur le piston, produirait un travail égal au travail extérieur, augmenté de l'accroissement d'énergie intérieure ; la quantité a_1a serait donc la pression fictive qui produirait l'accroissement du travail in-

terne [1]; elle devrait être prise négativement dans le cas de la fig. 9.

Le procédé qui vient d'être exposé est tout à fait général, il s'applique non seulement aux gaz permanents, mais à tout corps qui, pour l'accroissement de volume dv, reçoit une quantité de chaleur dQ ; mais, pour les gaz permanents, l'ordonnée $a'a_1$ résulte immédiatement de l'équation (18) :

$$a'\,a_1 = \frac{E\,dQ}{dv} = \frac{1}{\gamma - 1}\left(\gamma\,p + v\,\frac{dp}{dv}\right)$$

On peut construire la valeur $v\,\frac{dp}{dv}$, qui n'est autre chose que la quantité $m\,n$, obtenue en menant la tangente $a\,n$ à la courbe de détente au point a, et la parallèle $a\,m$ à l'axe des volumes.

Lorsque la courbe de détente est donnée sous forme analytique :

$$pv^k = C^{te}$$

on a :

$$\frac{dp}{dv} = -\,k\,\frac{p}{v}$$

et, par conséquent

$$a'\,a_1 = \frac{\gamma - k}{\gamma - 1}\,p$$

Pour $k = \gamma$, on trouve $a'\,a_1 = o$, ce qui devait être, puisque la détente est adiabatique.

Pour $k = 1$, $a'\,a_1 = p$; la transformation étant isothermique, ce résultat pouvait être prévu, attendu que l'énergie à fournir ne correspond qu'au *travail externe* effectué.

Pour toute valeur de k supérieure à γ, l'ordonnée $a'\,a_1$ est négative, c'est-à-dire que la détente se fait avec perte de chaleur.

Nous trouverons des applications de ce diagramme dans la théorie des moteurs à gaz (110) et des machines à vapeur (150).

1. La dénomination *pression du travail interne*, et la notion correspondante sont dues à Rankine. Les savants ont continué, en Angleterre, à représenter graphiquement le travail interne; Cotterill fait un fréquent usage de la pression du travail interne dans la théorie de la machine à vapeur.

§ IV.

Principe de Carnot.

Ce principe constitue, avec celui de l'équivalence, la base de la thermodynamique (1); bien que nous l'ayions formulé pour les gaz permanents (20), il ne sera pas inutile de revenir sur la notion des cycles, afin de la préciser.

25. — On appelle *cycle fermé*, une série d'opérations (dilatations et compressions) après lesquelles le corps travailleur revient à son état initial.

Carnot a considéré, en particulier, le cycle formé de deux lignes de température constante, et de deux lignes décrites lorsque le corps se détend ou se comprime sans communication de chaleur avec les sources extérieures; nous avons déjà étudié (20) les propriétés de ce cycle pour les gaz permanents.

Quel que soit le corps, on peut concevoir un cycle analogue, ABCD (fig. 10), dont la forme dépend évidemment de la nature du fluide choisi.

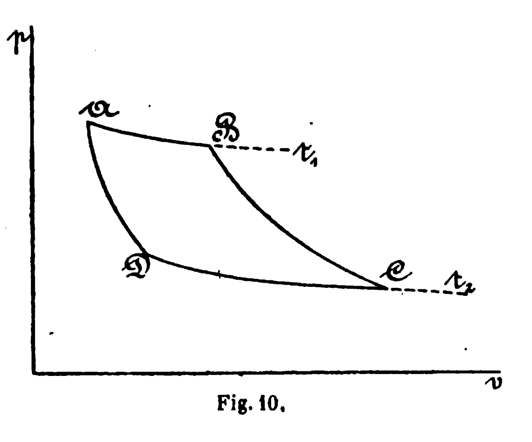


Fig. 10.

Pour le parcours AB, le corps emprunte, à la source t_1, la quantité de chaleur Q_1; pendant la compression CD, il abandonne, à l'extérieur, la quantité de chaleur Q_2, qui lui est enlevée à la température t_2; les transformations BC, DA, qui sont adiabatiques, s'operent à l'intervention de l'énergie intérieure du corps.

1. L'ouvrage intitulé: *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, dans lequel Sadi Carnot a exposé les idées qui lui ont fait formuler ce principe, date de 1824, tandis que le principe de Mayer (1842), même si on le fait remonter à Séguin (1838), est bien postérieur. Carnot dans le seul de ses ouvrages qui ait

Puisque le cycle est fermé, on a, en vertu du principe de l'équivalence, en appelant L le travail effectué :

$$Q_1 - Q_2 = AL$$

ou

$$Q_1 = Q_2 + AL$$

Une partie seulement de la chaleur puisée à la source supérieure est donc transformée en travail, l'autre partie est versée au réfrigérant, qui maintient la température t_2 pendant la compression CD.

Si, en partant du même état initial, A, on accomplit le cycle en sens inverse en dépensant le travail L, on empruntera au réfrigérant la quantité de chaleur Q_2, qui, en s'ajoutant à celle qui correspond au travail dépensé, amènera à la source t_1 la quantité de chaleur Q_1 qui vaut $Q_2 + AL$.

On voit que, à l'intervention du travail L, la quantité de chaleur Q_2 a été déplacée, et a passé du réfrigérant à la source supérieure ; la quantité AL provient du travail cédé, elle n'existait pas dans les sources avant l'opération.

26. — *Réversibilité.* — Les cycles sont réversibles lorsqu'ils peuvent être effectués indifféremment dans les deux sens, moyennant un simple changement dans les signes des échanges et des travaux développés.

Pour qu'un cycle soit réversible, il faut que le corps possède à chaque instant une température égale à celle de la source avec laquelle se fait

été publié de son vivant, admet la matérialité du calorique, idée courante a son époque, et que Rumford avait peut être été seul à attaquer. Ainsi, Carnot suppose que, dans les machines thermiques, il y a *chute de température*, mais non diminution du calorique; il assimile la température à la hauteur d'eau dans les machines hydrauliques, et la chaleur au poids, tandis que c'est une fonction découverte par Clausius et nommée *entropie*, qui est assimilable au poids.

Le principe formulé par Sadi Carnot ne pouvait donc être exact, on trouve en effet, à la page 6 des *Réflexions*:

« La production de la puissance motrice est donc due, dans les machines à « vapeur, non à une consommation réelle de calorique, mais à son transport « d'un corps chaud à un corps froid. »

Carnot a découvert, à la fin de sa vie, le *principe de l'équivalence*, qui l'aurait sans doute conduit à apporter à son premier théorème la correction faite beaucoup plus tard par Clausius, qui a donné le véritable énoncé du second principe expérimental, mais en lui conservant le nom de principe de Carnot: malgré l'erreur aujourd'hui évidente à laquelle l'hypothèse de la matérialité du calorique avait entraîné cet homme illustre, ses considérations sur les machines à feu sont presqu'entièrement vraies, et il est incontestable qu'il est l'auteur de la théorie des machines à chaleur.

l'échange de chaleur, et une pression égale à celle du milieu extérieur [1] sur lequel il agit, ou dont il reçoit l'action ; lorsque ces conditions sont réalisées, une différence infiniment petite de température ou de pression détermine le sens de la transformation.

Si ces conditions n'étaient pas remplies : par exemple, si le corps, pendant la communication avec la source de chaleur, prenait une température inférieure, d'une quantité finie, à celle t_1 de la source, on ne pourrait concevoir la transformation inverse, puisque le corps, pour restituer de la chaleur à la source, devrait posséder une température au moins égale à la sienne ; les températures du corps différeraient donc d'une quantité finie pendant les deux parcours. On peut facilement étendre ce raisonnement à l'échange qui s'opère avec le réfrigérant, de même qu'aux pressions du fluide relativement au milieu extérieur.

Les propriétés que nous avons à étudier dans ce paragraphe s'appliquent surtout aux transformations réversibles.

27. — *Postulatum de Clausius.* — La chaleur peut passer, dans une infinité de circonstances, d'un corps chaud à un corps froid, soit en totalité et spontanément, sans produire de travail, soit en partie, comme dans tout cycle où il y a production de travail; nous avons vu (25) qu'elle peut aussi passer du corps froid au corps chaud, lorsque du travail est communiqué au fluide qui opère le transport. *Clausius* a basé la démonstration du second principe sur le *postulatum* suivant :

La chaleur ne peut passer, d'elle-même, d'un corps sur un corps plus chaud.

Ce *postulatum* repose sur l'expérience ; on a essayé de lui opposer un certain nombre de faits, mais dans chaque cas, une interprétation exacte a démontré que la contradiction n'était qu'apparente [2]. On conçoit du reste, que la chaleur vaut à la fois par sa quantité, et par la température à laquelle elle est fournie ; s'il en était autrement, les masses naturelles très importantes, comme l'eau des mers, l'air atmosphérique, pourraient servir à échauffer d'autres corps en quantité limitée, par exemple l'eau d'un générateur, et procurer une *puissance gratuite*.

1. Il n'arrive presque jamais que la résultante des pressions du fluide sur l'organe mobile qui en reçoit l'action soit égale à la résistance statique appliquée à cet organe; on pourrait donc croire que la condition énoncée est rarement remplie; mais ce serait une erreur, car les organes mobiles ont toujours une masse relativement grande qui, par son inertie, rétablit l'équilibre dans la plupart des cas.
2. **Hirn.** — Ouvrage cité, t. I, p. 255.

28. — *Principe de Carnot.* — *Pour tous les corps fonctionnant suivant des cycles de Carnot entre deux températures déterminées, le rapport de la quantité de chaleur $Q_1 - Q_2$ transformée en travail, à la quantité de chaleur Q_1, empruntée à la source supérieure, ne dépend que de la température des sources, et nullement de la nature du corps envisagé, ni de l'étendue de ses transformations isothermiques.*

Pour démontrer ce principe, considérons deux machines, M, M' fonctionnant au moyen de deux corps différents, entre les températures t_1, t_2; elles empruntent à la source supérieure les quantités de chaleur Q_1, Q'_1, et abandonnent au réfrigérant les quantités Q_2, Q'_2. Le principe de Carnot exprime que, pour ces deux machines, on a la relation :

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{Q'_1 - Q'_2}{Q'_1}$$

ou, ce qui revient au même :

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q'_1 - Q'_2} = \frac{Q_1}{Q'}$$

Supposons que l'on ait :

$$Q_1 - Q_2 = m\,(Q'_1 - Q'_2)$$

m étant un nombre entier quelconque. (La démonstration s'étend, sans qu'il soit nécessaire d'insister, au cas où m serait remplacé par le rapport de deux nombres premiers, ou par une quantité incommensurable).

Les deux machines peuvent être reliées de telle manière que la première accomplisse son cycle dans le sens direct, pendant que la seconde effectue le sien m fois dans le même temps et en sens inverse; pour cette opération, la machine M enlève à la source supérieure la quantité de chaleur Q_1, la machine M' apporte à la même source la quantité de chaleur mQ'_1 (25); en vertu du *postulatum de Clausius*, il faut que l'on ait, en remarquant que l'ensemble des deux machines n'effectue aucun travail :

$$Q_1 \geqq m\,Q'_1$$

Effectuons l'opération en sens inverse : puisque les cycles sont réversibles, la machine M versera à la source supérieure la quantité de chaleur Q_1, et la machine M' puisera à cette source la quantité de chaleur mQ'_1; il faut encore, d'après le *postulatum* :

$$Q_1 \leqq m\,Q'_1$$

Il n'est possible de concilier les deux conditions trouvées que si l'on a :

$$Q_1 = m Q'_1$$

On a donc :

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q'_1 - Q'_2} = \frac{Q_1}{Q'_1}$$

ou :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q'_1}{Q'_2}$$

Cette équation existe quel que soit le corps travailleur, le rapport $\frac{Q_1}{Q_2}$ est donc indépendant de la pression ou du volume particulier de chaque corps, il ne saurait être fonction que des températures des deux sources ; c'est, du reste, ce qui résulte de la valeur déjà trouvée pour les gaz permanents (20) :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{a + t_1}{a + t_2}$$

$a + t$ est une fonction de la température que nous appellerons désormais la *température absolue* ; elle exprime la température comptée à partir d'un zéro fictif, situé à 273° sous l'origine de l'échelle du thermomètre centigrade (19). Cette température absolue sera toujours désignée par le symbole T. Nous avons donc, pour tous les corps accomplissant des cycles de Carnot entre les mêmes températures :

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = o$$

Cette équation, qui traduit le *principe de Carnot*, peut être écrite autrement, car si l'on prend, pour le cycle fermé, l'expression :

$$\int \frac{dQ}{T}$$

on a, en remarquant que dQ est nul pour les transformations adiabatiques, et que T prend pour les isothermiques les valeurs T_1 et T_2 :

$$\int \frac{dQ}{T} = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$$

ou :

(19) $$\int \frac{dQ}{T} = o$$

29. — ***Extension à un cycle fermé quelconque.*** — On démontre facilement que l'équation (19) s'applique à un cycle composé, comme celui de la figure 11, par la réunion de plusieurs cycles de Carnot ; car, à toute transformation *ab*, correspond, dans le cycle *abcd*, une transformation *cd*, comprise entre les mêmes lignes adiabatiques, et parcourue en sens contraire : quant aux transformations adiabatiques, telles que MN, elles n'interviennent pas dans la chaleur fournie.

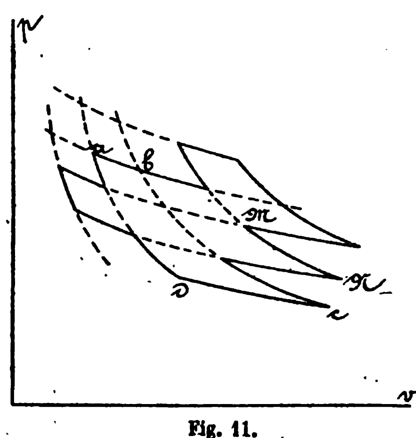


Fig. 11.

Considérons maintenant le cas d'un cycle fermé quelconque (fig. 12) : appelons *d*Q la quantité de chaleur fournie pour un parcours élémentaire *mn*, à la température variable T, l'élément de l'intégrale est :



$$\frac{dQ}{T}$$

Faisons passer par *m* et *n* les adiabatiques μ et ν ; soit *mm'* la ligne de transformation du corps à la température T. La quantité de chaleur, *d*Q, nécessaire pour opérer la transformation *mn*, est la même, à un infiniment petit du second ordre près, que celle à fournir pour la transformation *mm'n*, car la différence correspond au travail représenté par le triangle curviligne *mm'n*.

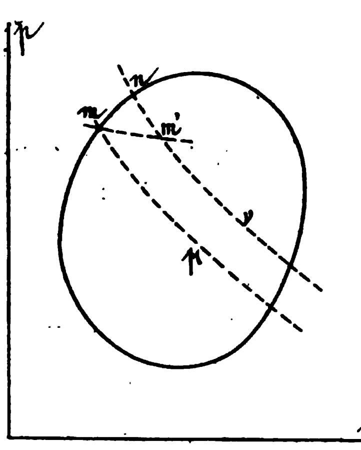


Fig. 12.

Or, la quantité de chaleur nécessaire pour opérer la transformation *mm'n* se réduit, puisque *m'n* est adiabatique, à celle fournie le long de l'isothermique T.

L'expression :

$$\int \frac{dQ}{T}$$

relative à un cycle quelconque, est donc la même que celle qui se rapporte au cycle composé inscrit, et formé de cycles de Carnot élémentaires. Or, on a, pour ce cycle composé, lorsque le parcours est fermé :

$$\int \frac{dQ}{T} = o$$

30. — *Entropie.* — L'intégrale ci-dessus, qui s'annule pour un contour fermé, doit être, pour un état quelconque du corps, une fonction de cet état, c'est-à-dire des variables qui le caractérisent; en d'autres termes, il existe, pour tous les corps, une fonction S, intégrale de $\frac{dQ}{T}$; c'est à cette fonction que Clausius a donné le nom d'*entropie*.

Nous avons fait remarquer au numéro 6, que dQ n'est la différentielle d'aucune fonction, il n'en est pas de même de $\frac{dQ}{T}$; T joue à l'égard de dQ le rôle de facteur d'intégrabilité. Cette propriété de la fonction T (ou $a + t$) s'est vérifiée pour les gaz, équations (2), (3) et (4).

Toute transformation adiabatique, $dQ = 0$, laisse à l'entropie une valeur constante ; chaque adiabatique est donc caractérisée par une valeur constante de la fonction S.

Supposons qu'il s'agisse, en particulier, d'un gaz parfait, nous aurons, d'après l'équation (4), n° 9, pour une transformation finie quelconque, MN (fig. 13) :

$$S'' - S' = \int_M^N \frac{dQ}{T} = C\, l_n \frac{v''}{v'} + c\, l_n \frac{p''}{p'}$$

ou :

$$S'' - S' = l_n\, v''^C\, p''^c - l_n\, v'^C\, p'^c$$

Pour une transformation quelconque, le second membre est différent de zéro, tandis que, pour l'adiabatique μ passant par le point M, on a, pour tout point tel que P dont l'entropie est S_2 :

$$S_2 - S' = o.$$

L'entropie figure toujours dans les équations par son accroissement, depuis un certain état initial.

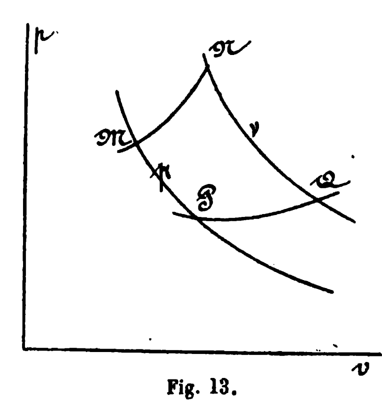


Fig. 13.

31. — Considérons, entre les deux adiabatiques μ, ν, des transformations quelconques MN, PQ; *la variation de l'entropie est la même* pour toutes ces transformations.

En effet, pour amener le corps de l'état M à l'état Q, la variation d'entropie doit être la même quelle que soit la succession des transformations intermédiaires ; on a donc :

$$\int_M^N \frac{dQ}{T} + \int_N^Q \frac{dQ}{T} = \int_M^P \frac{dQ}{T} + \int_P^Q \frac{dQ}{T}$$

et, en remarquant que l'entropie est constante pour les parcours NQ, MP, on obtient la démonstration de la propriété énoncée.

Lorsque la transformation MN, au lieu d'être quelconque, est isothermique et se fait à la température T :

$$S'' - S' = \int_M^N \frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T}$$

ou :

$$Q = (S'' - S')\,T$$

Puisque S" — S' est constant entre les mêmes adiabatiques, la chaleur à fournir, entre deux adiabatiques données, pour effectuer des transformations isothermiques, est proportionnelle à la fonction T de la température à laquelle se fait l'échange de la chaleur.

La fonction T est celle que nous avons déjà désignée par température absolue ; la notion de température, conventionnelle jusqu'ici, est donc précisée (1).

1. Il n'est pas inutile de remarquer que la température, définie par comparaison et au moyen d'une échelle thermométrique, n'est pas une grandeur physique susceptible d'addition. Le théorème de Carnot, qui établit une relation d'une simplicité inattendue entre les rapports des quantités de chaleur et ceux des températures absolues, nous permettrait de dire : la température absolue est une quantité à laquelle est proportionnelle, entre deux adiabatiques données, la chaleur cédée à un corps, quelle que soit la nature de ce corps. A une température T, double, correspond une quantité de chaleur cédée double, etc.... V. Lippmann, ouvrage cité p. 64.

32. — Une ligne isothermique AB, (fig. 14), ne peut couper une adiabatique C en deux points, car on pourrait imaginer un cycle dans lequel la chaleur serait empruntée à la température T_1 ; le corps, en revenant à son état primitif suivant la ligne BCA ne ferait pas varier l'entropie, on aurait donc, pour la transformation AB :

$$\frac{Q_1}{T_1} = o,$$

c'est-à-dire $Q_1 = 0$; il n'y aurait aucune dépense de chaleur, tandis qu'il y aurait du travail produit.

On peut exprimer cette propriété en disant qu'une machine ne peut fonctionner au moyen d'une seule source de chaleur.

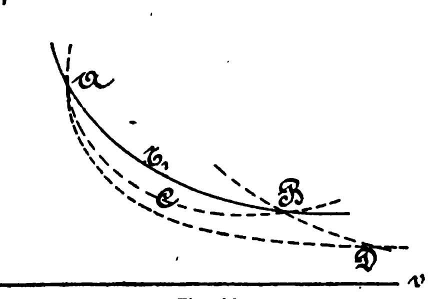


Fig. 14.

Comme la propriété est vraie, quelque rapprochés que soient les points A et B, on en déduit que l'*isothermique ne peut être tangente à l'adiabatique*.

On serait conduit à la même conséquence impossible, si l'on supposait que les deux adiabatiques passant par A et B pussent se rencontrer au point D, car, dans le parcours du cycle ABDA, les transformations BD,DA, ne feraient pas varier l'entropie.

Enfin, il est évident que deux isothermiques ne peuvent en général se rencontrer, sinon, le point d'intersection correspondrait à deux états différents, définis par la même pression et le même volume.

Les corps peuvent cependant faire exception à cette règle lors du changement d'état, par exemple lorsque la vapeur saturée passe à l'état de surchauffe ou *vice-versa*.

Le signe de dQ reste le même lorsque l'on suit l'isothermique d'une manière continue, car dQ ne pouvant changer de signe sans passer par une valeur nulle, il y aurait en ce point un élément commun à l'adiabatique et à l'isothermique (1).

33. — *Equation de Clapeyron.* — Les équations établies au n° 9, si utiles pour l'étude des gaz permanents, sont spéciales à ces fluides.

1. Cette série de théorèmes n'avait pas été formulée, à notre connaissance avant M. Poincaré.

Lorsqu'il s'agit de corps quelconques, et en particulier de vapeurs, on peut étudier les transformations isothermiques au moyen de l'équation de Clapeyron, qui se déduit facilement du second principe.

Considérons un cycle de Carnot (fig. 15) composé de deux lignes isothermiques dont les températures diffèrent infiniment peu; on aura, en appelant Q et Q + dQ les quantités de chaleur correspondant aux températures T et T + dT :

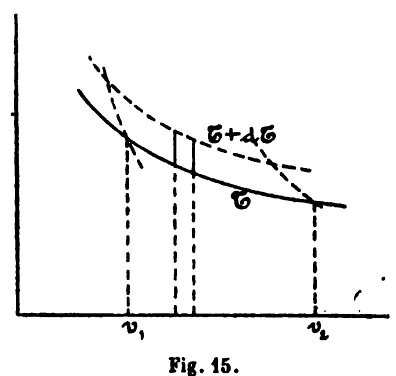


Fig. 15.

$$dQ = Q \frac{dT}{T}$$

D'autre part, en vertu du principe de l'équivalence, si nous appelons dL le travail accompli dans le parcours du cycle :

$$dQ = A\,dL$$

Or,

$$dL = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dp}{dT}\,dT\,dv$$

l'expression

$$\frac{dp}{dT}\,dT$$

est la différentielle de la pression par rapport à la température seulement : elle devra être tirée de l'équation fondamentale du corps dans laquelle v sera considéré comme constant.

En rapprochant les égalités ci-dessus, on trouve :

$$Q = AT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dp}{dT}\,dv \tag{20}$$

Telle est l'équation trouvée par Clapeyron (1), qui donne l'expression générale de la chaleur à fournir pour la transformation isothermique.

1. Plus exactement, Clapeyron avait tiré de l'énoncé faux du théorème de Carnot, l'équation :

$$Q = \frac{1}{\varphi\,(T)} \int \frac{dp}{dT}\,dv$$

La fonction φ (T) était inconnue. L'erreur fondamentale n'a pas entaché ce

34. — Nous pouvons immédiatement vérifier cette équation pour les gaz permanents, dont les propriétés nous sont déjà connues. On a, pour ceux-ci :

$$pv = \mathrm{RT}$$

et

$$\frac{dp}{d\mathrm{T}} = \frac{\mathrm{R}}{v}$$

d'où :

$$\mathrm{Q} = \mathrm{ART}\int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v}$$

C'est, sous une forme un peu différente, l'équation (8) du n° 14.

§ V.

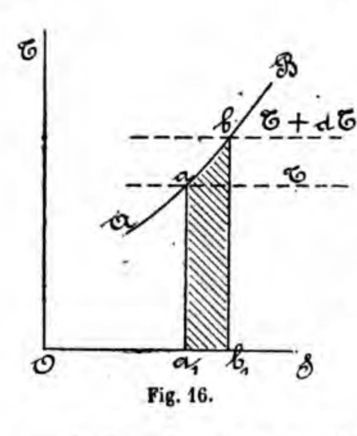
Diagramme de l'entropie et de la température. Cycles de rendement maximum.

35. — Nous avons rencontré (n°s 22 et 24) divers modes de représentation graphique de la chaleur à fournir pour effectuer une transformation quelconque; ces procédés, étudiés à propos des gaz permanents, s'appliquent également à un corps quelconque; ils sont assez compliqués, et la difficulté provient de ce que le diagramme ordinaire, construit au moyen du volume et de la pression, ne fait pas connaître explicitement la valeur de l'énergie intérieure.

On doit à M. Th. Belpaire [1] un nouveau mode de représentation, qui consiste à porter en abscisses l'entropie du corps (ou son accroissement depuis un certain état initial déterminé pour lequel on suppose l'entropie égale à zéro), et en ordonnées la température T. On obtient ainsi une courbe AB (fig. 16); pour chaque élément *ab*, on a :

résultat, à cause de la considération du cycle infiniment petit. La fonction $\varphi(\mathrm{T})$ est donc égale à $\frac{1}{\mathrm{AT}}$; c'est Clausius qui a donné à l'équation de Clapeyron la forme sous laquelle elle est connue et employée aujourd'hui.

1. Voir la note de l'*Avant-Propos*.


Fig. 16.

$$a_1 b_1 = \frac{dQ}{T}$$

$$aa_1 = T$$

La surface $ab\, b_1 a_1$ représente, par conséquent, la chaleur dQ. On peut toujours construire ce diagramme chaque fois que l'on connait l'entropie :

$$O\, a_1 = \int \frac{dQ}{T}$$

pour la transformation considérée.

Dans ce mode de représentation, les isothermiques sont caractérisées par des lignes droites parallèles à OS, tandis que les adiabatiques sont parallèles à OT.

La ligne AB sera, pour la simplicité du langage, appelée diagramme entropique.

36. — *Diagramme entropique pour les gaz.* — Proposons-nous de trouver le diagramme entropique correspondant, pour l'unité de poids d'un gaz permanent, à la loi de détente :

$$pv^k = p_1 v_1^k$$

On a, pour ce corps (éq. 2) :

$$\frac{dQ}{T} = c\,\frac{dT}{T} + (C - c)\,\frac{dv}{v}$$

Pour trouver $\int \frac{dQ}{T}$, il faut, dans cette équation, remplacer v en fonction de la température en nous servant de la loi de détente donnée, ainsi que de la relation fondamentale des gaz :

$$pv = RT$$

Ces deux équations donnent, par l'élimination de p

$$RT\, v^{k-1} = p_1 v_1^k$$

d'où :

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{k-1}\,\frac{dT}{T}$$

et, en remplaçant dans l'expression de dQ :

$$\frac{dQ}{T} = c\frac{k-\gamma}{k-1}\frac{dT}{T}$$

qui, par l'intégration, donne :

$$S - S_1 = \int_{T_1}^{T}\frac{dQ}{T} = c\frac{k-\gamma}{k-1}l_n\frac{T}{T_1}$$

Choisissons, comme point initial, celui pour lequel la température est T_1 l'entropie ayant une valeur arbitraire S_1 ; nous pourrons, pour chaque valeur de T, trouver l'expression $S - S_1$, et par conséquent, construire le diagramme entropique.

On peut avoir les cas suivants :

1°) $k > \gamma$). La valeur $S - S_1$ est positive pour toute valeur de T supérieure à T_1 ; lorsque k tend vers l'infini, on a une transformation à volume constant, car :

$$p^{\frac{1}{k}}v = C^{te}$$

et

(21) $$S - S_1 = cl_n\frac{T}{T_1}$$

Cette transformation est représentée par Mc, Mc' (fig. 17).

2°) $k = \gamma$). On a $S - S_1 = o$, quelle que soit la température : c'est le cas des lignes adiabatiques ; on a MA pour la compression, et MA' pour l'opération inverse.

3°) $\gamma > k > 1$). C'est le cas où la igne de détente est comprise entre l'adiabatique et l'isothermique, c'est-à-dire où la compression a lieu avec un enlèvement de chaleur, et où la détente s'opère sous l'influence d'une certaine quantité de chaleur fournie. On constate que l'entropie diminue lorsque la température augmente, attendu que $k - \gamma$ est négatif ; cette transformation répond à MB, MB'.

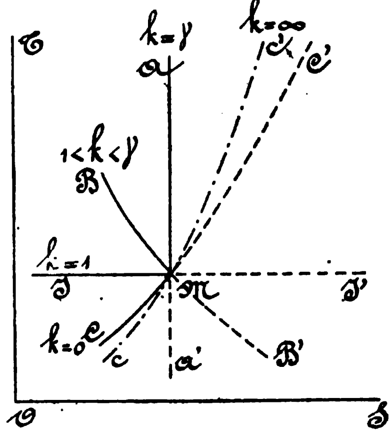


Fig. 17.

4°) $k = 1$). On a $T = T_1$, la ligne est isothermique; on peut trouver l'entropie en faisant $dt = o$ dans l'équation différentielle; on trouve :

$$S - S_1 = (C - c)\, l_n \frac{v}{v_1}$$

MI correspond à la compression, et MI' à la détente.

5°) $k = o$) ou $p = C^{te}$, on a :

$$S - S_1 = C\, l_n \frac{T}{T_1} \tag{22}$$

La transformation est représentée par MC' pour la compression, et MC pour la détente. Les cas les plus intéressants, au point de vue des applications sont les transformations à volume constant (éq. 21), et à pression constante (éq. 22); pour ces transformations, la température variant en progression géométrique, l'entropie varie en raison arithmétique; lorsque l'on possède deux points de chaque courbe, il est facile d'en déduire les autres.

Les équations (21) et (22) auraient pu être trouvées directement, car on a, pour les transformations auxquelles elles s'appliquent respectivement :

$$dQ = c\, dT \qquad dQ = C\, dT$$

d'où :

$$\frac{dQ}{T} = c \frac{dT}{T} \qquad \frac{dQ}{T} = C \frac{dT}{T}$$

relations qu'il suffit d'intégrer.

37. — Lorsque deux lignes de transformation se coupent, il en est de même de leurs transformées entropiques; en effet, soient AB, AC (fig. 18), deux lignes de transformation qui se coupent au point A; supposons d'abord que AC soit isothermique; menons l'adiabatique ab qui passe par le point a, infiniment voisin de A. Soit $A_1\, a_1$ la transformée entropique de Aa, $a_1\, b_1$ celle de ab. Comme la quantité de chaleur nécessaire pour parcourir le cycle Aab est infiniment petite du second ordre,

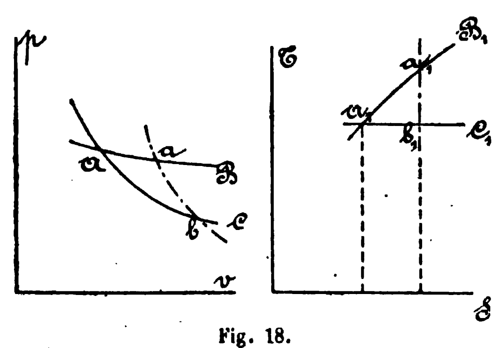


Fig. 18.

le triangle curviligne $A_1 a_1 b_1$, qui représente cette différence, (et dont la base $A_1 b_1$, ou $\frac{dQ}{T}$ se rapportant à Ab, est infiniment petite du premier ordre) doit être aussi du second ordre, donc $a_1 b_1$ et $A_1 b_1$ sont du même ordre, et les éléments $A_1 a_1$, $A_1 b_1$ ont des directions différentes.

Cette propriété s'étend évidemment au cas où la ligne AC, au lieu d'être isothermique, serait quelconque, car il suffirait de répéter la même démonstration, en menant par A la ligne isothermique.

Lorsque les lignes de transformation se rencontrent en deux points, A, B, il en est de même de leurs transformées entropiques; car, pour chacun des points d'intersection, l'état est le même dans les deux lignes de transformation : donc, la température est la même; en outre, quel que soit le parcours suivi entre les deux points d'intersection, l'accroissement d'entropie est le même du point A au point B.

Lorsque les points A et B se rapprochent indéfiniment, il en est de même des points A_1 et B_1, qui les représentent sur le diagamme entropique; donc, lorsque les lignes de transformation sont tangentes, leurs transformées entropiques le sont également.

Ces propriétés sont générales, et s'appliquent à un corps quelconque.

38. — *Cycle de Carnot pour un corps quelconque.* — Le cycle de Carnot se traduit, dans le mode de représentation que nous considérons, par le rectangle A B C D (fig. 19).

La quantité de chaleur empruntée à la source supérieure est représentée par le rectangle A_1 B, celle versée au réfrigérant par le rectangle A_1 C; la différence, donnée par le rectangle AC, est donc transformée en travail. Sous cette forme, le rendement du cycle apparaît d'une manière évidente.

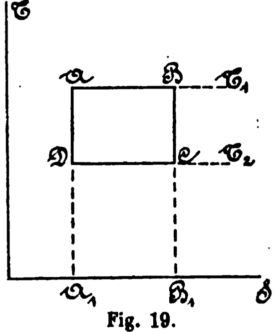


Fig. 19.

39. — *Le cycle de Carnot est un cycle de rendement maximum.* — En effet, considérons un cycle quelconque réversible, MNUV (fig. 20), dans lequel la chaleur est reçue et cédée à des températures variables ; nous allons démontrer que le rapport de la quantité de chaleur transformée

en travail à la quantité de chaleur dépensée, est moindre que pour le cycle de Carnot réalisé entre les températures extrêmes du cycle quelconque.

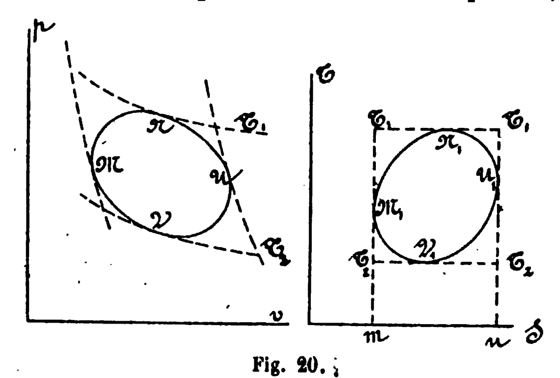


Fig. 20.

Circonscrivons au cycle considéré un cycle de Carnot; les températures extrêmes, qui sont celles des lignes isothermiques, sont T_1 et T_2.

Construisons les transformées des deux cycles ; en vertu des remarques faites au numéro 37, le cycle transformé $M_1 N_1 U_1 V_1$ sera tangent aux quatre côtés du rectangle qui représente le cycle de Carnot. On a pour la chaleur dépensée :

$$q_1 = m\,M_1\,N_1\,U_1\,u$$

pour la chaleur versée à la source inférieure :

$$q_2 = m\,M_1\,V_1\,U_1\,u$$

et pour la chaleur transformée en travail :

$$q_1 - q_2 = M_1\,N_1\,U_1\,V_1$$

Le rendement du cycle est :

$$\frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{M_1\,N_1\,U_1\,V_1}{m\,M_1\,N_1\,U_1\,u}$$

Or, on a :

$$\frac{M_1\,N_1\,U_1\,V_1}{m\,M_1\,N_1\,U_1\,v} < \frac{M_1\,T_1\,T_1\,U_1\,V_1}{m\,T_1\,T_1\,u} < \frac{T_1\,T_1\,T_2\,T_2}{m\,T_1\,T_1\,u}$$

ou

$$\frac{q_1 - q_2}{q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

40. — Le rendement du cycle de Carnot est d'autant plus élevé, que l'écart des températures extrêmes, rapporté à la température la plus élevée, est plus grand. On voit qu'il y a avantage à abaisser la température T_2 du réfrigérant plutôt qu'à élever celle de la source supérieure, parce que, par ce dernier moyen, on ajoute une même quantité aux

deux termes de la fraction qui exprime le rendement, tandis qu'en abaissant la température du réfrigérant, on n'agit que sur le numérateur de cette fraction.

Pratiquement, la température T_2 ne peut être abaissée en dessous de la température du milieu ambiant; il y a des cas où cette température dépend de la nature du fluide : ainsi, dans les machines à vapeur sans condensation, bien que le réfrigérant soit le milieu atmosphérique, la température T_2 ne peut descendre sous $273 + 100^{\circ}$. Cette anomalie tient à la nature physique du fluide qui sert d'agent de transformation.

41. — *Autres cycles de rendement maximum.* — Considérons un cycle dont la transformée entropique soit $A_1 B_1 c_1 d_1$, c'est-à-dire composé de deux lignes isothermiques $A_1 B_1$, $c_1 d_1$, et de deux transformations $B_1 c_1$, $A_1 d_1$ telles que celles-ci soient superposables (fig. 21). Supposons, en outre, que la chaleur à enlever pour accomplir la transformation $B_1 c_1$, qui est représentée par la surface $c' c_1 B_1 C'$, soit tenue en dépôt au lieu d'être versée au réfrigérant. Elle pourra servir à accomplir la transformation $d_1 A_1$, car, d'après l'hypothèse, les lignes $d_1 A_1$ et $c_1 B_1$ étant superposables, les surfaces bordées de hachures sont égales.

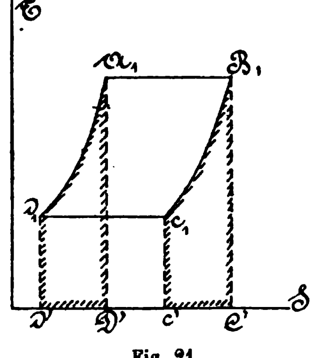


Fig. 21.

La chaleur empruntée à la source supérieure est donc $A_1 C'$, celle versée à la source inférieure est $d_1 c'$ et la chaleur transformée en travail est $A_1 B_1 c_1 d_1$, c'est-à-dire la même que pour le cycle de Carnot; les échanges de chaleur entre le corps et les *sources* étant les mêmes que pour ce cycle, on voit que le mode de fonctionnement indiqué est, au point de vue du rendement, équivalent à celui du cycle de Carnot.

Les lignes $B_1 c_1$, $A_1 d_1$ sont quelconques, pourvu qu'elles soient superposables; il y a, par conséquent, une infinité de cycles de rendement maximum.

La condition nécessaire et suffisante pour que les lignes $A_1 d_1$, $B_1 c_1$, soient superposables, et que, pour une même valeur T de la température, on ait, pour ces deux lignes, des valeurs identiques de $\frac{dT}{dS}$.

Nous savons déjà que, pour un gaz permanent, équations (21) et (22),

les lignes à pression constante ainsi que celles à volume constant donnent, entre les mêmes températures, des transformées entropiques superposables.

D'une manière plus générale, soit :

$$pv^k = C_o$$

C_o étant une constante, la ligne de transformation traduite sur le diagramme entropique par $B_1\ c_1$, et pour laquelle on a (n° 36) :

$$dS = \frac{dQ}{T} = c\ \frac{k-\gamma}{k-1}\frac{dT}{T}$$

Pour la ligne $A_1\ d_1$, dS devra avoir la même valeur pour la même température ; cette condition sera évidemment réalisée, si l'équation de la ligne de transformation est :

$$p'\ v'^k = C'_o$$

C'_o étant une constante.

En tenant compte de l'équation caractéristique des gaz, les équations des deux lignes peuvent s'écrire :

$$RT\ v^{k-1} = C_o$$

$$RT v'^{k-1} = C'_o$$

On aura donc, entre les volumes occupés par le gaz pour une même valeur de T :

$$\frac{v^{k-1}}{v'^{k-1}} = \frac{C_o}{C'_o}$$

Les volumes correspondant, dans les deux lignes, à une même température, sont dans un rapport constant ; il en est donc de même aussi des pressions.

Dans les figures 22 et 22 *bis*, sont représentés deux cycles, EFCD, GHCD formés de deux lignes isothermiques et de lignes de volume

constant et de pression constante, ainsi que le cycle de Carnot ABCD.

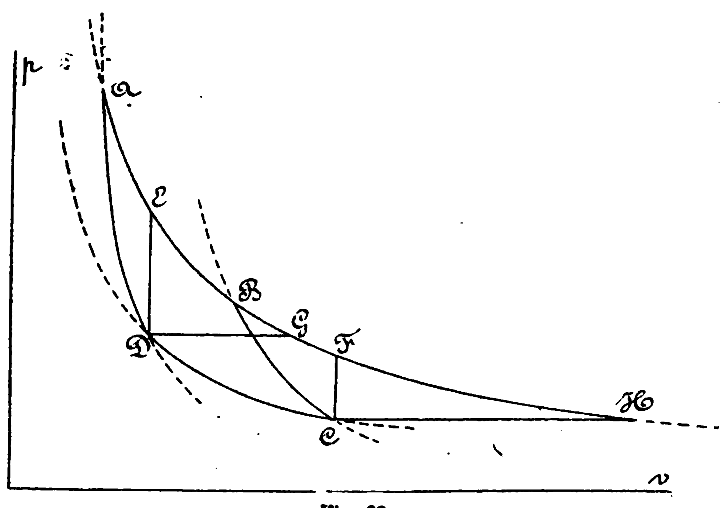


Fig. 22.

Les transformations entropiques de ces cycles sont représentées par les figures marquées des mêmes lettres, mais affectées d'un indice.

La ligne

$$pv^k = C_0$$

choisie pour les gaz comme type de transformation destinée à remplacer l'adiabatique du cycle de Carnot, se confond avec l'adiabatique, lorsque

$$k = \gamma$$

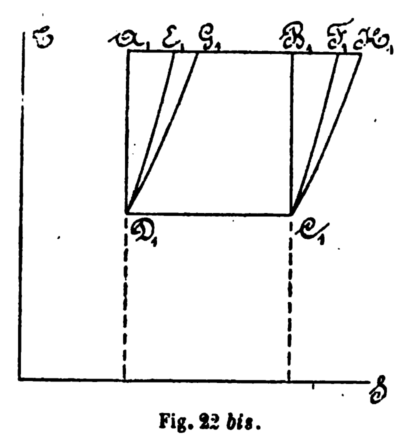


Fig. 22 *bis*.

On voit que le cycle de Carnot est un cas particulier de ceux définis par deux isothermiques et deux lignes conjuguées du genre de celles considérées ici, appelées *isodiabatiques* par Rankine; mais le cycle de Carnot présente un grand avantage, c'est que les transformations adiabatiques s'effectuent sans perte ni gain de chaleur, tandis que celles qui les remplacent dans les cycles de rendement maximum exigent que la

chaleur soit tenue en réserve pour opérer la compensation des échanges thermiques nécessaires dans le parcours des lignes *isodiabatiques*.

Cette condition, très difficile à réaliser pratiquement, est depuis longtemps l'objectif des chercheurs qui travaillent au perfectionnement des machines à air chaud (chap. III).

§ VI.

Transformations non réversibles [1].

42. — Une opération non réversible est celle dans laquelle les conditions indiquées au numéro 26 ne sont pas réalisées. Ainsi, dans l'expérience de Joule (8), la transformation du gaz qui s'écoule du récipient où il est comprimé, dans le ballon à pression plus basse, n'est pas réversible ; en effet, la pression du gaz n'est pas à chaque instant équilibrée par une contre-pression égale. L'opération que l'on produit dans le briquet pneumatique pour enflammer l'amadou par la compression de l'air n'est pas réversible [2] ; car la masse du petit piston étant négligeable, la pression qu'il exerce sous l'influence de la poussée qu'il reçoit est supérieure d'une quantité finie et très grande, à la pression que le gaz lui oppose, de telle sorte que l'opération ne pourrait pas être accomplie en sens inverse sous l'influence des mêmes pressions.

Le principe de l'équivalence s'applique à toutes les opérations, réversibles ou non ; certains procédés de détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur comportent même des opérations non réversibles. Mais le principe de Carnot n'est applicable qu'aux opérations réversibles.

D'ailleurs, même dans l'application du premier principe aux opérations non réversibles, il y a lieu de remarquer que les états du corps entre lesquels on fait cette application doivent être parfaitement définis ; car à température égale, l'énergie totale d'un gaz qui n'est pas en repos dépend évidemment de sa force vive, ou de l'intensité des mouvements tumultueux qui se produisent dans sa masse ; il y a donc lieu de tenir compte de ces mouvements, ainsi que de la vitesse d'ensemble dont le

1. Zeuner, ouvrage cité p. 84.
2. Madamet, ouvrage cité p. 134.

corps pourrait être animé dans toutes ses molécules, aussi bien à l'instant initial qu'à l'instant final.

48. — Supposons que le corps subisse une opération non réversible en se détendant, par exemple, sans éprouver de la part du milieu extérieur une résistance égale à sa pression ; portons, pour chaque valeur du volume, la pression extérieure, représentée par la ligne AB (fig. 23) la différence entre la transformation considérée et un phénomène réversible est que, pour chaque valeur du volume qu'il occupe, le corps, au lieu d'être en repos et en équilibre, est à l'état de mouvement tumultueux, et que, si on arrêtait brusquement la transformation en immobilisant le piston sans plus fournir de chaleur, la pression s'élèverait jusqu'au point A' pour la position *a* du piston ; d'une manière générale, cette pression atteindrait les divers points d'une certaine courbe A' B' pour des positions quelconques du piston situées entre *a* et *b*. (Nous pouvons supposer, pour simplifier le langage, que le piston ait une surface égale à l'unité, de cette manière les abscisses représentent indifféremment les déplacements du piston ou le volume du corps).

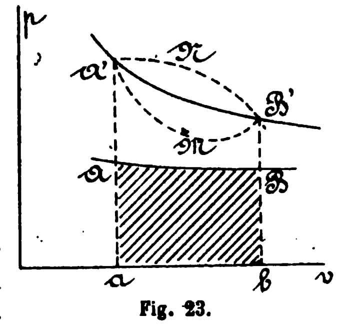


Fig. 23.

Pendant la transformation AB, le travail effectué sur les corps extérieurs par le fluide évoluant est représenté par la surface *a*AB*b*, mais l'énergie n'est nullement définie par les points figuratifs A, B, comme elle le serait pour une transformation réversible ; elle est, au contraire, définie par les points A', B', de la courbe A' B', qu'on pourrait appeler la courbe d'équilibre.

Le principe de l'équivalence, appliqué à la transformation AB, donne :

$$Q' = A (U_1 - U_0) + A \int_A^B pdv$$

L'équation est identique à celle que nous connaissons, mais U_0, U_1 se rapportent aux états d'équilibre A', B'.

La transformation peut être telle, du reste, que l'état initial et l'état final soient des états d'équilibre ; dans ce cas, la ligne des pressions est figurée par A' M B', et U_0, U_1, se rapportent aux états initial et final de la transformation.

44. — D'après l'allure des courbes tracées, on voit que le travail effectué pendant la détente non réversible est inférieur à celui qui correspondrait à la courbe A' B'; lorsque le trajet est réversible, les courbes AB et A'B' se confondent.

Réciproquement, la compression irréversible ne peut se produire que par l'effet d'une pression extérieure supérieure à la force élastique du corps; lorsque l'on suppose, en particulier, que les états extrêmes B' et A' correspondent à l'équilibre, la courbe du travail extérieur exercé sur le corps est B' N A', et ce travail est supérieur à celui qui devrait être développé pour produire une compression réversible entre les points B', A'.

On peut imaginer un cycle dans lequel la première transformation comporte une dilatation non réversible, en présence d'une source de chaleur à la température T_1 ; nous venons de voir que, pour cette transformation, la chaleur fournie Q'_1 est inférieure à celle qui serait nécessaire entre les mêmes états (supposés d'équilibre), et pour une transformation réversible ; cette chaleur, dans le cas de l'isothermique, serait Q_1. De même, supposons que la troisième transformation, au lieu d'être réversible, s'effectue sous l'influence d'une pression extérieure supérieure à chaque instant à celle due à la force expansive du corps ; la chaleur cédée Q'_2 sera supérieure à celle qui serait abandonnée par la transformation réversible limitée aux mêmes états initial et final qui seraient des états d'équilibre ; on a donc :

$$Q'_1 < Q_1 \qquad \text{ou } Q'_1 = Q_1 - a$$
$$Q'_2 > Q_2 \qquad \text{ou } Q'_2 = Q_2 + b$$

Les quantités de chaleur Q'_1, Q'_2 sont les seules qui interviennent dans le cycle, puisque les deux autres transformations sont supposées adiabatiques ; par conséquent, on a, pour le rendement du cycle non réversible :

$$\frac{Q'_1 - Q'_2}{Q'_1} < \frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1} < \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Le rendement du cycle est donc inférieur à celui du cycle de Carnot.

§ VI.

Vapeurs saturées.

45. — Lorsqu'un liquide enfermé dans un récipient supporte une certaine pression (par exemple, celle d'un piston), et qu'on lui communique de la chaleur, sa température augmente jusqu'au moment où il commence à se réduire en vapeur ; à partir de cette limite, la température reste constante, jusqu'à ce que le liquide soit entièrement transformé ; la vapeur est saturée pendant tout le temps que dure le phénomène.

La température à laquelle la vaporisation commence dépend de la pression supportée par le liquide, de sorte qu'il existe une relation entre la température de la vapeur saturée et la pression à laquelle elle se forme, relation que les expériences très précises de Regnault ont déterminée, et que nous pouvons mettre sous la forme :

$$p = \varphi(t)$$

Lorsqu'on enlève de la chaleur à la vapeur saturée à la température t, la pression extérieure étant constante et égale à p, elle se liquéfie, et sa température est stationnaire jusqu'au moment où elle s'est entièrement transformée en liquide. A partir de ce point, le liquide se refroidit.

Lorsque, la vaporisation étant complète, on continue à communiquer de la chaleur à la vapeur sous la pression correspondante à la température de saturation, sa température augmente, et l'on dit qu'elle est surchauffée. Il y a d'autres moyens de produire la surchauffe (61).

Regnault a mesuré, pour un assez grand nombre de corps, la quantité de chaleur à communiquer au liquide jusqu'au moment où la vaporisation commence, ainsi que la chaleur à fournir, sous la pression correspondante, pour effectuer la vaporisation complète.

Soit q la chaleur du liquide, on a, en appelant l le rapport $\frac{dq}{dt}$, ou le calorique spécifique, lequel dépend en général de t :

$$q = \int_0^t l dt$$

La chaleur à communiquer au liquide dépend en réalité, comme pour

tout autre corps, du travail qu'il effectue pour vaincre la pression extérieure, mais le travail de dilatation du liquide est si faible, qu'on peut en faire abstraction, et supposer que q sert tout entier à augmenter la chaleur interne. Dans les expériences de Regnault, la température a été élevée sous la pression atmosphérique (1).

Soient r la chaleur de vaporisation, et λ la chaleur totale communiquée au liquide jusqu'au moment de la vaporisation complète, la vaporisation ayant lieu sous la pression constante qui correspond à la température t; on a :

$$\lambda = q + r$$

Généralement, on ne connaît pas d'autres données physiques que ces quantités de chaleur (2), et la relation qui lie la pression à la température, mais on peut, en utilisant les deux principes fondamentaux, trouver par le calcul d'autres constantes.

46. — *Chaleurs latentes interne et externe.* — Considérons la vaporisation complète du kilogramme de liquide à la température t sous la pression correspondante p.

Soient u le volume spécifique du liquide à t degrés,
u' — de la vapeur à t degrés.

Le principe de l'équivalence, appliqué à cette transformation, donne :

$$r = A\,\Delta\,U + Ap\,(u' - u)$$

Δ U représente l'accroissement du travail interne pendant la vaporisation ; $p\,(u' - u)$ est le travail effectué pendant l'accroissement considérable de volume qui résulte de la vaporisation.

On a :

$$A\,\Delta\,U = r - Ap\,(u' - u)$$

A Δ U est l'accroissement de la chaleur latente interne pendant la vaporisation ; on peut le calculer au moyen des quantités r et u, qui résultent de l'expérience, et de u' qui sera déterminé plus loin. On désigne

1. Zeuner, ouvrage cité p. 254 à 258.
2. On connaît bien pour l'eau, la densité de la vapeur sous différentes pressions d'après les expériences de Fairbairn, Unwin et Tate, mais ces données ne sont utilisées que pour la confirmation des principes fondamentaux, qui permettent de calculer, d'une manière beaucoup plus exacte, les volumes spécifiques de la vapeur sous différentes pressions.



d'ordinaire par ρ la quantité $A\Delta U$, et les parties constitutives de λ sont celles indiquées par l'accolade ci-dessous :

$$\overbrace{q \qquad \underbrace{\rho \quad Ap(u'-u)}_{r}}^{\lambda}$$

ρ s'appelle simplement la chaleur latente interne, $Ap\,(u'-u)$ est la chaleur latente externe ; leur somme forme la chaleur de vaporisation r, quantité à laquelle on donnait autrefois le nom de chaleur latente. Il faut bien remarquer que r, même pour une température donnée, est essentiellement variable avec la nature de la transformation opérée ; les valeurs de r dont nous ferons usage sont les quantités de chaleur cédées pour effectuer la vaporisation du liquide sous la pression constante de sa vapeur, à t°.

D'après Regnault, la chaleur du liquide est exprimée par :

$$q = at + bt^2 + ct^3$$

Les coefficients a, b, c sont donnés ci-dessous pour quelques liquides [1] :

NATURE DU CORPS	a	b	c
Eau	1.00000	0.00002	0.0000003
Ether.	0.52901	0.0002959	»
Chloroforme.	0.23235	0.0000507	»
Chlorure de carbone	0.19798	0.0000906	»
Sulfure de carbone.	0.23523	0.0000815	»

La formule qui donne la chaleur de vaporisation r est :

$$r = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$$

Les constantes A, B, C, D, sont contenues dans le tableau suivant :

1. Pour l'acide sulfureux et l'ammoniaque, voir n° 66.



NATURE DU CORPS	A	B	C	D
Eau	606.5	— 0.695	— 0.00002	— 0.0000003
Ether.	94	— 0.07901	— 0.0008514	»
Chloroforme.	67	— 0.09485	— 0.0000507	»
Chlorure de carbone . .	52	— 0.05173	— 0.0002626	»
Sulfure de carbone. . .	90	— 0.08922	— 0.0004938	»

Quant à la chaleur totale λ, elle s'obtient en additionnant les expressions de q et de r.

Pour la vapeur d'eau, les formules sont :

(23) $$q = t + 0.00002\, t^2 + 0.0000003\, t^3$$

(24) $$r\,^{(1)} = 606.5 - 0.695\, t - 0.00002\, t^2 - 0.0000003\, t^3$$

(25) $$\lambda = 606.5 + 0.305\, t$$

47. — *Volume de la vapeur.* — La vaporisation du liquide, dans les conditions que nous avons indiquées, est une transformation isothermique réversible ; l'équation de Clapeyron lui est applicable, et si l'on remarque que la chaleur fournie est précisément r, on aura (éq. 20) :

$$r = \mathrm{AT} \int_u^{u'} \frac{dp}{d\mathrm{T}}\, dv$$

$\frac{dp}{d\mathrm{T}}$ est ici une fonction connue de T, indépendante de v; elle s'obtient au moyen de la relation :

$$p = \varphi\,(t)$$

ce qui permet d'effectuer l'intégration :

(26) $$r = \mathrm{AT}\, \frac{dp}{d\mathrm{T}}\, (u' - u)$$

On peut donc, au moyen de la constante r, et de la loi $p = \varphi\,(t)$, trouver le volume u' de la vapeur, et en déduire son poids spécifique pour toutes les valeurs de la température, et par conséquent de la pression. (Voir les *Tables*, à la fin du volume).

Les valeurs obtenues pour la vapeur d'eau par cette méthode s'accor-

1. On emploie quelquefois l'expression simplifiée: $r = 607 - 0{,}708\, t$, due à Clausius.

dent, d'une manière remarquable, avec celles qui ont été déterminées expérimentalement par Fairbairn, Unwin et Tate, entre 58° et 145° (1).

Les tables relatives aux constantes des vapeurs renferment donc à la fois des données d'expériences : p, q, r, et des quantités qui s'en déduisent : u', $Ap\,(u'-u)$, γ (2). On peut aussi déduire, de l'équation (26), la valeur de la chaleur latente interne ρ ; M. Zeuner a donné, pour exprimercette chaleur, une formule empirique d'un emploi commode :

$$\rho = 575.40 - 0.791\, t$$

Regnault a, du reste, déterminé la loi $p = \varphi(t)$ pour un grand nombre de corps, et lui a donné la forme :

$$\log p = a + b\,\alpha^{\tau} + c\,\beta^{\tau}$$

a, b, c, α, β, sont des quantités à déterminer pour chaque corps, τ est la température, comptée à partir d'un repère fixe. On a proposé un très grand nombre de formules pour représenter la loi ci-dessus (3) ; lorsqu'il s'agit des vapeurs connues, les données des tables de M. Zeuner,

1. Jamin. — Ouvrage cité t. II, p. 218.

2. L'ouvrage de M. Zeuner renferme des tables complètes relatives à la vapeur d'eau saturée d'alcool, d'acétone, de chloroforme, de chlorure et de sulfure de carbone, de mercure, et d'acide carbonique. (Voir surtout la 3e édition).

La table qui accompagne la *Thermodynamique* de M. Madamet, et qui se trouve reproduite à la fin de ce volume, renferme toutes les données essentielles de la vapeur d'eau et s'étend aux fractions de degrés ; elle est extraite de tables plus complètes calculées par M. de Montchoisy, Ingénieur de la Marine.

Les tables calculées par M. Deruyts, Liège, Vaillant-Carmanne, 1891, s'étendent jusqu'à 230°, environ 28 atmosphères ; elles renferment les constantes en fonction de la pression comme donnée. Les mêmes tables sont annexées à l'étude calorimétrique de la machine à vapeur de M. Dwelshauvers-Dery, Encyclopédie Léauté.

Les tables de M. Zeuner ont été étendues par M. Pinzger jusqu'à 232°,95 (près de 30 atmosphères) V. Busley. *Die Schiffsmaschine*, 3e édit., t. II, p. 28.

Les tables calculées par M. Fliegner, un peu différentes des précédentes, sont aussi très complètes. V. Hrabak (Hilfsbuch), Berlin, Springer, p. 150.

Enfin nous citerons encore la table des propriétés de la vapeur d'eau saturée publiée dans les *Leçons sur les Machines à vapeur* de J. Hirsch et A. Debize, table accompagnée de tracés graphiques permettant de résoudre, avec une grande approximation, les problèmes qui se présentent dans l'emploi de la vapeur. Dans le même ordre d'idées, on peut encore recourir aux abaques de M. Herrmann.

3. Zeuner, p. 241. Les vapeurs dont Regnault a déterminé la tension sont, outre celles qui figurent dans les tables de Zeuner : l'ammoniaque, l'acide sulfureux, le soufre, les chlorures de bore, de silicium, de cyanogène, de phosphore, les éthers chlorhydrique et iodhydrique, le protoxyde d'azote, l'esprit de bois, l'hydrocarbure de brome, l'éther bromhydrique, la benzine, l'hydrogène sulfuré, l'essence de térébenthine.

M. Bertrand (ouvrage cité p. 154), a établi théoriquement la relation entre p et t, en supposant que les caloriques spécifiques de la vapeur ne dépendent, *a priori*, que de la température.

qui renferment t, p et $\frac{dp}{dt}$, répondent aux besoins des applications ordinaires.

48. — *Diagramme entropique relatif aux vapeurs.* — Lorsqu'on prend 1 kilogramme du liquide à une certaine température initiale, la fonction S possède une valeur S_0 que nous pouvons supposer nulle, puisque les accroissements de cette fonction à partir de S_0 figurent seuls dans les formules. Nous prendrons comme température d'origine le zéro centigrade, pour lequel

$$T = 273^\circ$$

I sera donc le point de départ de la ligne de transformation du corps (fig. 24).

Pendant l'échauffement du liquide, on a :

$$dQ = l dT$$

$$S = \int \frac{dQ}{T} = \int l \frac{dT}{T}$$

Si l était constant, la transformée entropique cherchée aurait la même équation que celle des gaz permanents lorsqu'on les échauffe à volume constant (21), ou à pression constante (22); il en est en réalité à peu près ainsi, car, dans l'expression qui donne la chaleur du liquide (n° 46), q dépend surtout de at, qui a une valeur beaucoup plus grande que les termes bt^2 et ct^3, principalement pour l'eau. Quoiqu'il en soit, l'entropie du liquide pourra être déterminée exactement pour chaque température, et fournira la ligne IA_1 du diagramme. La quantité de chaleur nécessaire pour atteindre la température T_1 est figurée par la surface OIA_1a_1; l'axe des températures nulles n'est pas représenté sur la figure.

Supposons que la vaporisation commence au point A_1, pour lequel la température a atteint la valeur T_1, correspondante à la pression de la vapeur saturée de ce liquide ; la réduction en vapeur s'opère à température constante, et la chaleur fournie pour la vaporisation complète étant r_1, l'entropie augmente, pendant cette transformation, de :

$$\frac{r_1}{T_1}$$

Portons cette valeur en A_1B_1.

Lorsque la vaporisation est incomplète, et que la portion x_1 seulement du liquide est transformée en vapeur, la chaleur à fournir est exprimée par $x_1 r_1$, et l'accroissement d'entropie depuis A_1 est :

$$x_1 \frac{r_1}{T_1}$$

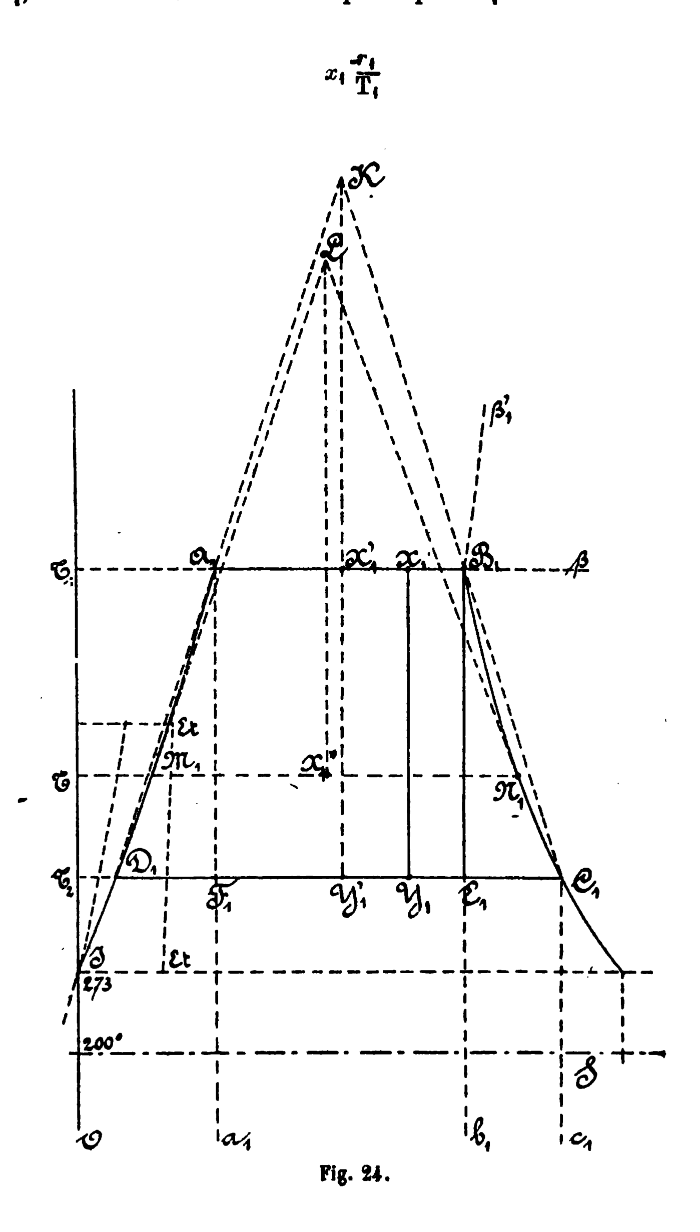


Fig. 24.

Soit X_1 le point qui correspond à cet état du corps partiellemement vaporisé, on voit qu'on aura :

$$\frac{A_1 X_1}{A_1 B_1} = x_1$$

La fraction x_1 est le titre, en vapeur, du mélange qui se transforme; le titre est représenté dans le diagramme de l'entropie, par le rapport des deux segments de la ligne $A_1 B_1$ [1].

Pour chaque température, il existe une ligne de transformation analogue à $A_1 B_1$; ainsi, la vaporisation aurait pu commencer au point D_1, correspondant à la température T_2, l'entropie aurait augmenté de la quantité $D_1 C_1$ égale à

$$\frac{r_2}{T_2}$$

On peut construire l'entropie de la vapeur saturée pour chaque valeur de T, les points qui la représentent sont sur une ligne continue $B_1 C_1$, que l'on trace avec la plus grande facilité lorsque l'on possède, pour le fluide considéré, une table des valeurs de r, et de l'entropie du liquide; celle-ci peut être calculée lorsque l'on connaît q en fonction de t.

On voit qu'en général, la ligne $B_1 C_1$ n'étant pas parallèle à l'axe à partir duquel on compte l'entropie, il faut, pour que le titre de la vapeur soit égal à l'unité pendant la détente $B_1 C_1$, fournir la quantité de chaleur $b_1 B_1 C_1 c_1$; cette quantité pourrait être négative pour certains corps, dans lesquels la courbe $B_1 C_1$ se rapproche de l'axe des températures; tel est par exemple l'éther, dont la courbe E t est représentée en trait pointillé dans la figure.

Si on suppose qu'à partir du point B_1, la détente s'opère *adiabatiquement*, la ligne de transformation $B_1 E_1$ est parallèle à l'axe des températures. Le titre de la vapeur, égal à l'unité au début de la détente, varie à chaque instant, et lorsque la température est T_2, il est exprimé, en vertu de la remarque faite précédemment, par

$$x_2 = \frac{D_1 E_1}{D_1 C_1}$$

1. Si l'on continuait a fournir de la chaleur à la vapeur d'eau saturée sèche en maintenant sa température constante, on augmenterait son entropie jusqu'au point β; si, au contraire, la chaleur est communiquée à pression constante, le point qui exprime l'état du corps se déplace sur la courbe $B_1\beta'_1$.

Mais la condensation partielle qui accompagne la détente ne se produit pas pour les corps analogues à l'éther.

Le diagramme de la figure 24 est celui de la vapeur d'eau, toute la région située à droite de $B_1 C_1$ correspond à la surchauffe.

Pour tous les corps qui se comportent comme l'eau, il faut fournir de la chaleur pour maintenir la saturation pendant la détente ; la détente adiabatique de la vapeur sèche produit une condensation partielle.

Pour les corps qui se comportent comme l'éther, il faut enlever de la chaleur pour maintenir la saturation pendant la détente; la détente adiabatique de la vapeur sèche produit la surchauffe.

Il est évident que, puisque les opérations sont réversibles, la compression de la vapeur saturée sèche produit la surchauffe; l'inverse a lieu pour la détente.

Ces propriétés ont été vérifiées expérimentalement par Hirn.

49. — *Variation du titre dans la détente adiabatique.* — Supposons que l'on étudie la transformation du mélange dont le titre initial est x_1, la température étant T_1; après la détente $X_1 Y_1$, le titre sera x_2 et la température T_2. Les entropies des points $X_1 Y_1$ étant les mêmes, on aura :

$$\int_o^{T_1} \frac{dq}{T} + x_1 \frac{r_1}{T_1} = \int_o^{T_2} \frac{dq}{T} + x_2 \frac{r_2}{T_2}$$

Pour simplifier l'écriture, nous désignerons par s l'entropie de l'eau, en l'affectant de l'indice qui correspond à la température, nous obtenons :

$$x_2 \frac{r_2}{T_2} + s_2 = x_1 \frac{r_1}{T_1} + s_1 \qquad (27)$$

équation qui permet de trouver le titre final x_2 correspondant à la température T_2 lorsque l'on connaît le titre initial x_1 pour la température T_1.

La solution graphique de la question est immédiatement fournie par le diagramme entropique, car il suffit de chercher le point X_1 satisfaisant à la condition :

$$\frac{A_1 X_1}{A_1 B_1} = x_1$$

et de mener la ligne $X_1 Y_1$ parallèlement à l'axe des températures ; on détermine ainsi le point Y_1 ; or, on a :

$$x_2 = \frac{D_1 Y_1}{D_1 C_1}$$

On peut, de la même manière, obtenir les valeurs variables du titre pour chaque température.

Lorsque le titre initial est nul (point A_1) le titre final prend la valeur :

$$\frac{D_1 F_1}{D_1 C_1}$$

c'est-à-dire que le liquide se vaporise partiellement pendant la détente, ce que nous apprend aussi l'équation (27), car :

$$\frac{x_2 r_2}{T_2} = s_1 - s_2$$

50. — L'inclinaison de la ligne de transformation $B_1 C_1$ caractérise en chaque point la propriété que possède la vapeur sèche de se condenser ou de se surchauffer par la détente adiabatique; son inclinaison sur l'axe des S est donnée par :

$$\frac{dT}{dS}$$

Or, on a :

$$\frac{dS}{dT} = \frac{\frac{dq}{T}}{dT} + \frac{d\left(\frac{r}{T}\right)}{dT}$$

Pour la vapeur d'eau, on a très approximativement, entre les limites auxquelles s'étendent les expériences :

$$\frac{dq}{T\,dT} = \frac{1}{T}$$

$$r = 800.284 - 0.708\ T \quad \text{(Formule de Clausius.)}$$

$$\frac{d\left(\frac{r}{T}\right)}{dT} = -\frac{800\ 284}{T^2}$$

d'où :

$$\frac{dS}{dT} = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{800.284}{T}\right)$$

quantité négative pour toute valeur T, de la température absolue, inférieure à 800° environ ; l'équation ne s'appliquerait du reste pas jusqu'à une température aussi élevée.

Pour la vapeur d'éther, on a, en introduisant les températures absolues dans les valeurs de q et r spéciales à ce corps :

$$q = -122.34687 + 0.36745\,T + 0.0002959\ T^2$$
$$r = 52.11574 + 0.38585\,T - 0.0008514\ T^2$$
$$\frac{dS}{dT} = \frac{0.36745}{T} - \frac{52.11574}{T^2} - 0.0002596$$

Entre les limites des températures absolues 273 et 393 ($t = 0°$ et $120°$) la valeur de $\frac{dS}{dT}$ est positive, par conséquent la vapeur d'éther saturée et sèche se condense par la compression. Les lignes de transformation de ce corps sont représentées en pointillé dans la figure 24; la courbe correspondant à la saturation est Et, elle s'écarte de l'axe des températures lorsque T augmente.

51. — Pour les vapeurs qui se comportent comme celle de l'eau, si l'on suppose que x_1 diminue depuis 1 jusqu'à zéro, x_2 diminue d'une manière continue entre deux valeurs fractionnaires, puisque Y_1 se meut entre les points E_1 F_1 ; il existe donc une valeur x' du titre x_1 telle que le titre final possède la même valeur. Pour l'obtenir, il suffit de prolonger $D_1 A_1$, $C_1 B_1$ jusqu'à leur point de rencontre en K, et de mener K X'_1 Y'_1 parallèlement à l'axe des températures. On peut aussi, dans l'équation (27), faire $x_1 = x_2 = x'$, et l'on en tire :

$$x' = \frac{s_1 - s_2}{\frac{r_2}{T_2} - \frac{r_1}{T_1}}$$

La valeur x' de ce titre particulier dépend évidemment des valeurs attribuées à T_1 et T_2.

52. — Prenons une température quelconque, T, et menons les tangentes $M_1 L$, $N_1 L$, aux deux courbes représentant les entropies du liquide et de la vapeur; ces tangentes se coupent au point L ; menons la ligne LX''_1 parallèle à l'axe des températures ; si le titre réalisé, x'', est :

$$x'' = \frac{M_1 X''_1}{M_1 N_1}$$

il sera constant à la température considérée. M. Pochet a donné à cette valeur particulière du titre, le nom de point d'équilibre [1] ; il l'a déterminé par le calcul.

L'inclinaison de la tangente M_1L sur la direction M_1N_1 est donnée par :

$$\frac{dT}{ds}$$

de même, la tangente de l'angle M_1N_1L est

$$-\frac{dT}{dS}$$

Or, en exprimant que LX_1'' est commun aux deux triangles rectangles adossés par l'un des côtés de l'angle droit, on trouve :

$$x'' = \frac{\frac{dT}{dS}}{\frac{dT}{dS} - \frac{dT}{ds}} = -\frac{1}{T}\frac{dq}{d\left(\frac{r}{T}\right)}$$

Il est facile de trouver la valeur de x'' pour l'eau, surtout en faisant usage de l'expression approchée de r donnée au nº 50, qui renferme T au premier degré.

Lorsque, pour une température T donnée, le titre est inférieur à x'', il augmente par la détente adiabatique dans les liquides qui se comportent comme l'eau ; lorsqu'il est supérieur à x'', il diminue par la détente.

53. — *Etat limite.* — Pour les vapeurs du même genre que la vapeur d'eau, les courbes D_1A_1, C_1B_1 se rapprochent lorsque la température s'élève ; si les constantes de la vapeur pouvaient s'appliquer beaucoup au-delà des limites pour lesquelles elles ont été vérifiées, on pourrait trouver le point d'intersection des deux courbes ; il correspondrait à $r = o$; pour la vapeur d'eau, on trouverait, au moyen de la formule de Regnault, que la température centigrade correspondante est un peu supérieure à 700° ; on sait que *Cagniard-Latour*, à la température de fusion du zinc (450° C. environ) a trouvé que le volume de la vapeur d'eau n'était plus que de quatre fois celui du liquide ; en se rapprochant de l'état limite, le volume de la vapeur tend vers celui du liquide ; la

1. Léon Pochet. — *Nouvelle mécanique industrielle,* Paris, Dunod, 1874.

pression, dans l'expérience de Cagniard-Latour, n'a pas été déterminée, elle était évidemment considérable (1). M. *Macfarlane Gray* a trouvé, par des considérations théoriques, que la température critique de la vapeur d'eau est de 450° C. et qu'elle correspond à la pression de 416 atmosphères.

54. — *Variation du titre dans une transformation quelconque.* — La détente adiabatique est un cas particulier intéressant à étudier, mais elle suppose des conditions qui ne se réalisent jamais; le plus souvent, de la chaleur est transmise par la paroi, et cette transmission est beaucoup plus active pour les vapeurs saturées que pour les gaz ou les vapeurs surchauffées.

Lorsque de la chaleur est transmise au mélange qui se détend, l'entropie ne reste plus constante : la transformée entropique X_1Y_1 (fig. 25), dépend de la chaleur fournie ou enlevée ; pour chaque élément MN correspondant au changement dT de température, la chaleur fournie est représentée par la surface MNnm, on a :

$$\frac{dQ}{T} = PN$$

PN représente l'accroissement de l'entropie du mélange dans le passage de l'état M à l'état N, on a donc :

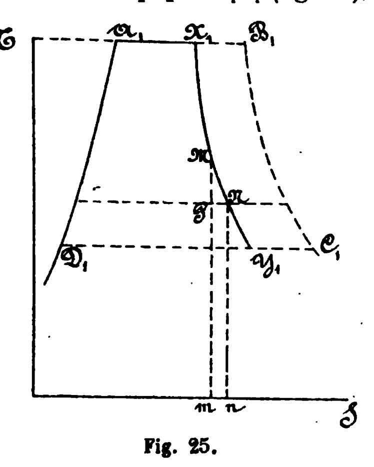


Fig. 25.

$$\frac{dQ}{T} = \frac{dq}{T} + d\left(\frac{rx}{T}\right)$$

quantité qui était nulle dans le cas de la transformation adiabatique et et que l'on peut aussi écrire, en intégrant :

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = s_2 - s_1 + \frac{r_2 x_2}{T_2} - \frac{r_1 x_1}{T_1}$$

1. On ne peut appliquer, à ces hautes températures, la loi $p = \varphi(t)$, vu l'impossibilité d'établir son exactitude ; la formule de Roche, par exemple, avec les coefficients de Regnault, donnerait pour l'état limite une pression d'environ 2.000 atmosphères.

ou :

(28) $$\frac{r_2 x_2}{T_2} = s_1 - s_2 + \frac{r_1 x_1}{T_1} + \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}$$

Le titre final, x_2, peut s'obtenir dans tous les cas où l'on connait la chaleur fournie dQ en fonction de T ; il ne suffit pas, en effet, de donner la chaleur fournie pendant l'opération, car le travail extérieur accompli par le corps resterait indéterminé, et par conséquent la chaleur interne du mélange final, d'où dépend essentiellement x_2.

55. — Le cas le plus simple à examiner est celui où la chaleur fournie, dQ, pour un changement de température dT, est proportionnelle à ce changement lui-même, hypothèse déjà étudiée pour les gaz permanents (n° 23).

Supposons, par exemple, que la détente s'effectue en présence d'une plaque métallique, et soit assez lente pour que l'équilibre de température ait lieu à chaque instant entre la plaque et le mélange ; supposons, du reste, que les parois soient imperméables à la chaleur.

Soient M le poids de la plaque par kilogramme de fluide, C_1 son calorique spécifique, on devra poser :

$$dQ = - MC_1 \, dT$$

attendu que la température s'abaisse pendant la détente, et l'on aura :

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = MC_1 \, l_n \frac{T_1}{T_2}$$

Dans ce cas, la transformée entropique de la ligne de détente sera une courbe du même genre que la ligne D_1A_1, tout au moins pour la vapeur d'eau ; on sait, en effet, que le calorique spécifique du liquide est très peu différent de l'unité et sensiblement constant.

Exemple numérique. — Supposons que le mélange pèse 0 k., 063 ; la température $t_1 = 165°,4$ (7 atm. abs.) ; $x_1 = 0,735$.

La détente a lieu en présence d'une pellicule de fonte de $0^{m^2},40$ de surface, et d'un quart de millimètre d'épaisseur. On demande la proportion du mélange lorsque la température centigrade sera réduite à 80° (environ 0,5 atm. abs.).

Le poids de la pellicule est de 0 k., 72, mais ce poids rapporté au kilogramme du mélange est :

$$M = \frac{0.72}{0.063} = 11.4$$

on a :

$$C_1 = 0.1298 \text{ (Regnault)}$$
$$T_1 = 438.4$$
$$T_2 = 353$$

On trouve, après calculs :

$$x_2 = 0.876$$

Si, au contraire, la détente s'était opérée sans gain de chaleur, on eût trouvé :

$$x_2 = 0.67$$

La chaleur interne du mélange, dans le cas d'une détente adiabatique, diminue d'une quantité correspondante au travail extérieur produit.

Pour 1 kilogramme de mélange, cette diminution est :

$$q_1 - q_2 + x_1 \rho_1 - x_2 \rho_2$$

Pour les données numériques ci-dessus, et en tenant compte de ce que le poids est de 0 k., 063, la diminution est de 4.453 calories, transformées en travail pendant l'opération.

La présence de la pellicule de fonte augmente au contraire la chaleur interne du mélange de :

$$0.063\,(q_2 + 0.876\,\rho_2 - q_1 - 0.735\,\rho_1) = 2.28 \text{ calories.}$$

Le corps étranger fournit, au total, une quantité de chaleur :

$$0^k.720 \times 0.1298\,(t_1 - t_2) = 7.98 \text{ calories.}$$

Il en résulte que la chaleur transformée en travail est, dans la détente avec addition de chaleur :

$$7.98 - 2.28 = 5.70 \text{ calories.}$$

Le travail développé est plus grand de 30 % environ que pour la détente adiabatique, mais la chaleur qui se perd au réfrigérant à la fin de l'opération est également plus grande.

56. — ***Transformation d'un gaz permanent saturé de vapeur d'eau.*** — Ce problème se présente dans les compresseurs d'air, principalement lorsqu'on cherche à réduire l'élévation de température par une injection d'eau au cylindre ; il pourrait se présenter aussi dans les aéro-moteurs, si on cherchait à combattre par le même moyen l'abaissement de température dû à la détente. Il est juste de dire que, pour ce dernier cas, on a recours aujourd'hui à d'autres procédés.

La formation des vapeurs dans une enceinte remplie d'un gaz permanent est soumise aux lois de *Dalton*. On sait que, lorsqu'un liquide à une certaine température est introduit dans un espace fermé rempli d'air, il émet des vapeurs dont la tension s'ajoute à celle de l'air ; cette tension est celle qui correspond à la température, comme si le liquide et sa vapeur occupaient seuls tout le volume.

Nous pouvons donc supposer le mélange composé de la manière suivante :

$m\,(1 - x)$ kilogrammes de liquide à la température T.

mx kilogrammes de vapeur à la température T et à la tension correspondante p.

m' kilogrammes d'air à la température T, qui, remplissant le volume mxu' occupé par la vapeur, auraient par kilogramme, le volume :

$$\frac{mxu'}{m'}$$

Ce volume est lié à la tension p' de l'air, par l'équation fondamentale des gaz :

$$\frac{m}{m'}\,p'\,xu' = \mathrm{RT}$$

La tension totale du mélange est celle qu'il exercerait sur l'unité de surface d'un piston fermant le cylindre ; elle est égale à $p + p'$.

Le mélange peut être envisagé comme un seul corps qui se détend dans le cylindre ; pendant cette opération, le titre x varie, de même que la température, et, pour simplifier le problème, on admet que la température de l'air est à chaque instant la même que celle de la vapeur, ce qui suppose une conductibilité parfaite de chacun des fluides.

Pour un changement fini de température, l'accroissement de l'entropie du mélange ne dépend que de l'état final et de l'état initial, et si l'on suppose que la transformation est adiabatique, cet accroissement est nul.

Or, pour le gaz, on a, pour le poids m' :

$$m' \frac{dQ}{T} = m' c \frac{dT}{T} + AR m' \frac{dv}{v}$$

et pour le mélange d'eau et de vapeur :

$$m \frac{dQ'}{T} = m \frac{dq}{T} + m d \left(\frac{rx}{T}\right)$$

On doit avoir :

$$m' \int \frac{dQ}{T} + m \int \frac{dQ'}{T} = o$$

ou :

$$m' c \, l_n \frac{T_2}{T_1} + AR \, m' \, l_n \frac{v_2}{r_1} + m \int_{T_1}^{T_2} \frac{dq}{T} + m \left(\frac{r_2 x_2}{T_2} - \frac{r_1 x_1}{T_1}\right) = o$$

Lorsqu'il s'agit de l'eau, et dans les limites de température que comporte le problème :

$$dq = dT$$

on peut donc écrire l'équation :

$$(29) \qquad (m'c + m) \, l_n \frac{T_2}{T_1} + AR \, m' \, l_n \frac{r_2}{v_1} + m \left(\frac{r_2 x_2}{T_2} - \frac{r_1 x_1}{T_1}\right) = o$$

Tout ce qui se rapporte à l'état initial est connu, c'est-à-dire :

$$T_1, \; x_1, \text{ et } V_1$$

V_1 étant le volume total du mélange, tandis que v_1 est le volume de l'air.

On a, du reste, entre x_1 et v_1 une relation nécessaire, car v_1 est le volume occupé par le poids de vapeur mx_1.

$$v_1 = m x_1 u'_1$$
$$V_1 = v_1 + m (1 - x_1) u$$

u'_1 est le volume spécifique de la vapeur à la température T_1 ; le volume

du kilogramme de liquide est supposé constant, car sa dilatation est négligeable à côté du volume de la vapeur.

Supposons qu'on cherche à définir l'état final lorsque le volume total du mélange est V_2; les inconnues sont T_2, x_2, v_2; or, on a:

$$V_2 = v_2 + m\,(1 - x_2)\,u$$

et

$$v_2 = m' x_2\, u'_2$$

On a ainsi, en y comprenant la relation (29), trois équations qui permettent de résoudre le problème par tâtonnements. On se donne par exemple la valeur de T_2, on en déduit u'_2 par les tables, et, par conséquent, v_2 est connu en fonction de x_2, que l'on calcule par l'équation (29); on vérifie si x_2 ainsi trouvé satisfait à la condition du volume V_2; ou bien on procède par interpolation; on peut ainsi tracer une courbe de détente, car la pression totale se compose de celle de la vapeur, qui se déduit de la température, et de la pression de l'air, connue par l'équation caractéristique:

$$p'_2\, v_2 = m'\, R\, T_2$$

57. — L'équation 29 s'applique aussi bien à la détente qu'à la compression; elle convient également au cas où il n'y aurait pas, au début, de liquide en excès, et où l'air serait saturé ($x_1 = 1$); mais dans ce dernier cas, les résultats ne peuvent être acceptés que si $x_2 < 1$, sinon, c'est que la vapeur serait surchauffée à la fin de l'opération, et la question devrait être résolue autrement.

Quel que soit le sens du phénomène pendant la compression adiabatique, il est évident que si, après l'opération, le mélange est ramené à la température initiale par une soustraction de chaleur à pression constante, il y aura forcément condensation d'une partie du liquide, car la quantité de vapeur nécessaire pour saturer l'espace réduit par la compression sera évidemment inférieure à la quantité qui saturait le volume initial à la même température. Cette condensation se produit même lorsque la tension de la vapeur est inférieure à celle de la saturation; la vapeur est alors surchauffée, et, pour les basses températures, on peut la considérer comme un gaz permanent, auquel on applique l'équation fondamentale :

$$pv = R'\, T$$

La valeur R' se tire de celle de l'air, car :

$$\frac{R'}{R} = \frac{\alpha p_0 v'_0}{\alpha p_0 v_0}$$

$$R' = R \frac{v'_0}{v_0}$$

$\frac{v_0}{v'_0}$ est la densité de la vapeur par rapport à l'air, rapport qui se déduit de la composition chimique de l'eau, et qui vaut 0,622; on a pour l'air (n° 11) :

$$R = 29,272$$

On aura donc :

$$R' = 47,061$$

La compression s'applique, dans ce cas, à un mélange de deux gaz permanents, et le problème ne présente pas de difficultés [1]; mais le raisonnement ne convient que jusqu'au moment où l'air est saturé.

Dans la compression ou la détente de l'air, un autre cas limite peut se présenter : c'est celui où la masse de l'eau est considérable par rapport à celle de l'air; si on néglige la vapeur d'eau qui sature l'espace occupé par l'air, on retrouve la formule (17) du n° 23, en remarquant que l'on a ici, en employant les mêmes notations :

$$M = \frac{m}{m'}$$

$$C_1 = 1$$

La marche des compresseurs est assez rapide pour que la vapeur n'intervienne sans doute que faiblement dans le phénomène de l'échange; cette intervention est cependant du même ordre que celle du liquide. Souvent, l'injection d'eau se continue pendant la compression, et le volume de l'air varie en conséquence; le problème est donc alors fort compliqué.

1. M. Ledoux (*Théorie des Machines à froid, Annales des Mines*, 1878, t. XIV), a résolu plusieurs problèmes de ce genre, V. p. 138 du mémoire.

On observe généralement que les courbes de compression et de détente suivent approximativement la loi :

$$pv^k = C^{te}.$$

k étant inférieur à γ, mais évidemment supérieur à l'unité.

58. — *Représentation de la chaleur interne*, etc. — Le diagramme

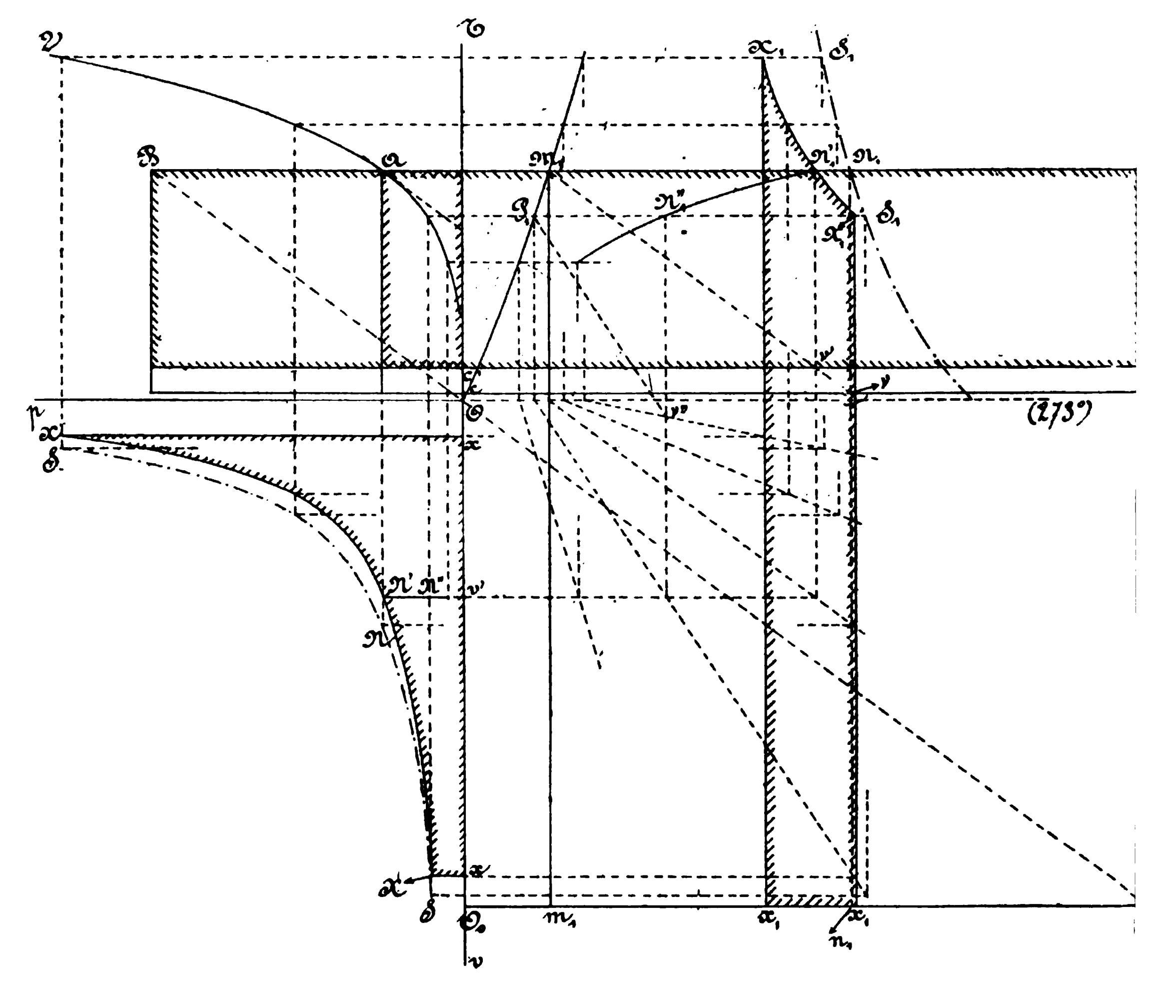


Fig. 26.

entropique donne, pour chaque température, la quantité de chaleur à fournir pour la vaporisation ; elle est représentée (fig. 26) par le rectangle $M_1 n_1$, pour la température T quelconque.

Pour la vapeur d'eau, de même que pour toutes les vapeurs pour lesquelles nous avons donné r (46), cette chaleur diminue lorsque la température augmente. Ainsi, pour l'eau, on a à 100° C. :

$$r = 536.50$$

tandis qu'à 200° :

$$r = 464.30$$

En se servant de l'équation de Clapeyron (33) :

$$r = \mathrm{A\,T}\frac{dp}{d\mathrm{T}}(u' - u)$$

on voit que la longueur $M_1 N_1$, qui est égale à $\frac{r}{\mathrm{T}}$, est égale aussi à :

$$\mathrm{A}\frac{dp}{d\mathrm{T}}(u' - u)$$

Or, la loi :

$$p = \varphi(\mathrm{T})$$

est connue pour chaque vapeur; supposons qu'on l'ait tracée en OV, en portant les températures sur l'axe OT, et les pressions sur l'axe Op. Pour l'état considéré, le point de la courbe de pression est en A ; menons en ce point la tangente [1], et par M_1 la parallèle $M_1 \nu$ à cette tangente jusqu'à l'intersection avec le côté $N_1 \nu$ du triangle rectangle, nous aurons :

$$N_1 \nu = M_1 N_1 \frac{1}{\mathrm{tg}\, M_1 \nu N_1}$$

ou :

$$N_1 \nu = \frac{r}{\mathrm{T}} \frac{1}{\frac{dp}{d\mathrm{T}}}$$

1. Les tables de M. Zeuner renferment les valeurs de $\frac{dp}{dt}$ pour des températures très rapprochées. (Voir à la fin du volume).

d'où :

$$N_1 \nu = A (u' - u)$$

Menons par O la parallèle BB à la tangente en A, et construisons le rectangle Bb, ayant pour hauteur A $(u' - u)$, et pour base T $\frac{dp}{dT}$, il représentera, sous une autre forme que le rectangle $M_1 n_1$ la chaleur de vaporisation r.

La chaleur équivalente au travail externe :

$$Ap (u' - u)$$

sera représentée par le rectangle Ac.

Quant à la chaleur interne, ρ, ou :

$$r - Ap (u' - u)$$

elle sera exprimée par la différence des rectangles Bb, Ac.

Si, au lieu d'être complète, la transformation n'était que partielle, l'entropie du mélange serait représentée par l'abscisse du point N'_1. Le raisonnement serait le même que ci-dessus, mais $N'_1 \nu'$ représenterait le produit A $(u' - u) x$, etc. Les chaleurs latentes seraient figurées par les rectangles bordés de hachures.

Ce diagramme peut être utile pour résoudre quelques problèmes auxquels donne lieu la détente des vapeurs.

Ainsi, supposons que l'on cherche la ligne de transformation entropique d'un mélange de volume constant, N'_1 étant un point de cette ligne. Tout autre point devant donner le même volume du mélange, il suffit de construire le triangle rectangle $P_1 \nu'' N_1''$; N''_1 sera le point cherché. La méthode est même indépendante de l'échelle admise pour la pression; dans l'application, on pourra condenser les constructions précédentes, par exemple en ramenant tous les points tels que M_1 à une même base, comme l'indique la partie inférieure de la figure.

59. — *Tracé de la courbe de détente.* — Dans tous les problèmes qui précèdent, nous avons étudié la transformation du corps en nous attachant à déterminer le titre en fonction de la température. Il est facile

de déduire, de la composition du mélange, le volume qu'il occupe; comme la pression, pour toutes les vapeurs saturées, est invariablement liée à la température, on tracera aisément la courbe de détente.

Ainsi, supposons que l'on cherche cette courbe dans le cas où le titre est constant et égal à l'unité : elle s'appelle alors la *courbe de saturation;* pour l'obtenir, nous savons qu'il faut fournir de la chaleur à la vapeur qui se détend, tout au moins lorsqu'elle se comporte comme la vapeur d'eau (48).

Il suffira de porter en ordonnées la pression qui correspond à chaque température, et en abscisses le volume du fluide, qui est ici la vapeur saturée sèche : ce volume est donc u'. On peut relier le volume u à la pression par une équation empirique ; celle proposée par M. Zeuner, pour la vapeur d'eau, est :

(30) $$p u'^{1{\cdot}0646} = 1.704$$

p est exprimé en atmosphères, u' est le volume, en mètres cubes, du kilogramme de vapeur saturée à la pression p.

Lorsque p est exprimé en kilogrammes par centimètre carré, la formule devient :

(31) $$pu'^{1{\cdot}0646} = 1.761$$

Le mode de construction de cette courbe est le même que pour l'adiabatique des gaz permanents (n° 17); on voit qu'elle est assez rapprochée

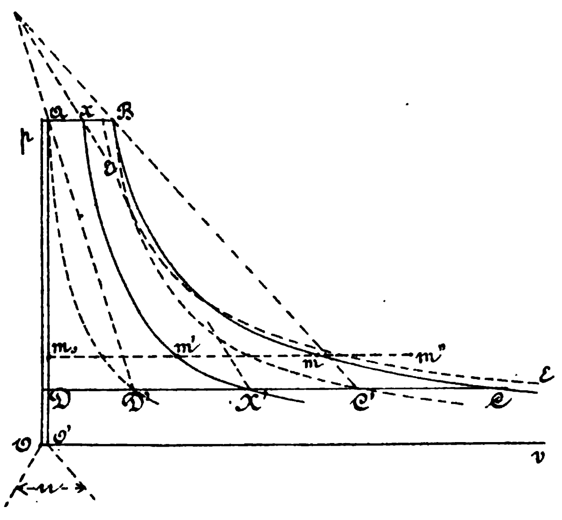


Fig. 27.

de l'hyperbole équilatère (EE, fig. 27); elle descend en dessous de celle-ci lorsqu'il y a augmentation de volume, et présente au contraire des ordonnées plus grandes lorsque la tranformation est une compression.

Lorsque le titre est inférieur à l'unité, le volume du mélange est :

$$(1 - x)\,u + xu' = u + (u' - u)\,x$$

Le point figuratif, au lieu de se trouver en m sur la courbe BC, se trouve en m' [1]. Si nous portons en abscisse le volume u du liquide (très exagéré sur la figure), nous aurons :

$$m_0\,m' = (u' - u)\,x$$

tandis que :

$$m_0\,m = (u' - u)$$

Le titre est donc accusé par le rapport :

$$\frac{m_0\,m'}{m_0\,m}$$

En rapprochant la figure 27 du diagramme entropique de la vapeur d'eau (fig. 28), où la ligne M_0 M correspond à la pression considérée, et où le point M' se rapporte à la vapeur au titre x, on voit que les segments $m_0\,m'$, $m'm$ sont dans le même rapport que M_0 M', M' M ; par conséquent, on pourra déduire les deux diagrammes l'un de l'autre. Le tracé des adiabatiques se fait très aisément sur le diagramme entropique : il suffit donc de rapporter les points tels que M' sur le diagramme des pressions.

Fig. 28.

M. Zeuner a trouvé que les courbes adiabatiques de la vapeur d'eau répondent, avec une exactitude suffisante, à la formule :

(32) $$pv^{\mu} = C^{te}$$

1. Si, au contraire, la vapeur était surchauffée, le point figuratif serait en m'', et correspondrait à un volume plus grand que celui de la vapeur saturée.

avec :

$$\mu = 1.035 + 0.100\,x$$

qui, pour la vapeur sèche, devient :

$$\mu = 1.135$$

La ligne adiabatique tombe évidemment en dessous de la courbe de saturation ; BC' et AD' sont les adiabatiques qui correspondent aux valeurs 1 et 0 du titre initial.

Les propriétés déjà indiquées au n° 52 se traduisent, sur le diagramme des pressions, d'une manière très simple, que nous laissons au lecteur le soin de trouver. Nous y ajouterons un procédé pour la construction de l'adiabatique (1) correspondant à un titre initial donné quelconque.

Soit $X_1X'_1$ la transformée entropique de l'adiabatique considérée; on a l'identité :

$$\frac{D'_1\,X'_1}{X'_1\,C'_1} = \frac{A_1\,X_1}{X_1\,B_1}$$

Le point figuratif X s'obtiendra donc, sur le diagramme des pressions, au moyen de la proportion :

$$\frac{D'X'}{X'C'} = \frac{AX}{XB}$$

c'est-à-dire en joignant le point d'intersection des lignes droites D'A, C'B, au point X, et en prolongeant cette ligne jusqu'en X'. La même construction, s'appliquant à une température intermédiaire quelconque, permet de trouver autant de points que l'on veut de la ligne cherchée.

60. — Les relations indiquées au n° 58 permettent de construire la courbe de détente correspondant à une transformation quelconque, car, si l'on choisit convenablement l'échelle, la quantité $A(u' - u)\,x$, figurée par les longueurs telles que $N'_1\,\nu'$, (fig. 26), représente l'éxcès du volume de la vapeur sur le volume u du liquide au titre zéro; par conséquent, il suffit, pour obtenir la pression et le volume de la vapeur, par

1. M. Cotterill a indiqué cette construction, qu'il appuie sur une remarque faite par M. Zeuner; nous y arrivons par une voie différente.

rapport aux axes Op, Ov, de prendre $Ov' = N'_1 v'$; on obtiendra ainsi le point N'. On peut condenser les opérations indiquées, et réaliser un mode de tracé plus élégant, sur lequel il n'est pas nécessaire d'insister. On devra du reste, pour obtenir la courbe de détente, tenir compte du volume u du liquide, ce que l'on fera, eu égard à l'échelle, en relevant l'axe Op d'une quantité égale à $\frac{u}{E}$; ce second axe n'est pas indiqué sur la figure; il est situé très près de Op; cette dernière ligne, dans la figure 26, est identique à O'A de la figure 27.

A la transformation X_1X_1, correspond la courbe de détente XX; les surfaces ombrées représentent respectivement, aux échelles de la figure, la quantité de chaleur transformée en travail pendant la transformation, et la chaleur fournie, qui est positive pour la courbe X_1X_1 de la figure.

On sait que la chaleur fournie est égale à celle qui correspond au travail effectué, augmentée de l'accroissement de la chaleur interne; en d'autres termes, on a :

$$Q = \frac{L}{E} + \frac{\Delta U}{E}$$

ou :

$$\frac{\Delta U}{E} = Q - \frac{L}{E}$$

Nous avons trouvé au n° 58 que la chaleur interne peut se représenter par la différence des rectangles tels que Bb' et Ac'; il existe donc, entre l'accroissement de cette différence (accroissement de la chaleur interne), la chaleur fournie Q, et la chaleur disparue sous forme de travail $\frac{L}{E}$, la relation indiquée par la dernière équation.

§ VIII.

Vapeurs surchauffées.

61. — Lorsqu'un liquide a été entièrement réduit en vapeur saturée et sèche, si on continue à lui fournir de la chaleur, soit en maintenant la pression constante, ou en conservant le volume constant, ou en

suivant tout autre mode qui amène l'état figuratif dans la concavité de la courbe de saturation, la vapeur est surchauffée. Pour la vapeur d'eau et les autres vapeurs du même genre, on peut obtenir la surchauffe par une compression adiabatique, l'inverse a lieu pour l'éther.

Puisque tous les gaz peuvent être liquéfiés, les vapeurs surchauffées ne sont que des gaz plus faciles à liquéfier que ceux réputés autrefois permanents, et elles se rapprochent d'autant plus des lois admises pour les gaz qu'elles sont plus surchauffées, c'est-à-dire que, pour une pression donnée, la température est plus élevée, ou que, pour une température déterminée, la pression est inférieure à celle de la vapeur saturée qui correspondrait à cette température.

Dans le voisinage de l'état de saturation (ce qui est presque toujours le cas des applications industrielles), les lois de la vapeur surchauffée sont loin d'être connues avec autant de certitude que celles de la vapeur saturée.

62. — *Vapeur d'eau surchauffée* [1]. — On admet généralement, en s'appuyant sur les expériences de Regnault, que la chaleur spécifique à *pression constante* de la vapeur surchauffée est constante, et a pour valeur :

$$C = 0{,}4805$$

En se basant sur un petit nombre d'expériences faites par Hirn, entre des pressions de 1 et 5 atmosphères, et des températures de 118° à 205° centigrades, M. Zeuner établit, par une voie assez compliquée, que la forme d'équation générale qui, pour la vapeur surchauffée, remplace la relation fondamentale des gaz, est :

$$pv = BT - Cp^n \tag{33}$$

Les quantités B, C et n sont des valeurs numériques constantes, p est la pression en kilogrammes par mètre carré, v le volume de l'unité de poids de la vapeur surchauffée à T°.

1. M. E. Haerens, (*Annales des Ingénieurs de Gand*, 1886, premier mémoire), en se basant sur les expériences de Hirn, a donné pour la vapeur d'eau surchauffée des formules nouvelles ; elles conduisent à une valeur de C variable avec la température, mais qui reste notablement en dessous du chiffre constant donné par Regnault. Il serait à désirer que de nouvelles expériences fussent entreprises pour mesurer la chaleur spécifique à pression constante de la vapeur surchauffée.

Si la vapeur surchauffée se comportait comme un gaz permanent, on aurait simplement :

$$pv = \mathrm{R\,T}$$

avec $\mathrm{R} = 47.061$ (n° 57).

Admettons, comme données expérimentales, que, dans l'équation (33), on ait :

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{C}} = n$$

et :

$$n = \frac{1}{4}, \qquad \text{donc : } \mathrm{B} = \frac{\mathrm{C}}{4\,\mathrm{A}}$$

et cherchons à déduire, de l'équation (33) et des relations admises, une formule de transformation du corps qui y obéit.

La transformation élémentaire quelconque peut être obtenue par une compression isothermique [1] suivie d'une élévation de température à pression constante; en employant l'équation de Clapeyron pour la transformation isothermique, on a, pour la transformation totale

$$d\mathrm{Q} = \mathrm{AT}\,\frac{dp}{d\mathrm{T}}\,\frac{dv}{dp}\,dp + \mathrm{C}\,d\mathrm{T}$$

$\frac{dp}{d\mathrm{T}}$ s'obtient, dans l'équation (33), en faisant varier la température seulement, et $\frac{dv}{dp}\,dp$ s'obtient en laissant la température constante. On trouve, en effectuant les calculs :

$$\frac{d\mathrm{Q}}{\mathrm{T}} = -\,\mathrm{AB}\,\frac{dp}{p} + \mathrm{C}\,\frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}}$$

équation analogue à celle des gaz permanents.

Pour trouver la forme des lignes adiabatiques, il faut égaler $d\mathrm{Q}$ à zéro; en intégrant le résultat, il vient :

$$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{C}}} = \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}}$$

1. Nous ne pouvons plus appliquer ici, comme pour les gaz permanents, la loi de Joule, qui permet de trouver la chaleur fournie au moyen du travail effectué.

en remplaçant $\frac{AB}{C}$ par la valeur $n=\frac{1}{4}$, et tirant le rapport $\frac{T}{T_1}$ de l'équation (33), il vient :

$$(34) \qquad pv^{\frac{4}{3}} = p_1 v_1^{\frac{4}{3}}$$

Les lignes adiabatiques ont la même forme que pour les gaz, mais l'exposant γ est remplacé par la valeur $\frac{4}{3}$.

L'énergie doit satisfaire à l'équation :

$$dQ = A dU + A p\, dv$$

et lorsque $dQ = 0$,

$$A\, dU = -A p\, dv$$

pdv étant pris dans la transformation adiabatique (éq. 34). On obtient par l'intégration :

$$AU - AU_0 = 3\, A\, p_1 v_1^{\frac{4}{3}} \left(\frac{1}{v^{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{v_0^{\frac{1}{3}}}\right)$$

ou, en tenant compte de l'équation (34) :

$$AU - AU_0 = 3\, A\, (pv - p_0 v_0)$$

que l'on peut écrire simplement :

$$(35) \qquad AU = 3\, A\, pv + C^{te}$$

Ainsi, l'énergie est proportionnelle au produit pv, mais ce produit, qui, pour un gaz permanent, ne serait fonction que de la température, dépend ici, comme l'indique la relation (33), de la température et de la pression. La constante qui figure dans cette formule est égale, d'après M. Zeuner, à 476.11 [1] ; la formule qui indique combien 1 kilogramme de vapeur surchauffée ayant le volume v et la pression p contient de chaleur de plus qu'un kilogramme d'eau à 0°, est donc :

$$AU = 476{,}11 + 3\, A\, pv$$

1. Elle s'obtient par comparaison avec la chaleur latente interne de la vapeur saturée, car, si la formule (35) est exacte, elle doit encore s'appliquer lorsque la surchauffe est nulle.

63. — En réalité, la marche qui a été suivie est à peu près inverse de celle que nous venons d'exposer, c'est-à-dire que des considérations tirées de la forme des adiabatiques ont conduit à supposer que l'énergie intérieure est donnée par l'équation (35). S'il en est ainsi, puisque le calorique spécifique C est constant, on a, par le principe de l'équivalence, appliqué à une transformation à la pression constante p:

$$C\,dT = A\,dU + A\,p\,dv$$

ou :

$$C\,dT = 4\,A\,p\,dv$$

et, en intégrant :

$$pv = \frac{C}{4A}T + f(p) \tag{I}$$

On peut déduire de l'équation (35) la forme des lignes adiabatiques, car pour celles-ci, on a, puisque dQ est nul :

$$A\,dU + A\,p\,dv = 0$$

ou :

$$\frac{4}{3}\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0$$

ou :

$$pv^{\frac{4}{3}} = p_1 v_1^{\frac{4}{3}} \tag{II}$$

ce qui est bien l'équation (34) que nous avions trouvée en partant de la loi fondamentale (33) supposée connue, mais que nous cherchons ici à découvrir.

La loi fondamentale, c'est-à-dire la relation entre la pression, le volume et la température serait fournie par l'équation (I), si nous pouvions trouver la valeur de $f(p)$; or, déterminons cette fonction de telle manière que les lignes adiabatiques qui se déduiront de la relation (I) puissent s'identifier avec celles que représente l'équation (II).

Nous aurons, comme au numéro (62), mais en partant cette fois de l'équation (I), et pour toute transformation adiabatique :

$$\left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{T}{T_1}$$

ou, en tirant le rapport des températures de l'équation (I) elle-même :

(III) $$p^{\frac{3}{4}}v - \frac{f(p)}{p^{\frac{1}{4}}} = p_1^{\frac{3}{4}}v_1 - \frac{f(p_1)}{p_1^{\frac{1}{4}}}$$

L'équation (II) peut du reste s'écrire :

$$p^{\frac{3}{4}}v = p_1^{\frac{3}{4}}v_1$$

Pour s'identifier avec (III), elle exige que :

$$\frac{f(p)}{p^{\frac{1}{4}}} = \frac{f(p_1)}{p_1^{\frac{1}{4}}} = \mathrm{M}$$

M étant une quantité constante. L'équation (I) devient donc :

(IV) $$pv = \frac{\mathrm{C}}{4\mathrm{A}}\,\mathrm{T} + \mathrm{M}p^{\frac{1}{4}}$$

La valeur de C est connue et donne :

$$\frac{\mathrm{C}}{4\mathrm{A}} = 50{,}933$$

Pour déterminer le coefficient M, il faut remarquer que l'équation (IV), si elle est générale, doit s'appliquer lorsque la surchauffe devient nulle, c'est-à-dire lorsque l'on donne à v et T les valeurs qui conviendraient pour la vapeur saturée à la pression p ; on obtient ainsi :

$$\mathrm{M} = -\,192{,}50$$

ce qui permet enfin d'écrire l'équation (33) sous cette forme explicite, qui convient pour les applications :

(36) $$pv = 50{,}933\,\mathrm{T} - 192{,}50\,p^{\frac{1}{4}}$$

On aura, pour une transformation quelconque (n° 62) :

$$\frac{d\mathrm{Q}}{\mathrm{T}} = \mathrm{C}\left(\frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}} - \frac{1}{4}\,\frac{dp}{p}\right)$$

On pourrait aussi, en suivant la même marche que nous avons suivie pour les gaz permanents (transformation suivant une ligne d'égale énergie, différente ici de l'isothermique, et transformation suivant une ligne de volume constant) trouver une expression de dQ en fonction du calorique spécifique à volume constant, et, par comparaison avec la dernière équation, exprimer le rapport des deux caloriques spécifiques; ce rapport est ici fonction de l'état du corps, c'est-à-dire par exemple, de T et p; lorsque T s'élève, on démontre qu'il tend vers la valeur constante $\frac{4}{3}$.

64. — Il est rare, dans les applications, que la vapeur d'eau soit surchauffée; nous verrons, notamment, que l'action des parois a pour effet de rendre très difficile le maintien de la surchauffe pendant que la vapeur évolue dans les cylindres des machines.

Lorsque la vapeur est surchauffée, on s'en aperçoit immédiatement, puisque son point figuratif se trouve en dehors de la courbe de saturation; on devra alors appliquer les équations qui viennent d'être données, mais seulement jusqu'à l'intersection avec la courbe de saturation, point à partir duquel les transformations suivent les lois exposées au § VII.

Les transformations peuvent être figurées sur le diagramme entropique; celles à pression constante, notamment, se traduiront comme pour les gaz, puisque C est constant.

65. — *Vapeurs surchauffées d'acide sulfureux et d'ammoniaque.* — L'acide sulfureux et l'ammoniaque, employés dans les machines frigorifiques aujourd'hui les plus répandues, peuvent s'y trouver à l'état de vapeurs saturées ou surchauffées, car les opérations produites dans les appareils en question se réduisent à des compressions suivies d'expansions; il n'existe, sur ces vapeurs spéciales, que quelques expériences dues à Regnault. *M. Ledoux* [1] en a déduit des formules qui, à défaut d'autres données, peuvent être très utiles; elles sont tirées de celle que M. Zeuner [2] a trouvée pour la vapeur d'eau :

$$pv = \text{BT} - \text{M}p^n$$

On peut déterminer les constantes B, M, n, en introduisant dans

1. Ledoux. — *Annales des Mines*, 1878, t. XIV, p. 171.

2. Zeuner. — *Zur Theorie der Kalt-Dampfmaschinen.* — *Civil Ingenieur*, 1881, p. 477.

l'équation les résultats trouvés par Regnault, en ce qui concerne le produit pv, pour certaines températures et certaines pressions.

Le coefficient de dilatation à *pression* constante, α, est donné par :

$$\alpha = \frac{1}{v}\,\frac{dv}{dt} = \frac{B}{pv}$$

En appliquant l'équation à la pression atmosphérique, et pour le volume spécifique v_0, ce qui suppose la température au zéro du thermomètre ordinaire, on a :

$$B = 10334\, v_0\, \alpha$$

Si on connaît v_0 et le coefficient de dilatation sous pression constante, à zéro, il suffit de deux valeurs du produit pv en fonction de la température et de la pression pour déterminer les constantes M et n. M. Ledoux trouve ainsi :

pour l'acide sulfureux :

(37) $$pv = 13{,}882\ T - 3{,}8455\ p^{0.44487}$$

et pour l'ammoniaque :

(38) $$pv = 52{,}4943\ T - 43{,}7144\ p^{0.82685}$$

Les lignes adiabatiques ont pour équation, comme on l'a vu au numéro 62 :

$$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{AB}{C}} = \frac{T}{T_1}$$

C est, comme précédemment, le calorique spécifique à pression constante; en utilisant la relation fondamentale pour éliminer T, on obtient :

$$pv = BT_1 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{AB}{C}} - Mp^n$$

Pour se servir de cette équation, il faut connaître la chaleur spécifique C; celle-ci, supposée constante dans les limites usuelles, est d'après Regnault :

pour l'acide sulfureux :

$$C = 0.15438$$

d'où :

$$\frac{AB}{C} = 0.211882$$

pour l'ammoniaque :

$$C = 0.50836$$

d'où :

$$\frac{AB}{C} = 0.242615$$

M. Zeuner a suivi une marche analogue à celle de M. Ledoux, mais, pour l'acide sulfureux, il a utilisé les valeurs des coefficients α obtenus par Regnault en faisant varier successivement la pression et le volume. Les formules de M. Zeuner sont les suivantes :
pour l'acide sulfureux :

$$pv = 13.998\ T - 32,543\ p^{0.2138} \qquad (37^{bis})$$

pour l'ammoniaque :

$$pv = 52.642\ T - 29,783\ p^{0.3653} \qquad (38^{bis})$$

66. — Les vapeurs *saturées* des corps que nous considérons sont elles-mêmes peu connues. M. Ledoux [1] a déduit leurs constantes de celles des vapeurs surchauffées en déterminant, pour ces vapeurs, et d'après les expériences de Regnault, la loi :

$$p = \varphi(t)$$

On sait, en outre, que l'équation de Clapeyron relie la chaleur de vaporisation r, au volume de la vapeur; celui-ci peut s'obtenir en fonction de la température, et par conséquent de la pression, en supposant que l'équation des vapeurs surchauffées s'applique jusqu'au point de saturation; il en résulte que, par une marche inverse de celle que nous avons suivie pour les vapeurs saturées, on obtient r en fonction de v.

Il reste à trouver λ, chaleur totale; or on peut tirer, de l'équation des lignes adiabatiques, la valeur de l'énergie intérieure, et en déduire une équation qui donne la chaleur totale à fournir pour une transformation générale.

M. Ledoux a obtenu :

1. Ledoux. — Mémoire cité, note, p. 202.

pour l'acide sulfureux :

(39) $$q = 0.36333\,t + 0.000004\,t^2$$

(40) $$r = 91.396 - 0.2361\,t - 0.000135\,t^2$$

(41) $$\lambda = 91.396 + 0.12723\,t - 0.000131\,t^2$$

(42) $$Ap\,(u' - u) = 8.243 + 0.0196\,t - 0.000116\,t^2$$

pour l'ammoniaque :

(43) $$q = 1.0058\,t + 0.001829\,t^2$$

(44) $$r = 313.63 - 0.6250\,t - 0.002111\,t^2$$

(45) $$\lambda = 313.63 - 0.3808\,t - 0.000282\,t^2$$

(46) $$Ap\,(u' - u) = 30.154 + 0.08861\,t - 0.000059\,t^2$$

Le même auteur a calculé, pour ces deux corps, des tables s'étendant de — 30° à 40° C., pour l'acide sulfureux, et de — 40° à 40° pour l'ammoniaque.

Des calculs analogues, entrepris par M. Zeuner, lui ont donné pour la vapeur saturée d'ammoniaque [1] :

(47) $$q = 1.01235\,t + 0.004189\,t^2$$

(48) $$r = 314.865 - 0.64303\,t - 0.004714\,t^2$$

(49) $$\lambda = 314.865 + 0.36932\,t - 0.000525\,t^2$$

(50) $$Ap\,(u' - u) = 30.248 + 0.06938\,t - 0.000235\,t^2$$

(51) $$s = \int_0^t \frac{dq}{T} = 7{,}15118 + 0.008378\,t - 2{,}93543\,l_{10}\,T$$

M. Zeuner a également calculé, au moyen de ces équations, une table s'étendant entre les mêmes limites que celles de M. Ledoux.

Les volumes spécifiques du liquide sont :

pour l'acide sulfureux : $u = 0.0007$
pour l'ammoniaque : $u = 0.0016$

1. *Civil Ingenieur*, mémoire cité, p. 400. Il semble, au premier abord, qu'il y ait une différence sensible entre les formules de M. Ledoux et celles de M. Zeuner, mais les calculs numériques prouvent le contraire, les termes qui paraissent très inégaux étant faibles pour les basses températures.

Les diagrammes entropiques tracés d'après ces données ont la forme représentée figure 29 pour l'acide sulfureux, et figure 30 pour l'ammo-

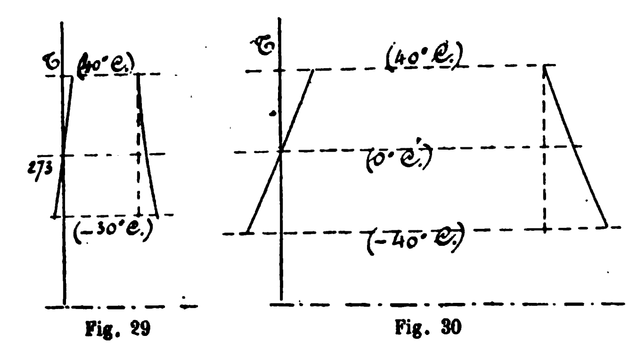


Fig. 29 Fig. 30

niaque ; les échelles des deux figures sont les mêmes ; on voit que ces deux corps se comportent comme l'eau au point de vue de l'abaissement du titre pendant la détente.

CHAPITRE II

Ecoulement des fluides.

---

§ I

Ecoulement des gaz permanents.

67. — L'écoulement d'un fluide qui passe d'une enceinte où règne la pression p_1 à un réservoir dans lequel la pression p_2 est inférieure, est une opération non réversible, à laquelle le premier principe expérimental peut seul être appliqué. L'énergie sensible due à la force vive du fluide prend ici une valeur prépondérante ; il faut, par conséquent, en tenir compte dans le principe de l'équivalence, qui s'énonce ainsi :

La moitié de la force vive acquise pendant le temps $d\tau$, par la masse du fluide qui s'écoule, est égale au travail des forces extérieures, augmenté de l'énergie fournie sous forme de chaleur, et diminué de l'accroissement de l'énergie intérieure pendant le même temps.

Nous supposons que l'écoulement est devenu permanent ; soient :

p_1 la pression dans le premier réservoir,

v_1 le volume du fluide dans ce réservoir pour l'unité de poids, à la température T_1 du réservoir,

ω_1 la section du premier réservoir,

p_2 la pression dans le second réservoir,

v_2 le volume de l'unité de poids à la pression p_2 et à la température T' de la section contractée de la veine,

ω_2 la section contractée,

w la vitesse dans la section contractée.

Considérons la masse du fluide comprise entre les sections ω_1, ω_2 ; nous pouvons, par la pensée, supprimer toute la masse restante dans chacun

des réservoirs, et la remplacer par des pistons (fig. 31) sur lesquels s'exerceraient les pressions p_1 et p_2 par unité de surface.

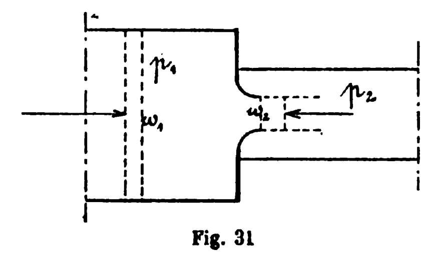


Fig. 31

Soit P le poids qui s'écoule par seconde, P$d\tau$ sera le poids qui s'écoule pendant l'élément de temps, et l'on aura pour les quantités d'énergie qui figurent dans l'équation de l'équivalence :

1°) Pour la moitié de l'accroissement de la force vive pendant le temps $d\tau$:

$$\mathrm{P}\, d\tau \frac{w^2}{2g}$$

car nous supposons que la section ω_1 est très grande relativement à la section contractée.

2°) Pour le travail des forces extérieures :

$$\mathrm{P}\, d\tau\, (v_1 p_1 - v_2 p_2)$$

3°) L'énergie fournie sous forme de chaleur diminuée de l'accroissement de l'énergie intérieure n'est autre chose que le travail effectué par la détente du corps qui s'écoule en passant de la pression p_1 à la pression p_2 ; en effet, soit dQ la quantité de chaleur communiquée à l'unité de poids au moment du trajet où la pression est p et le volume v ; l'accroissement d'énergie étant dU, on a évidemment

$$dQ - A\, dU = A\, pdv$$

pour le temps $d\tau$, chaque tranche de poids P$d\tau$ prend la place de la tranche suivante, et cette opération s'effectue depuis la section ω_1 jusqu'à la section ω_2. Le travail exercé est, par conséquent :

$$\mathrm{P}\, d\tau \int_{p_1}^{v_2} pdv$$

et l'on a finalement :

$$(52) \qquad \frac{w^2}{2g} = v_1 p_1 - v_2 p_2 + \int_{v_1}^{v_2} pdv$$

équation qui peut se mettre sous une forme encore plus simple, car

$$\int_{v_1}^{v_2} pdv = p_2 v_2 - p_1 v_1 - \int_{p_1}^{p_2} vdp$$

ce qui donne :

$$\frac{w^2}{2g} = \int_{p_2}^{p_1} vdp \tag{53}$$

On peut aussi écrire l'équation (52) sous cette forme :

$$\frac{w^2}{2g} = R\,(T_1 - T'_2) + \int_{v_1}^{v_2} pdv \tag{52 bis}$$

T_1 étant la température dans le premier réservoir et T'_2 la température du jet à l'orifice.

Dans ces diverses formes d'équation, il est impossible de trouver l'intégrale si l'on ne connaît, pour chaque point compris entre les sections ω_1 et ω_2, la loi qui lie la pression au volume; en général, cette loi n'est pas connue, elle dépend de la manière dont la chaleur est communiquée au corps dans son trajet, mais nous pouvons résoudre le problème dans quelques cas particuliers.

68. — *Cas où le volume est constant.* — L'équation (53) devient :

$$\frac{w^2}{2g} = v\,(p_1 - p_2)$$

ou, puisque v est le volume de l'unité de poids, on a, en appelant δ la densité par rapport à l'eau :

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\delta} \tag{54}$$

c'est la formule des liquides.

Il se produit un abaissement de température dans l'orifice, car le volume doit rester constant malgré la diminution de pression; du reste, d'après l'équation (52 *bis*) :

$$\frac{w^2}{2g} = R\,(T_1 - T'_2)$$

on a donc :

(55) $$T_1 - T'_2 = \frac{p_1 - p_2}{\delta R} = \frac{p_1}{\delta R}\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right)$$

ainsi, soient :

$$p_1 = 1{,}1 \times 10334 \text{ kilogrammes}$$

$$p_2 = 10334$$

Pour l'air atmosphérique, $R = 29.272$
soit :

$$T_1 = 273 + 10 = 283 \text{ (ou } 10^\circ \text{ C.)}$$

δ est le poids de l'unité de volume à la pression p_1 et à la température T_1.

$$\delta = \frac{1{:}293 \times 1.1}{1 + 10\,\alpha} = 1.372$$

On trouve :

$$T'_2 = 257^\circ 7 \text{ environ (ou } - 15^\circ 3 \text{ C.)}$$

L'abaissement de température est donc très prononcé.

Pour réaliser ce mode d'écoulement il est à peine nécessaire de remarquer qu'il faut fournir au corps une certaine quantité de chaleur positive ou négative pendant le trajet vers l'orifice (n° 70).

69. — *Cas où la température est constante.* — On a, par l'équation (52 *bis*) :

$$\frac{w^2}{2g} = \int_{v_1}^{v_2} p\,dv.$$

La loi qui lie la pression au volume est ici la loi de Mariotte, donc :

$$\frac{w^2}{2g} = p_1 v_1 \, l_n \frac{p_1}{p_2}.$$

(56) $$\frac{w^2}{2g} = RT_1 \, l_n \frac{p_1}{p_2}$$

Cette formule est celle de *Navier*. Pour réaliser la constance de la

température, il est nécessaire de fournir au fluide une certaine quantité de chaleur, comme on le verra ci-après.

70. — *Cas où* $dQ = o$. — La pression et le volume sont alors liés par l'équation :

$$pv^{\gamma} = p_1 v_1^{\gamma}$$

On peut calculer l'abaissement de température par l'équation (11) :

$$\frac{T'_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

qui donne :

$$T_1 - T'_2 = T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]$$

D'ailleurs, dans une transformation adiabatique, le travail accompli est égal à la perte d'énergie intérieure, on a donc :

$$\int_{v_1}^{v_2} pdv = Ec\,(T_1 - T'_2)$$

et, en portant ces valeurs dans l'équation (52 *bis*) :

$$\frac{w^2}{2g} = E\,\gamma\,c\,T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right] \tag{57}$$

Lorsqu'on introduit dans cette formule la chute de température, elle prend la forme très simple :

$$\frac{w^2}{2g} = E\,\gamma\,c\,(T_1 - T'_2) \tag{57bis}$$

C'est la formule de *Weisbach*. L'abaissement de température est assez faible, même pour une grande vitesse, mais il existe toujours dans l'écoulement adiabatique ; par conséquent, pour produire l'écoulement à température constante, il faut fournir une certaine quantité de chaleur.

L'abaissement de température peut se mettre sous la forme :

$$T_1 - T'_2 = \frac{p_1 v_1}{R} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]$$

En comparant cette valeur à l'équation 55, on trouve que l'abaissement de température est moins prononcé dans l'écoulement adiabatique que dans l'écoulement à volume constant ; celui-ci ne peut donc être réalisé que moyennant une soustraction de chaleur (1).

71. — La vitesse w, réalisée dans la section contractée de la veine, s'amortit au fur et à mesure que le jet s'épanouit dans le réservoir, en même temps que la température T'_2 s'élève jusqu'à T_2.

L'échauffement du gaz s'effectue sous pression constante, au détriment de sa force vive seule, car l'opération se fait sensiblement sans emprunt de chaleur à l'extérieur ; on doit donc avoir :

$$A \frac{w^2}{2g} = \gamma c \, (T_2 - T'_2)$$

Cette formule, rapprochée par exemple de celle de l'équation adiabatique (57 *bis*), montre que, dans ce dernier mode, on a :

$$T_2 = T_1$$

c'est-à-dire que le fluide reprend, lorsqu'il s'est mis au repos dans le second réservoir, la température qu'il avait dans le premier. On en conclut qu'il n'y a pas de travail extérieur dépensé dans l'opération ; en effet, les deux réservoirs à pression constante peuvent être supposés reliés par un système de deux pistons (fig. 32) disposés de telle manière que les volumes déplacés par chacun d'eux soient en raison inverse des pressions qu'ils supportent (2). Pendant l'écoulement, le fluide reprenant dans le second réservoir la même température que dans le premier, les pistons seront en équilibre, et il n'y a aucun travail effectué par le gaz sur les corps extérieurs. La chaleur fournie au système est du reste nulle, et comme la température

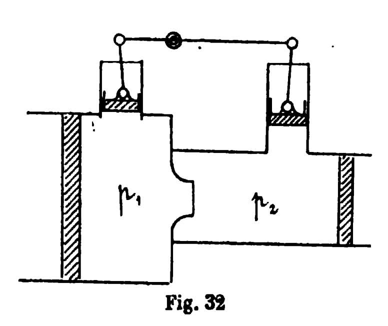


Fig. 32

1. Nous n'aborderons pas ici tous les problèmes auxquels peut donner lieu l'écoulement des gaz. M. Haton de la Goupillière a fait dans son *Cours de Machines*, t. I (nos 291 à 307) un exposé très complet des problèmes relatifs au remplissage et à la vidange d'un réservoir ; ces recherches peuvent présenter un certain intérêt au point de vue des applications de l'air comprimé.

2. On suppose, bien entendu, que tout le système se trouve dans le vide.

ne change pas, on voit que les conditions réalisées dans l'écoulement permanent ont quelque analogiè avec celles de l'expérience de Joule, bien que le phénomène soit évidemment tout autre.

72. — Pour établir l'accord complet entre les formules et les expériences de Weisbach, il faut observer que le frottement du fluide contre les bords de l'orifice développe de la chaleur, dont une portion très faible est transmise à la paroi elle-même ; par conséquent, l'énergie perdue sous forme de force vive est en majeure partie transmise au jet sous forme de chaleur, mais comme l'échauffement a lieu à pression constante, on aura en appelant T''_2 la température effective du jet et w_c la vitesse corrigée :

$$w_c = \varphi\, w$$

$$\frac{w_c^2}{2g} = E\,\gamma\, c\,(T_1 - T''_2)$$

Ces équations permettent de calculer T''_2 lorsque l'on connaît φ.

Le volume spécifique v_2, à la sortie de l'orifice, sera :

$$v_2 = \frac{RT''_2}{p_2}$$

Soient μ le coefficient de contraction, o la section de l'orifice ; le débit sera, en volume :

$$\mu\,\varphi\, o\, w$$

et en poids :

$$P = \frac{\mu\,\varphi\, o\, w\, p_2}{RT''_2}$$

Pour un orifice arrondi :

$$\varphi = 0.981,\ \mu = 1,\ \mu\varphi = 0.981$$

Pour un orifice en mince paroi :

$$\varphi = 0.981,\ \mu = 0.565 \text{ à } 0.81,\ \mu\varphi\ (^1) = 0.555 \text{ à } 0.795$$

L'écoulement adiabatique est celui qui se rapproche le plus des conditions pratiques, car les gaz conduisent mal la chaleur, et il serait fort

1. $\mu\varphi$ = 0,636 d'après Daubuisson.

difficile de transmettre au jet (ou de lui enlever) pendant l'écoulement même, une quantité de chaleur appréciable.

73. — *Détendeurs.* — Ces appareils ont été imaginés pour dépenser à pression constante l'air comprimé d'un réservoir dont la pression diminue successivement au fur et à mesure que le réservoir se vide. En principe, ils se réduisent au système de la figure 33, qui représente en schéma le détendeur Belleville.

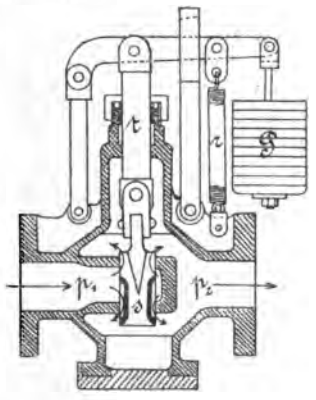


Fig. 33

Un obturateur cylindrique s en se déplaçant vers le bas, découvre de plus en plus largement les orifices par lesquels l'air s'échappe à la pression p_2; la force qui tend à fermer cet obturateur est due à l'excès de la pression p_2 sur la pression atmosphérique, sur la section de la tige t; elle est équilibrée par un levier sur lequel agissent un ressort r et un contre-poids P réglé pour chaque cas; lorsque la pression p_2 diminue, l'action du levier augmente les ouvertures, et *vice versa*.

Les détendeurs sont aujourd'hui fréquemment employés pour réduire la pression de la vapeur dans les appareils de chauffage, quelquefois aussi pour régulariser la pression de la vapeur fournie par les chaudières à petit volume d'eau, ou pour alimenter les enveloppes de vapeur des cylindres intermédiaires dans les machines à expansion multiple.

Lorsqu'il s'agit d'un gaz comprimé, les échanges de chaleur entre l'air et la fonte des parois sont négligeables dans la zone active de l'appareil; l'écoulement est donc adiabatique, et la température baisse dans l'orifice, mais elle se rétablit (n° 71) lorsque la vitesse est amortie.

L'énergie intérieure n'est donc pas altérée, et les volumes de l'unité de poids du fluide avant et après le passage à travers le détendeur, sont liés par la loi de Mariotte.

Nous savons que le travail limite qui serait développé par le gaz en se détendant jusqu'au moment où sa pression serait nulle, ne dépend que de la température initiale du gaz et non de sa pression (19), mais pratiquement, la détente étant limitée par la contre-pression atmosphérique, le travail recueilli pendant la détente diminue en même temps

que la pression p_2. Le détendeur amène donc une perte d'effet inévitable, qui sera étudiée à propos des aéro-moteurs [1].

L'effet d'un modérateur ou d'une soupape à étranglement est analogue à celui du détendeur; cependant, on ne peut comparer l'action commune de ces différents organes à celle d'une vanne de moteur hydraulique, qui, pour un même poids d'eau dépensé, réduit la pression sans augmenter le volume du fluide.

§ II.

Ecoulement des vapeurs [2].

74. — L'équation (52) trouvée pour les gaz permanents, s'applique aux vapeurs, mais il est préférable ici de remplacer le travail de détente produit par le fluide en fonction de l'excès de la chaleur fournie sur l'accroissement de la chaleur interne ; c'est-à-dire de remplacer

$$A \int_{v_1}^{v_2} p dv$$

par l'expression équivalente :

$$Q - A (U_2 - U_1)$$

L'équation devient ainsi :

$$A \frac{w^2}{2g} = A (p_1 v_1 - p_2 v_2) + Q - A (U_2 - U_1)$$

Soient x_1 le titre initial du mélange ;

u'_1 le volume spécifique de la vapeur saturée à la température T_1 ;

x_2 le titre à l'orifice ;

u'_2 le volume spécifique de la vapeur saturée à la pression p_2, et à la température T_2 qui lui correspond.

Le volume liquide dont la dilatation est, comme nous l'avons admis,

1. 8e Fascicule.

2. M. E. Haerens. — *Annales des Ingénieurs de Gand*, 1886, 2e mémoire, a étudié de nombreux cas d'écoulement de la vapeur saturée et même surchauffée.

négligeable vis à vis du volume de la vapeur, sera supposé constant et égal à 1. On a donc :

$$v_1 = u + (u_1' - u)\, x_1$$

$$v_2 = u + (u_2' - u)\, x_2$$

$$A\, U_1 = \int_o^{T_1} dq + x_1 \left[r_1 - Ap_1 (u_1' - u)\right]$$

$$A\, U_2 = \int_o^{T_2} dq + x_2 \left[r_2 - Ap_2 (u'_2 - u)\right]$$

Q est la quantité de chaleur fournie à l'unité de poids du mélange pendant qu'il passe de l'état $x_1\, T_1\, p_1$ à l'état $x_2\, T_2\, p_2$, et sur laquelle nous pouvons faire des hypothèses particulières ; la plus simple, qui ne doit pas s'écarter beaucoup de la réalité, consiste à supposer

$$Q = o$$

En introduisant ces différentes valeurs dans l'expression qui fournit la vitesse, on obtient :

$$\text{(58)} \qquad A\, \frac{w^2}{2g} = \int_{T_2}^{T_1} dq + r_1\, x_1 - r_2\, x_2 + A\, (p_1 - p_2)\, u$$

Lorsque l'on néglige le dernier terme, qui représente la chaleur correspondante au travail d'expulsion du volume u qu'aurait le mélange liquéfié, il vient simplement :

$$\text{(59)} \qquad A\, \frac{w^2}{2g} = q_1 - q_2 + r_1\, x_1 - r_2\, x_2$$

Les quantités q_1, q_2, r_1, x_1, r_2, sont connues; le titre x_2 est celui du mélange après la détente adiabatique; on a donc, par l'équation (27) :

$$x_2 \frac{r_2}{T_2} + s_2 = x_1 \frac{r_1}{T_1} + s_1$$

et le problème est entièrement résolu, surtout lorsque l'on possède une table de l'entropie s du liquide.

On emploie des formules approchées qui donnent la valeur explicite

de la vitesse ; celle de M. Zeuner [1] s'établit en remarquant que :

$$\int \frac{dq}{T} = \int l \frac{dT}{T}$$

et en prenant pour l, chaleur spécifique du liquide, une valeur constante, ce qui donne :

$$r_2 x_2 = \frac{T_2}{T_1} r_1 x_1 + l T_2 \log_n \frac{T_1}{T}$$

On a, du reste :

$$\log_n \frac{T_1}{T_2} = \log_n \left(1 + \frac{T_1 - T_2}{T_2}\right)$$

et, en développant en série :

$$\log_n \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_1 - T_2}{T_2} - \frac{1}{2}\left(\frac{T_1 - T_2}{T_2}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{T_1 - T_2}{T_2}\right)^3 - \ldots..$$

Cette valeur est introduite dans l'expression de $r_2 x_2$, que l'on substitue dans l'équation (59). Pour la vapeur d'eau, l est sensiblement égal à l'unité, et l'on démontre que, même pour des écarts de température dépassant ceux que l'on a à considérer dans les applications, on peut se borner à conserver le premier terme du développement ; dans tous les cas où x_1 est assez grand, on obtient ainsi, pour la vapeur d'eau :

(59*bis*) $$w = 91.2 \sqrt{r_1 \, x_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1}}$$

75. — La vitesse w est celle qui se produit dans le voisinage de l'orifice, mais bientôt, elle se ralentit, et il en résulte des mouvements tourbillonnaires, pendant lesquels la force vive du jet se transforme en chaleur que le mélange absorbe à la pression constante p_2. Soit x'_2 le titre de la vapeur ramenée au repos, sa température reste T_2 (à moins que la vapeur ne se surchauffe, ce qui aura lieu si nous trouvons $x'_2 > 1$). Nous aurons :

$$A \frac{w^2}{2g} = r_2 (x'_2 - x_2)$$

1. Ouvrage cité, et A. Pochet, *Nouvelle Mécanique industrielle*.

ou, en prenant la valeur de la force vive donnée par l'équation (58) :

$$x'_2 = \frac{A(p_1 - p_2)\,u + q_1 - q_2 + r_1 x_1}{r_2} \tag{60}$$

Cette valeur aurait pu être trouvée directement, en exprimant que le travail effectué sur la vapeur dans l'ensemble des deux réservoirs est égal à l'accroissement de son énergie intérieure.

Application numérique. — Soient :

$$\begin{array}{ll} T_1 = 273 + 190 & p_1 = 128396 \\ T_2 = 273 + 100 & p_2 = 10334 \\ q_1 = 192.78 & q_2 = 100.50 \\ r_1 = 471.67 & r_2 = 536.50 \end{array}$$

Pour $x_1 = 1$, on trouve $x'_2 > 1$, ce qu'il est facile de vérifier par l'équation (60). On peut se demander quel devrait être le titre initial du mélange pour que la vapeur arrivée au repos dans le second réservoir soit saturée et sèche. On devra avoir $x'_2 = 1$ dans l'équation (60) ; celle-ci donne alors :

$$x_1 = 0.94$$

76. — *Surchauffe spontanée.* — La vapeur saturée à 190° C. (12,5 atm. abs. environ), contenant 6 % d'eau, se sèche donc complètement en s'écoulant sans perte ni gain de chaleur à la pression atmosphérique, après qu'elle est rentrée au repos.

Si l'on suppose que le titre soit supérieur à 0.94, la vapeur se surchauffe, et c'est ce que l'on observe dans l'écoulement de la vapeur à l'air libre ; dans le voisinage de l'orifice, il se forme un cône gris ayant l'orifice pour base, et cette couleur est due à l'humidité produite par la détente ; le jet s'épanouit ensuite, il devient transparent et prend une couleur bleue ; c'est le frottement de l'air et l'arrêt progressif de la vapeur qui produisent ce phénomène ; enfin, à une distance plus grande encore, le jet se refroidit, et la vapeur prend l'état vésiculaire.

Ce résultat indique que l'on peut surchauffer la vapeur, lorsqu'elle est humide, en déterminant une chute de pression ; toutefois, la surchauffe que l'on peut obtenir ainsi n'est pas très prononcée.

En règle générale, lorsque l'on étrangle la vapeur qui se rend de la chaudière au récepteur, soit au moyen d'un détendeur (73), soit au moyen

d'une valve, on retrouve sous forme de chaleur interne tout l'excès du travail de la pression d'amont sur celui de la pression d'aval. On ne peut en conclure, cependant, qu'il est indifférent d'employer la vapeur à pleine pression ou de lui faire subir un étranglement; nous verrons au contraire dans la théorie des machines à vapeur, que par le fait de l'étranglement la chaleur de la source supérieure est moins bien utilisée.

La surchauffe, ou tout au moins l'élévation du titre que nous venons de reconnaître pour la vapeur d'eau, n'est nullement en contradiction avec le fait établi au numéro 48 : la condensation de la vapeur pendant la détente adiabatique; en effet, il y a une différence essentielle entre les deux phénomènes : dans le changement réversible, le mélange effectue du travail au détriment de sa chaleur interne, tandis que la vapeur qui s'écoule et qui rentre au repos reçoit, au total, le travail des pressions extérieures. Dans l'orifice même, le titre de la vapeur est celui qui résulterait de la détente adiabatique, dont le travail s'est exercé sur la masse de la vapeur, mais l'équivalent en force vive du travail rentre en jeu dans la transformation ultérieure.

77. — *Débit d'un orifice.* — Pour l'obtenir, il faut multiplier la section de l'orifice, exprimée en mètres carrés, par la vitesse de la vapeur, et par le poids du mètre cube du mélange; celui-ci est :

$$\frac{1}{(1-x_2)\,u + u'_2\,x_2}$$

ou, très approximativement, même lorsque le titre x_2 est faible :

$$\frac{1}{u'_2\,x_2}$$

On a donc, en appelant P le débit en poids, et o la section :

$$\text{(61)} \qquad P = \frac{ow}{u'_2 x_2} = 91.2\,\frac{o}{u'_2 x_2}\sqrt{r_1\,x_1\,\frac{T_1 - T_2}{T_1}}$$

Cette formule peut être utile pour la recherche du diamètre à donner aux soupapes de sûreté des chaudières [1].

78. — *Ecoulement à l'air libre de l'eau d'une chaudière.* — Lorsque la température de l'eau est inférieure à 100° C, le phénomène est régi

1. 4e Fascicule.

par les lois de l'hydraulique, et ne présente aucun intérêt spécial ; mais lorsque la température T_2 est supérieure à $273 + 100$, on peut prévoir qu'une partie du jet se vaporise pendant le trajet du mélange, d'abord entièrement liquide, qui se rend vers l'orifice ; il y a ainsi une certaine énergie dépensée qui altère complètement le phénomène.

La formule pratique (59 *bis*) ne s'applique pas au cas où x_1 est nul, il faut faire le calcul au moyen de l'équation (59); on a, dans le cas de l'exemple numérique déjà traité (n° 75) :

$$x_2 = 0.1536$$
$$w = 286^m23$$

On obtiendrait, par la formule de l'hydraulique :

$$w = \sqrt{2g\frac{p_1 - p_2}{1000}} = 48{,}13$$

et l'on voit combien grave serait l'erreur commise en négligeant l'effet de la modification de la chaleur interne du fluide qui s'écoule.

Pour obtenir le débit en poids de l'orifice, il faut tenir compte du poids spécifique du mélange :

$$\frac{1}{u + x_2(u'_2 - u)}$$

on a $u = 0{,}001$.

Pour l'orifice ayant 1 mètre carré de section, il vient pour le débit en poids :

$$P = \frac{w}{u + x_2(u'_2 - u)} = 1125 \text{ kil. par seconde}$$

Si l'on suppose que l'eau est sous la même pression (produite, par exemple, par un piston ou par une autre chaudière), mais à la température de 100° seulement, le débit en poids devient :

$$\frac{48.13}{0.001} = 48130 \text{ k.}$$

M. Zeuner[1] établit que, pour un orifice donné, le débit en poids n'augmente que très peu avec la pression initiale; on se rend facilement compte de ce fait en remarquant que le titre du mélange, en augmentant la vitesse, diminue la densité.

1. Zeuner. — Ouvrage cité p. 414. Une table est calculée pour des pressions absolues s'étendant de 2 à 14 atmosphères; le poids débité par mètre carré d'orifice augmente de 1094 k., 6 à 1129 k., 6; dans le premier cas la proportion de vapeur n'est que de 41,5 kilogrammes, tandis qu'à la pression la plus élevée, cette proportion est de 183 k., 7.

Des expériences récentes, inspirées par M. Sauvage [1], ont montré que le phénomène réel ne vérifie nullement la théorie ci-dessus; le débit augmenterait avec la pression dans une assez forte mesure, et serait toujours beaucoup plus grand que celui de la formule de M. Zeuner. M. Widmann, ingénieur de la Marine, signale des anomalies semblables au sujet de l'écoulement de la vapeur, qui, d'après ses expériences et celles faites par M. Garnier, à Indret, donnerait lieu à un débit 3 ou 4 fois plus grand que celui des formules théoriques.

§ III

Appareils à jet.

79. — *Injecteur Giffard* [2] *pour l'alimentation des chaudières.* — La vapeur est prise sur une chaudière à la température centigrade t_1, elle est saturée et son titre se rapproche de l'unité ; elle entraîne, au moment où elle débouche dans la chambre C, figure 34, une certaine quantité d'eau froide à la température t. Pendant cette opération, la vapeur se condense et l'eau qui résulte du mélange, échauffée à la température θ, possède, dans la section de sortie B, la vitesse V ; en ce point, la veine liquide est soumise à la pression atmosphérique, mais par suite du ralentissement qu'elle subit dans la tuyère divergente D, sa pression s'élève, et elle pénètre dans la chambre d'eau de la chaudière.

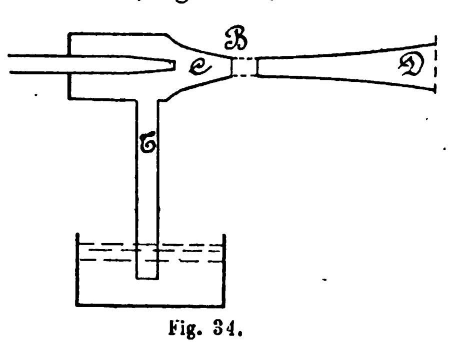


Fig. 34.

Soient t_2, x_2 la température et le titre de la vapeur à la sortie de l'orifice, p_2 la pression, et w la vitesse du jet dans cet orifice.

Si nous supposons que les parois de l'appareil n'absorbent ni ne cèdent aucune quantité de chaleur, l'énergie du fluide qui sort de la section B est égale à la somme des énergies amenées : 1°) par le fluide qui

1. *Écoulement de l'eau des chaudières*, par M. Ed. Sauvage. — *Annales des Mines*, août 1892. — Voir aussi sur cette question les expériences et les travaux de M. Résal. Ser. *Physique industrielle*, t. I., ch. III.
2. L'invention de cet appareil remonte à l'année 1858.

débouche du tuyau de prise de vapeur; 2°) par le poids y d'eau froide, à la température t, qui s'ajoute à la vapeur; 3°) par le travail de la pression sous laquelle s'opère la condensation dans la chambre C.

Nous avons donc :

$$A \frac{w^2}{2g} + \int_o^{t_2} ldt + x_2 [r_2 - Ap_2 (u'_2 - u)] + y \int_o^t ldt + Ap_2 x_2 (u'_2 - u)$$
$$= \left[A \frac{V^2}{2g} + \int_o^\theta ldt\right](1+y)$$

et, en nous servant de la valeur de $A\frac{w^2}{2g}$ donnée par l'équation (58) :

$$(a) \qquad (1+y)\left[\int_t^\theta ldt + A \frac{V^2}{2g}\right] = \int_t^{t_1} ldt + r_1 x_1 + A (p_1 - p_2) u$$

Cette équation renferme les inconnues V, y et θ; elle suppose que toute la vapeur est condensée dans la section B, où règne la pression atmosphérique, et, par conséquent, que θ est inférieur à 100° C; le dernier terme, qui est très faible, peut être négligé.

Nous pouvons, par le principe des quantités de mouvement projetées sur l'axe de l'appareil, trouver une seconde relation entre w et V.

L'accroissement de la quantité de mouvement projetée, pour la masse qui, pendant le temps $d\tau$, sort de l'orifice B, est :

$$\frac{(1+y)}{g} V\, d\tau - \frac{w}{g} d\tau$$

car la quantité de mouvement apportée par l'eau froide est nulle ou négligeable.

Les pressions qui agissent sur le fluide, dans toute la région étudiée, diffèrent peu de la pression atmosphérique, et nous supposerons, par conséquent, que la somme des impulsions des forces est nulle. Nous avons donc :

$$(b) \qquad V(1+y) = w$$

w est, comme on le sait, déterminé par les conditions de l'écoulement, mais θ reste toujours inconnu; c'est que, en effet, on peut régler la quantité d'eau y qui s'ajoute à la vapeur et lui donner différentes valeurs sans que l'appareil cesse de fonctionner.

En réalité, en supposant données toutes les circonstances qui ont

une influence sur l'écoulement, c'est-à-dire la configuration exacte de l'intérieur de la chambre C, la hauteur de l'aspiration, etc., il ne peut s'établir qu'un régime déterminé, et il serait possible de le découvrir (1). Mais la question posée de cette manière est fort compliquée ; nous arriverons à un résultat suffisamment exact en choisissant des valeurs de θ inférieures à 100° ; les équations (*a*) et (*b*) ne renfermeront plus que les inconnues V et y, et nous pourrons former, pour des valeurs de t_1, x_1 et t choisies à l'avance, un tableau des valeurs de y et V qui correspondent à différentes valeurs de θ.

Admettons, par exemple, que la vapeur soit sèche, nous aurons $x_1 = 1$, et nous calculerons pour toutes les valeurs possibles de t_1 et de t, un tableau analogue au suivant :

		$t_1 = 165°,34$ (7 atm. *abs*) $w = 780$				$t_1 = 133°,91$ (3 atm. *abs*) $w = 596$			
		$1+y$	V	y	Hauteur de ref. $\frac{V^2}{2g}$	$1+y$	V	y	Hauteur de ref. $\frac{V^2}{2g}$
$t = 15°, \theta =$	90	7.6	102	6.6	530	7.7	76	6.7	293
	70	10.3	77	9.3	294	10.4	56.5	9.4	157
	50	14.6	53	13.6	143	15	39.7	14	80
	30	26.7	29	25.7	43	28.7	20.7	27.7	38
$= 40°, \theta =$	90	10.4	75	9.4	286	10.6	56	9.6	160
	70	15.8	49	14.8	122	16.4	36.2	15 4	67
	50	32.5	24	31.5	29.4	36	16.5	35	13.9

La deuxième partie de l'injecteur est un tube divergent qui, par un ralentissement progressif du jet, produit une augmentation correspondante de pression.

Soient ω et Ω les sections à l'origine et à l'extrémité de la partie conique D ; le jet étant liquide, les variations de chaleur interne n'entrent plus en ligne de compte, et, si l'on appelle p la pression dans la section Ω, on aura la relation :

$$\frac{p}{1000} + \frac{\omega^2}{\Omega^2}\frac{V^2}{2g} = \frac{p_a}{1000} + \frac{V^2}{2g}$$

1. M. E. Haerens, *Annales des Ingénieurs de Gand*, 1887, a donné une théorie complète de l'injecteur Giffard.

ou :

$$\frac{p - p_a}{1000} = \frac{V^2}{2g}\left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2}\right)$$

pour

$$\frac{\omega}{\Omega} = \frac{1}{4}$$

c'est-à-dire pour un rapport égal à 2 entre les diamètres, on a :

$$\frac{p - p_a}{1000} = \frac{15}{16}\frac{V^2}{2g}$$

qui indique que l'on peut refouler l'eau à une pression à peu près équivalente à la hauteur $\frac{V^2}{2g}$.

L'examen du tableau montre que l'on peut alimenter des chaudières dont la pression est bien supérieure à celle de la vapeur admise dans l'injecteur Giffard; le même tableau indique que l'appareil cesse de fonctionner, quelle que soit la pression, lorsque θ descend assez bas; la limite inférieure de θ est plus vite atteinte lorsque la pression est élevée, et, à pression égale, lorsque l'eau d'alimentation est plus chaude à l'aspiration. On peut néanmoins encore alimenter des chaudières à pression assez basse même en prenant l'eau d'alimentation à 40° (température souvent atteinte par l'eau de décharge des pompes à air). Enfin, le rapport y de la quantité d'eau entraînée, à celle de la vapeur qui sort de la chaudière pour y rentrer liquéfiée, diminue lorsque θ augmente.

80. — ***Rendement de l'injecteur employé comme appareil d'alimentation.*** — Le travail utile effectué correspond à l'introduction, dans la chaudière, d'un poids d'eau y, se trouvant à la pression atmosphérique, et qui doit être refoulé à la pression p; pour simplifier le calcul, nous pouvons supposer que le fonctionnement est réglé de telle manière que l'eau arrive sans vitesse dans la chaudière; le poids d'eau y est échauffé par l'injecteur, de la température t à la température θ. L'énergie calorifique ajoutée à celle que contenait la chaudière est, par conséquent :

$$Ay\,(p_1 - p_a)\,u + y\int_t^\theta l\,dt$$

Nous n'avons pas à compter, dans l'effet utile produit, le kilogramme d'eau provenant de la vapeur condensée, car il est sorti sous forme de vapeur; mais nous devons, pour obtenir la dépense d'énergie, évaluer la

quantité de chaleur nécessaire pour ramener à son état primitif la vapeur condensée à la température θ ; cette quantité de chaleur est :

$$\int_{\theta}^{t_1} l dt + r_1 x_1$$

Le rendement de l'appareil est le rapport des deux énergies que nous venons d'évaluer :

$$R = \frac{Ay\,(p_1 - p_a)u + y\int_t^{\theta} l dt}{\int_{\theta}^{t_1} l dt + r_1 x_1}$$

Nous pouvons obtenir, par l'équation (a), la valeur du numérateur de R en observant qu'en vertu de l'hypothèse faite, nous devrons faire dans cette équation :

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{p_1 - p_a}{1000} = (p_1 - p_a)\ u$$

On trouve, après réductions :

$$R = 1$$

L'injecteur est donc un appareil parfait, et ce résultat n'a rien de paradoxal, car la perte au réfrigérant, qui abaisse le rendement des machines thermiques, est utilisée ici d'une manière complète. Nous serions arrivés à la même conclusion en supposant que la vitesse V est plus grande que celle qui équivaut à la hauteur de refoulement à réaliser ; l'eau pénètre alors dans la chaudière avec une certaine force vive qui se transforme en chaleur, sans qu'il en résulte aucune perte. Enfin, le rendement ne dépend pas de la température θ, c'est-à-dire de y. En réalité, les parois rayonnent de la chaleur (dont une partie provient du frottement de la vapeur) ; ces pertes sont faibles en valeur absolue, mais elles sont assez grandes en comparaison du travail de refoulement effectué.

La plus grande imperfection de l'injecteur provient d'une cause dont nous n'avons pas parlé et qu'il serait impossible d'évaluer, c'est la perte du trop plein lors de l'amorçage. Lorsque l'on fait fonctionner un injecteur, on commence par ouvrir en grand l'arrivée de l'eau froide, ce qui s'obtient en général par un mouvement longitudinal de la lance de va-

peur par rapport à la chambre C; la quantité y commence donc par être très grande, et la vitesse du mélange est insuffisante pour produire le refoulement; la veine, au lieu de pénétrer dans la tuyère, est rejetée à l'extérieur, et avec elle la quantité de chaleur interne amenée par la vapeur et par le travail de condensation; on diminue peu à peu la quantité d'eau froide jusqu'à ce que, par l'augmentation de V, l'injecteur s'amorce.

Dans une expérience faite par *Reech*, et rapportée par plusieurs auteurs, on a mesuré expérimentalement y et θ; on a donc pu déterminer, pour 1 kilogramme de vapeur dépensée dans des conditions données de pression, la valeur de R; on a trouvé :

$$R = 0{,}865, \text{ avec } y = 15$$

D'autres expériences ont été beaucoup moins favorables à l'injecteur; lorsque l'on compare cet appareil à une pompe alimentaire mue par un moteur à vapeur (soit un moteur spécial, ou, ce qui vaut mieux, au point de vue du rendement, le moteur principal), on lui trouve théoriquement une grande supériorité provenant de ce que, dans le moteur, la chaleur versée au réfrigérant est perdue [1]; cette chaleur représente au moins les 0,9 de celle empruntée à la chaudière; mais, dans l'application, les pertes de l'injecteur annulent cet avantage dans la plupart des cas.

81. — *Éjecteur ou éjecteur-injecteur employé pour l'élévation des eaux* [2]. — La chaleur, communiquée à l'eau refoulée est ici entièrement perdue pour l'effet que l'on veut produire; en supposant que l'appareil soit placé, ainsi que la chaudière, au niveau de la nappe à aspirer, le travail utile effectué sera, pour chaque kilogramme de vapeur dépensé :

$$(1 + y)\frac{V^2}{2g}$$

Nous supposerons que l'injection est réglée de manière à ce que $\frac{V^2}{2g}$ corresponde à la hauteur d'élévation: s'il n'en était pas ainsi, l'eau arriverait au niveau supérieur animée d'une certaine force vive, qui serait évidemment perdue.

1. Il n'est pas impossible, cependant, d'employer l'échappement du petit moteur pour échauffer l'eau de la pompe, mais cette disposition n'est pas usitée.
2. Voir 7e Fascicule.

La chaleur dépensée est celle nécessaire pour remplacer, dans la chaudière, le kilogramme de vapeur disparu, c'est-à-dire, puisqu'il faut d'abord le refouler de la pression p_a à la pression de la chaudière :

$$A\,(p_1 - p_a)\,u + \int_t^{t_1} l\,dt + r_1\,x_1$$

le rendement est :

$$R = \frac{A\,(1+y)\,\frac{V^2}{2g}}{A\,(p_1 - p_a)u + \int_t^{t_1} l\,dt + r_1\,x_1}$$

ou, en tenant compte de l'équation (*a*) :

$$R = 1 - \frac{(1+y)\int_t^{\theta} l\,dt}{A\,(p_1 - p_a)u + \int_t^{t_1} l\,dt + r_1\,x_1}$$

On peut trouver des valeurs de R en opérant comme nous l'avons fait au n° 79 : on forme ainsi le tableau suivant, calculé en négligeant le terme $A\,(p_1 - p_2)\,u$ qui est très faible, et en supposant que $x_1 = 1$.

	$t_1 = 165°,34$ (7atm. *abs*)				$t_1 = 133°,91$ (3atm. *abs*)			
	$1+y$	$\frac{V^2}{2g}$	$A(1+y)\frac{V^2}{2g}$	R	$1+y$	$\frac{V^2}{2g}$	$A(1+y)\frac{V^2}{2g}$	R
$t=15°, \theta=$ 90. .	7.65	530	9.51	0.015	7.75	293	5.35	0.0085
70. .	10.30	294	7.10	0.011	10.40	157	3.85	0.006
50. .	14.60	143	4.90	0.007	15	80	2.80	0.0045
30. .	26.70	43	2 70	0.004	28.7	38	2.55	0.004

On constate que le rendement est toujours extrêmement faible ; dans les meilleures conditions du tableau ci-dessus, il n'est que le $\frac{1}{5}$ de celui d'une pompe actionnée par un bon moteur à vapeur à condensation.

Il est vrai qu'on trouve avantage, dans le cas qui nous occupe, à faire

agir l'appareil par *aspiration* (éjecteur); on crée ainsi, dans la chambre de mélange, une dépression correspondante; la vitesse w est augmentée, mais il est nécessaire, dans l'équation (b) du numéro 79, de tenir compte de l'impulsion des pressions. On trouve ainsi que le rendement s'améliore, sans acquérir toutefois une valeur satisfaisante. Les éjecteurs sont essentiellement des appareils de secours; on les emploie pour des opérations peu importantes, ou pour utiliser de la vapeur perdue.

Éjecteurs à air ou à gaz. — Ils sont d'un emploi assez répandu pour les souffleries, la ventilation [1] ou pour l'amorçage des pompes centrifuges [2]. Leur théorie exacte présente de grandes difficultés [3].

1. 7e Fascicule no 187.
2. 7e Fascicule no 138.
3. Zeuner. — *Das Locomotiven Blasrohr*, Zurich, 1863.

CHAPITRE III

Machines à air chaud.

§ I.

Machines à cycle fermé.

82. — *Cycles de rendement maximum.* — Le choix de l'air comme corps travailleur se justifie par sa gratuité absolue, son inocuité, etc On peut concevoir que l'air agisse comme au n° 20 : ses états successifs sont figurés par un point décrivant un cycle fermé ([1]); lorsque ce cycle est celui de Carnot, ou appartient à la famille de ceux étudiés au n° 41, le rendement est maximum, et a pour valeur :

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Au point de vue de la transformation de la chaleur en travail, les cycles de rendement maximum sont équivalents; celui de Carnot présente l'avantage de n'exiger aucun régénérateur de chaleur; par contre, il conduit à des machines plus encombrantes que les cycles dans lesquels les isodiabatiques sont des lignes d'égal volume ou d'égale pression (fig. 35).

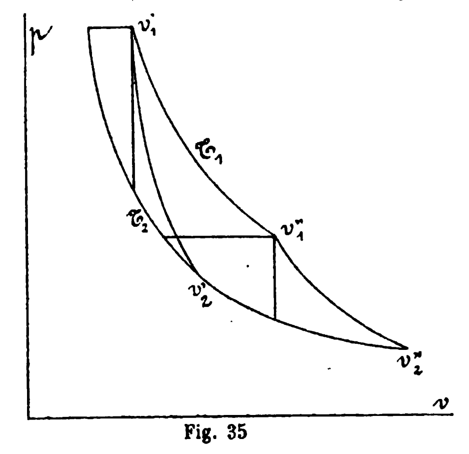


Fig. 35

Pour le même travail développé, les mêmes températures T_1 et T_2, et la même pression

1. Nous pouvons toujours nous borner à considérer les transformations de l'unité de poids du fluide, car si le poids qui évolue est *m* kilogrammes, chaque unité se transformant de la même manière, tout se passe comme si l'on avait *m* machines identiques, chacune d'elles renfermant 1 kilogramme de fluide.

maximum, le volume du fluide, au moment de sa plus grande expansion, est v''_2 pour le cycle de Carnot, et v''_1 seulement pour les autres cycles.

Indépendamment de la question d'économie, il y a lieu de se préoccuper de l'encombrement des machines, et, à ce point de vue, il est utile d'examiner l'effet de l'étendue plus ou moins grande donnée aux transformations isothermiques.

83. — Lorsqu'il s'agit de machines ayant des cycles de Carnot de même rendement, le travail développé par chacune d'elles est proportionnel, pour un parcours du cycle, à la quantité de chaleur Q_1, prélevée à la source; or, on a (n° 14) :

$$Q_1 = T_1 (C - c)\, l_n \frac{v_1''}{v_1'}$$

Il y a donc intérêt à diminuer le volume initial v'_1, et à augmenter le volume v''_1; la première condition revient à dire qu'il faut, autant que possible, *élever la pression initiale* du fluide ; on réalisera ainsi pour le même volume v''_1 [donc pour le même volume v''_2 (éq. 10)] c'est-à-dire pour le même encombrement, un travail plus grand.

Quant au volume v''_1, il est limité par les considérations suivantes : plus le volume v''_1 augmente, toutes choses égales d'ailleurs, et plus la pression correspondante p''_1 s'abaisse, car :

$$p_1'' = \frac{RT_1}{v_1''}$$

On a, par l'équation (11) :

$$p_2'' = \frac{RT_1}{v_1''}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

La pression p''_2 est la plus basse du cycle; si la machine était rigoureusement étanche, il n'y aurait aucun inconvénient à descendre sous la pression atmosphérique; mais les joints ont toujours été le point délicat des moteurs à air chaud; les pistons ne s'y trouvent pas dans d'aussi bonnes conditions de fonctionnement que dans les machines à vapeur; p''_2, pour cette raison, ne descend guère au-dessous de la pression atmosphérique, et v''_1 est limité par le fait.

Une autre circonstance contribue à diminuer la longueur du cycle :

la valeur de Q_1 indique que le travail effectué, en partant d'un volume initial donné, n'augmente que proportionnellement au logarithme du rapport :

$$\frac{v_1''}{v_1'}$$

Nous pouvons prendre tout aussi bien, comme mesure de ce travail, le logarithme de $\frac{v''_2}{v'_1}$, car v''_2 est dans un rapport constant avec v''_1; la longueur du cycle, qui représente le volume engendré par le piston de la machine, augmente comme $v''_2 - v'_1$; ainsi, lorsque l'on représente par 1 le volume initial v'_1, on a :

pour $v''_2 =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_n \frac{v''_2}{v'_1} =$	0.69	1.10	1.39	1.61	1.79	1.95	2.08	2.20	2.30
$v''_2 - v'_1 =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9

La pression moyenne du cycle est proportionnelle au travail effectué, et en raison inverse du volume engendré par le piston ; on obtiendra donc des nombres proportionnels à cette pression, en divisant l'un par l'autre les chiffres des dernières lignes, ce qui donne :

pour $v''_2 =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0.69	0.55	0.46	0.40	0.36	0.32	0.30	0.28	0.26

La pression moyenne diminue donc dans une proportion assez forte au fur et à mesure que l'on prolonge la première transformation; comme, d'autre part, les résistances passives produites par les mécanismes correspondent à une pression résistante à peu près constante, répartie sur la surface du piston, on conçoit qu'il y ait intérêt à limiter la longueur du cycle.

84. — *Régénérateurs.* — On aperçoit immédiatement l'infériorité

pratique du cycle de Carnot, qui se traduit, relativement aux autres cycles de la figure 35, par un plus grand encombrement, et un rendement organique plus faible. Le cycle réalisant la pression moyenne la plus élevée, et par conséquent le meilleur, aux deux points de vue qui nous occupent, est celui qui se trouve limité par deux lignes de pression constante; il présente, relativement aux deux autres, pour une même quantité de chaleur empruntée à la source T_1, un minimum de volume engendré par le piston.

Par contre, les deux modes de fonctionnement qui viennent d'être examinés exigent l'emploi de régénérateurs de chaleur, seul moyen d'accomplir les transformations remplaçant les adiabatiques sans qu'il en résulte aucune perte. Ces *régénérateurs* comprennent un faisceau de toiles métalliques ou de tôles perforées, qui, à cause de leur grande surface, absorbent, en s'échauffant, la chaleur de l'air qui les traverse pendant la deuxième transformation du cycle, et restituent cette chaleur à l'air qui les traverse encore pendant la quatrième transformation.

Il y a lieu de remarquer qu'un corps ne peut céder de la chaleur qu'à des corps de température notablement inférieure, lorqu'il s'agit des gaz; le régénérateur, pour soustraire de la chaleur au fluide, lorsque sa température est déjà voisine de celle du réfrigérant, devrait donc être lui-même refroidi, et il ne pourrait évidemment céder de la chaleur pour effectuer une transformation qui a lieu tout entière à une température qui augmente depuis T_2 jusqu'à T_1.

Le régénérateur ne peut donc avoir l'efficacité nécessaire pour réaliser les lignes isodiabatiques; pratiquement, son emploi est cependant motivé, mais il n'intervient qu'au début des transformations qui nécessitent son emploi.

85. — *Autres cycles possibles des machines fermées.* — On peut, entre les températures T_1 et T_2 des sources, accomplir une infinité de cycles, parmi lesquels il est utile d'examiner ceux qui sont formés d'*adiabatiques* et de lignes d'égale pression ou d'égal volume, ou même de lignes plus générales, comprenant ces deux genres de transformations, et qui répondent à l'équation :

$$pv^k = C_0$$

k étant un nombre quelconque (nos 36 et 41).

La transformée entropique de ces lignes a pour équation :

$$S - S_o = \int_{T_o}^{T} \frac{dQ}{T} = c \frac{k-\gamma}{k-1} l_n \frac{T}{T_o}$$

ou, en simplifiant l'écriture :

$$S - S_o = M l_n \frac{T}{T_o}$$

pour les lignes de volume constant, $M = c$;

» de pression constante, $M = C$.

La figure 36 représente, entre les températures T_1 et T_2, le cycle entropique ABCD, formé des deux adiabatiques AB, CD, et des deux transformations, BC, DA, correspondant aux courbes de détente et de compression :

$$pv^k = C_o$$
$$pv^k = C'_o$$

et ayant, par conséquent, pour transformées entropiques :

$$S - S_o = M\ l_n \frac{T}{T_o}$$

$$S - S_o' = M\ l_n \frac{T}{T_o}$$

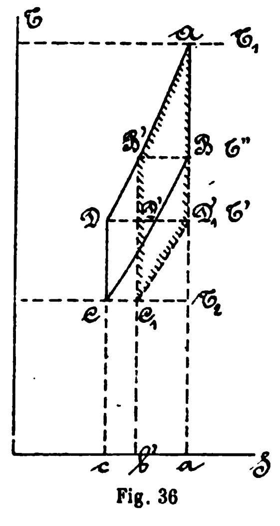


Fig. 36

Les courbes CB, DA sont donc identiques, car leurs abscisses ne diffèrent, pour la même valeur de T, que d'une quantité constante ; il en résulte que les arcs BD', DB', compris entre les mêmes valeurs de T, sont superposables, et que ces deux transformations peuvent s'accomplir, dans l'hypothèse d'un régénérateur parfait, sans aucun emprunt extérieur de chaleur.

L'arc CD' peut être transporté horizontalement en $C_1D'_1$, entre les parallèles b'B', aA. La quantité de chaleur réellement empruntée à la source supérieure est :

$$Q_1 = \text{surf. B'A } ab'$$

La quantité abandonnée au réfrigérant est :

$$Q_2 = \text{surf. } C_1D_1' \ ab'$$

La quantité de chaleur équivalente au travail effectué est :

$$Q_1 - Q_2 = \text{surf. } AD_1' C_1B'$$

et l'on a, en effet, d'après les relations existant entre les éléments de la figure :

$$ABCD = AD_1'C_1B'$$

Le rendement du cycle considéré, rapport de la surface bordée de hachures à la surface A*ab*'B' est évidemment inférieur à :

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Ce rendement varie, d'ailleurs, entre les mêmes températures T_1, T_2: lorsque les courbes DA, BC, se rapprochent, il tend vers la limite que réaliserait l'un des cycles de rendement maximum, mais la machine produit de moins en moins de travail, et perd sa raison d'être.

La machine ci-dessus, fonctionnant ***sans régénérateur***, donnerait un rendement très inférieur, puisque la dépense de chaleur serait augmentée de la surface DB'*b'c*, tandis que le travail recueilli ne serait pas plus grand.

86. — On peut, pour l'un des cycles envisagés au numéro précédent, chercher à régler les températures des points B et D de manière que le travail accompli par la machine soit maximum ; ces températures, T'' et T', dépendent du reste l'une de l'autre, car la différence des entropies des points B et C, D et A étant la même, on a, par les équations de ces lignes :

$$\frac{T_1}{T''} = \frac{T'}{T_2}$$

La quantité de chaleur transformée en travail a pour expression :

$$Q_1 - Q_2 = M\,[T_1 - T'' - (T' - T_2)]$$

en remplaçant, dans cette équation, T'' en fonction de T' et posan :

$$\frac{d\,(Q_1 - Q_2)}{dT'} = o$$

on trouve :

$$T' = T'' = \sqrt{T_1\,T_2}$$

Le cycle qui en résulte est représenté, dans le diagramme entropique, par ABCD (fig. 37) ; on voit qu'il ne comporte plus l'emploi du régénérateur; son rendement est :

$$\frac{\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}}$$

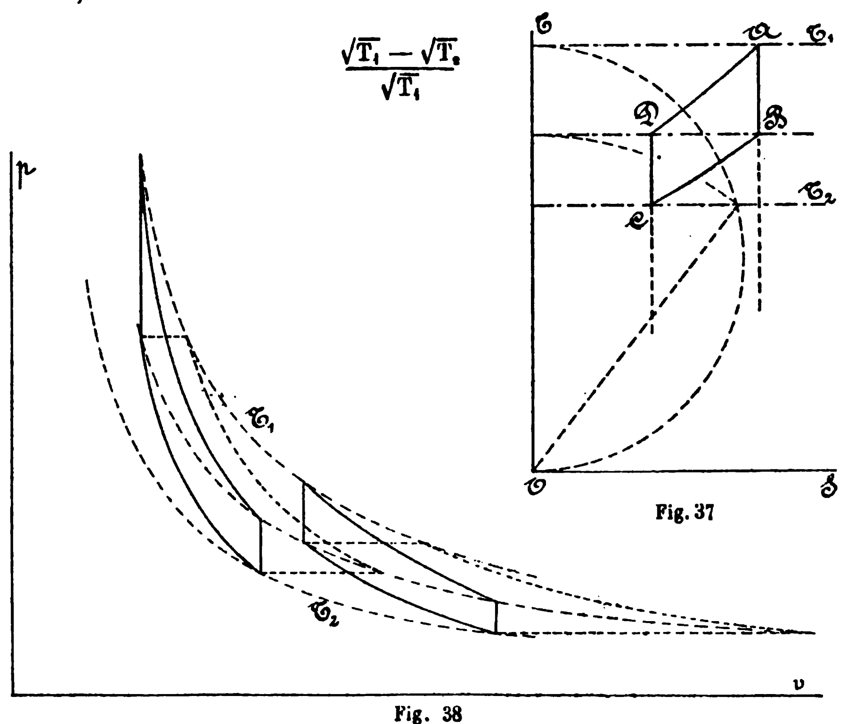


Fig. 37

Fig. 38

Entre deux températures données, ces cycles jouissent de la propriété de fournir le *même travail* quelle que soit la pression initiale, mais ils donnent des machines dont l'encombrement augmente rapidement au fur et à mesure que la pression initiale diminue. On a représenté, dans la figure 38, des cycles limités respectivement par des transformations à volume constant et à pression constante; les premiers sont ceux qui donnent le moindre encombrement et la pression moyenne la plus élevée, mais lorsque l'on s'impose la condition que la pression la plus basse du cycle ne peut descendre en-dessous de la pression atmosphérique, ils obligent à employer une pression initiale beaucoup plus élevée.

87.—***La machine de Stirling***, l'une des plus anciennes (1816) (1),

1. L'idée des machines à air chaud remonte à Sadi Carnot. — *Réflexions*, p. 60.

est représentée en *schéma* (fig. 39). C est un cylindre uniquement destiné aux échanges calorifiques, dans lequel se meut un piston P, appelé *déplaceur* ; l'intérieur de ce piston est rempli de tôles minces R, percées de trous, dont l'ensemble constitue le régénérateur; ce piston peut être traversé par l'air, et n'empêche pas la communication entre les deux compartiments C_1 C_2 du cylindre. Le fond concave de ce dernier récipient est exposé à l'action du foyer, tandis que sa paroi supérieure, ou couvercle, est refroidie par une circulation d'eau.

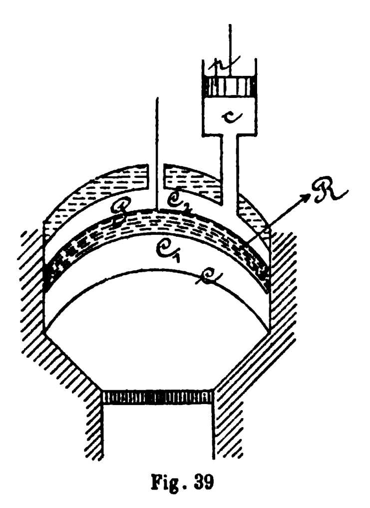


Fig. 39

Lorsque le piston P est à fond de course, la plus grande partie de l'air est soumise à la température de l'eau réfrigérante; si on déplace le piston vers le haut, l'air se rend de la capacité C_2 vers la capacité C_1 en traversant le piston R, et continue ensuite à prendre de la chaleur au contact de la paroi chaude.

Le cylindre *c* est le cylindre moteur; la face inférieure du piston *p* est en communication avec le cylindre C, et la pression y varie de la même manière que dans ce récipient; le piston *p* reçoit les effets dynamiques résultant des variations de pression de l'air, tandis que le piston P est une sorte de distributeur, dont les deux faces sont en équilibre de pression, et dont la manœuvre, effectuée par la machine elle-même, ne demande qu'un effort insignifiant.

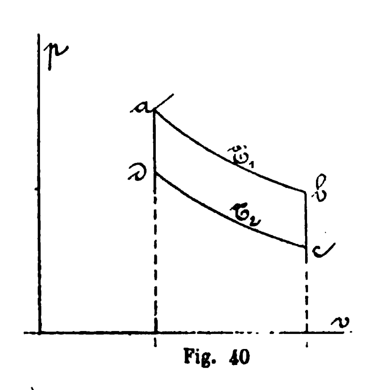


Fig. 40

Le fonctionnement de la machine est approximativement le suivant :

Le piston P se trouve arrêté au bas de sa course, il en est de même du piston *p*, la température de l'air est T_2.

Première phase. — Le déplaceur est amené brusquement au sommet de sa course, *p* restant immobile; l'air traverse le déplaceur en s'échauffant à la température T_1, en partie par l'action du régénérateur, en partie par l'action du

foyer. Pendant cette opération, le volume est constant, et la transformation *da* (fig. 40), s'accomplit.

Deuxième phase. — Le déplaceur est immobile au sommet du cylindre, le piston *p* se meut vers le haut sous l'action de la pression, et accomplit du travail pendant que le foyer continue à communiquer de la chaleur à l'air enfermé dans la machine ; la transformation *ab*, du cycle, est approximativement une ligne isothermique.

Troisième phase. — Le piston *p* est au sommet de sa course, le déplaceur est amené brusquement vers le bas ; l'air repasse à travers le régénérateur, qu'il échauffe, et reprend (au moins théoriquement) la température T_2; le piston est immobile, et la transformation a donc lieu à volume constant (ligne *bc* du cycle).

Quatrième phase. — Le piston *p* descend, P étant immobile ; l'air de la machine est maintenu, par le couvercle à circulation d'eau, à la température T_2, la quatrième transformation (*cd* du cycle) peut donc être considérée comme une ligne de compression isothermique.

Il est évident que nous venons d'indiquer un mode de fonctionnement idéal, qui n'a jamais pu être réalisé. Les lignes *da*, *bc*, du cycle, qui devraient s'accomplir par l'action du régénérateur, ont lieu partiellement à l'intervention de la chaleur des sources ; ainsi, en admettant que les premières parties de ces lignes s'opèrent par l'action de l'échangeur, on voit, par le cycle entropique (fig. 41), que la source T_1 fournit de la chaleur dans tout le trajet d_1' a_1 b_1 et que la source T_2 en reçoit pendant le parcours b_1' c_1 d_1; il est facile de tirer, de cet état de choses, des conclusions qui sont au désavantage du rendement. D'ailleurs, les gaz conduisent mal la chaleur, et il est fort difficile de réaliser les isothermiques T_1 et T_2; ces lignes ne sont décrites qu'approximativement, la ligne supérieure restant en dessous de la température réelle de la source, et la ligne inférieure au-dessus de la température du réfrigérant. On peut dire, enfin, que les mouvements brusques du déplaceur, séparés par des périodes de repos, et les mouvements d'arrêt du piston *p*, pendant le parcours des *isodiabatiques*, ne sont réalisés que d'une manière approchée par les combinaisons cinématiques accepta-

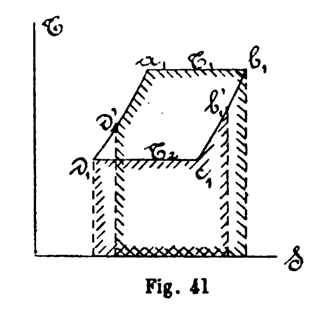


Fig. 41

bles dans le jeu d'une machine. On est donc obligé de remplacer les périodes d'arrêt par des périodes de mouvement lent.

Rankine rapporte qu'une machine de Stirling, ayant un piston travailleur de 400 millimètres de diamètre et $1^{m},20$ de course, fonctionnant à raison de 28 révolutions par minute, entre des températures de 370° et 100° centigrades, développait 21 chevaux en consommant un peu plus d'un kilogramme de charbon par cheval et par heure.

Le rendement du cycle théorique eut été :

$$\rho = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{370 - 100}{273 + 370} = 0.42$$

tandis que la machine n'a donné que 270.000 kilogrammètres pour 7.500 calories dépensées, ou 36 kilogrammètres par calorie, soit environ 20 % de la *quantité utilisable* d'après le cycle; les 80 % de la chaleur utilisable auraient donc été dissipés par les imperfections du cycle.

Il est vrai de dire que le rendement du foyer, que nous supposons ici égal à l'unité, n'avait probablement qu'une valeur très faible, et que, pour apprécier la perfection du cycle réellement effectué, il ne faudrait compter, comme chaleur reçue par la machine, que celle développée par la combustion, diminuée des pertes par rayonnement, par la cheminée, etc.; les données que l'on possède sur le plus ancien des moteurs à air chaud ne permettent pas de l'apprécier complètement [1].

Le moteur de Stirling avait un cycle théoriquement parfait, le plus satisfaisant, en outre, au point de vue du moindre encombrement et des résistances passives. Pour rendre la machine à double effet, il y avait deux cylindres C et deux cylindres déplaceurs; le cylindre de travail était à double effet, et chacune des faces du piston *p* était en communication avec chacune des chambres C. Il y avait, en outre, une pompe à air destinée à compenser les fuites.

88. — *La machine de Lehmann* (1868) [2], peut être considérée comme une réalisation moderne de la machine de Stirling. Le cylindre déplaceur et le cylindre de travail forment une seule pièce C (fig. 42), P est le déplaceur, *p* est le piston proprement dit : la culasse du cylindre C est chauffée d'une manière permanente par le foyer F; l'avant est refroidi par une circulation d'eau *e*.

1. *Revue technique de l'Exposition de 1889*. 6e partie, t. II, p. 307. Etude très complète par M. G. Richard.
2. Knoke.— *Kraftmaschinen des Kleingewerbes*, Springer, 1887, p. 73 et suiv. J. Hirsch. — *Théorie des machines aérothermiques*.

Les deux pistons *p*, P, sont cinématiquement liés par le système de leviers représenté sur la figure (système plus ou moins imité de la machine d'*Ericsson* de 1855). Le but de cette liaison est d'obtenir, pour les organes P et *p*, des déplacements relatifs analogues à ceux que nous avons indiqués pour la machine de Stirling, sans nous préoccuper de

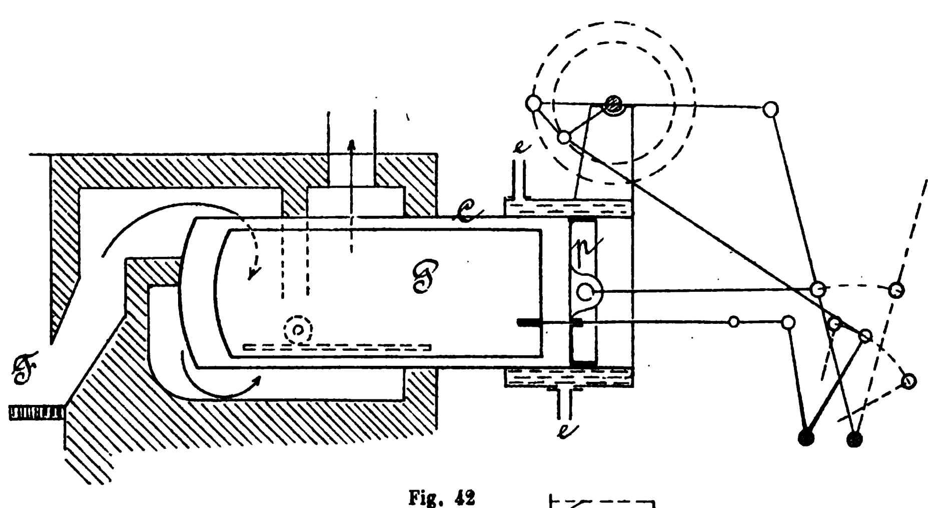
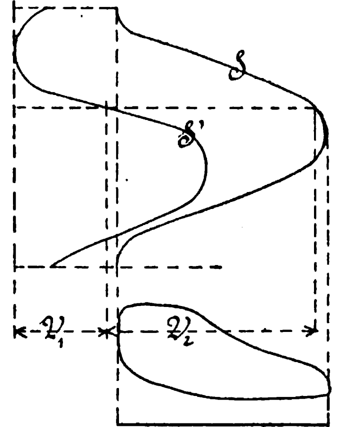


Fig. 42



leur réalisation ; en outre, l'arbre sur lequel les deux manivelles sont calées peut servir à transmettre le travail disponible développé sur le piston *p*, ou plutôt l'excès de ce travail sur celui qui est absorbé par les résistances passives de la machine et les fonctions auxiliaires.

Il est commode de représenter, pour chaque position de la manivelle, le volume V_1 de l'espace chaud, donné par la loi des déplacements de P, le volume total de l'air, $V_1 + V_2$, donné par la loi des déplacements de *p*, et, enfin, le volume V_2 de l'espace froid, donné par la différence des quantités précédentes.

Pour l'espace $V_1 + V_2$, le déplacement est sensiblement proportionnel à la projection du bouton de manivelle, c'est-à-dire qu'il est donné par

la sinusoïde S (les arcs sont portés verticalement); le volume V_1 est fourni par les positions du déplaceur, qui donnent la courbe S'; la différence entre les abscisses des deux courbes fournit le volume V_2.

Soit Π le poids d'air (constant) contenu dans la machine, et qui se compose du poids π_1 d'air chauffé à la température T_1 et du poids π_2, refroidi à la température T_2: les volumes du kilogramme d'air sont respectivement, pour ces deux températures :

$$\frac{V_1}{\pi_1} \text{ et } \frac{V_2}{\pi_2}$$

Soit p la pression commune aux deux espaces séparés par le déplaceur, au pourtour duquel existe un certain jeu ; nous aurons, par l'équation fondamentale des gaz :

$$p\,\frac{V_1}{\pi_1} = RT_1 \qquad p\,\frac{V_2}{\pi_2} = RT_2$$

relations desquelles on tire facilement :

$$\Pi R = p\left(\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2}\right)$$

Puisque Π est connu, de même que T_1 et T_2, on connaîtra, pour chaque groupe des valeurs V_1 et V_2, la valeur de p, et l'on pourra tracer, en fonction du volume $V_1 + V_2$, c'est-à-dire des déplacements du piston moteur, le diagramme des pressions, qui serait celui donné par un indicateur.

Dans cette machine, le cylindre déplaceur, qui présente une grande surface, joue le rôle de régénérateur.

On conçoit qu'il est impossible d'assimiler complètement le jeu du moteur Lehmann à celui de la machine idéale ayant le cycle de Stirling ; le déplaceur devrait se mouvoir brusquement ; comme il n'en est pas ainsi, le cycle du travail réel (le diagramme d'indicateur) subit les altérations indiquées dans la figure. Les températures T_1 et T_2 ne s'établissent d'ailleurs pas instantanément comme le suppose le calcul [1].

1. G. Zeuner. — *Ueber die Wirkung des Verdraengers bei Heiss- und Kalt-Luftmaschinen.* — *Civil Ingenieur,* 1883, p. 557 à 580.
Schmidt. — *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure,* 1871. Schrœter, *même recueil,* 1884.
Braver et Slaby. — *Versuche ueber Leistung von Kleinmotoren,* Berlin, Springer, 1879.

Voici, d'après *Brauer* et *Slaby*, les données du travail du moteur Lehmann de la puissance d'un cheval :

Course du piston moteur.	175^{mm}
Diamètre —	372
Course du piston déplaceur	248
Diamètre —	367
Longueur —	$1^{m}526$
Angle d'avance de la manivelle du déplaceur. .	65°
Révolutions par minute. . . .	106
Pression moyenne	$0^{k}516$
Puissance indiquée	$2^{ch}37$
— au frein	1 31
Pression maximum	$1^{atm}903$
— minimum	1 054

$$T_1 = 547 + 273 = 820^{\circ}$$
$$T_2 = 273 + 100 = 373$$

Entre les températures ci-dessus, le rendement du cycle parfait eut été :

$$\rho = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{447}{820} = 0.55$$

c'est-à-dire que la machine parfaite devrait transformer en travail les 0,55 de la chaleur qu'elle reçoit [1]; en réalité, elle n'a transformé, en travail développé sur le piston, que les 0,12 de cette chaleur; de plus, 45 % de ce travail sont absorbés par les frottements de la machine. Ce chiffre excessif provient de ce que le piston, eu égard à la faible pression moyenne du cycle, doit être très grand.

Il est difficile, dans les machines à air chaud, de réduire l'encombrement et les résistances passives qui en sont la conséquence. Il est vrai que le cycle des machines fermées comporte théoriquement telle pression initiale que l'on veut (83), mais on redoute l'effet de cette pression sur les parties de la machine chauffées souvent au rouge sombre (550° C.). D'autre part, tout le cycle s'accomplirait alors à des pressions supérieures à celles de l'atmosphère, et comme les fuites sont inévi-

1. Qu'il ne faut pas confondre avec la chaleur développée par le combustible brûlé, car les gaz, devant maintenir la culasse du cylindre à une température d'environ 500° C., s'échappent au moins à cette température; la quantité de chaleur transmise à la machine ne dépasse guère la moitié de celle développée par le combustible.

tables, il serait nécessaire de les réparer au moyen d'une petite pompe de compression, comme dans la machine de Stirling (1). Ce dispositif n'existe pas dans le moteur Lehmann, où la pression inférieure du cycle est celle de l'atmosphère; les fuites feraient descendre cette pression inférieure plus bas, c'est-à-dire qu'il se produirait alors du vide pendant une partie du cycle, mais un petit reniflard permet aux pertes de se réparer d'elles-mêmes.

La machine de Lehmann comporte aussi un type vertical. Dans ces moteurs, le régulateur à force centrifuge agit sur une petite soupape qui diminue la pression lorsque l'accélération est trop grande; le piston aspire alors de l'air par le reniflard pendant la ligne de basse pression.

89. — ***Machine de Rider.*** — Elle présente beaucoup d'analogie avec la précédente, mais elle est à deux cylindres (fig. 43). L'un d'eux renferme le piston moteur M, et est chauffé par le foyer; l'autre, dans lequel se meut le déplaceur D, est enveloppé d'une circulation d'eau froide; les deux cylindres communiquent d'une manière permanente par le conduit *cc*, dans lequel se trouve noyé le régénérateur R, que l'on peut facilement extraire pour le nettoyage.

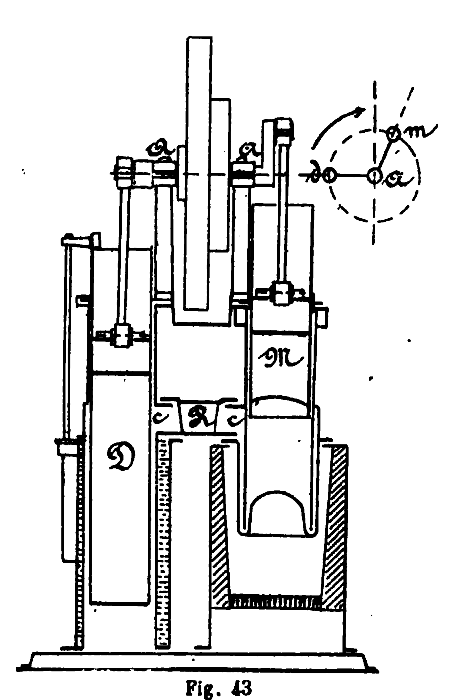


Fig. 43

Les mouvements des pistons M et D sont reliés par un arbre A, sur lequel sont calées les deux manivelles *m* et *d*, sous un angle de 100° environ. Le fonctionnement est donc analogue à celui de la machine de Lehmann ; dans la position de la figure, l'air chaud est refoulé vers le réfrigérant par le piston M, il cède au régénérateur une partie de sa chaleur, et sa pression se maintient assez bas.

1. La machine de Woodbury (*Revue Technique de l'Exposition de 1889*) est la seule qui, à notre connaissance, fonctionne à haute pression, elle est nécessairement munie d'une pompe pour compenser les fuites, on la construit pour de grandes puissances, et son fonctionnement est économique.

La machine actionne une petite pompe à double effet, chargée d'entretenir la circulation d'eau froide.

Le moteur Rider est construit pour de faibles puissances $\left(\frac{1}{3} \text{ à } 1\frac{1}{4} \textit{ ch.}\right)$ et est souvent lié à une pompe élévatoire; d'après les recherches de M. Schœttler, le cylindre déplaceur absorbe environ la moitié du travail indiqué, et le travail au frein n'est que les 0.40 de ce qui reste ; c'est-à-dire que 0.60 sont absorbés par le frottement des garnitures de piston ; celles-ci sont en cuir, et sont établies à l'entrée du cylindre, où elles ne sont pas exposées à une température trop élevée.

L'effet du régénérateur est très sensible, il a pour effet de doubler le travail pour la même consommation de combustible, mais celle-ci est encore très élevée (11 à 12 kilogrammes par cheval au frein). La quantité d'air est maintenue constante dans la machine au moyen d'un reniflard qui s'ouvre lorsque la pression devient inférieure à la pression atmosphérique.

90. — *Observations sur les machines à cycle fermé.* — Les expériences de consommation poursuivies sur les machines peuvent avoir pour objet de déterminer leur valeur industrielle; on se borne alors à mesurer le travail que les moteurs produisent au frein (premier fascicule nos 157 a 170), et on pèse le combustible absorbé par le foyer.

Pour analyser l'emploi de la chaleur développée par le combustible, il faut étudier le diagramme du travail, soit par le procédé examiné au no 24, soit par le diagramme entropique. Mais une difficulté se présente; le cycle entropique, par exemple, donne la valeur de la chaleur absorbée ou cédée par le gaz pour une transformation quelconque, mais il n'indique pas si la chaleur est empruntée ou restituée au régénérateur. Il est nécessaire, par conséquent, d'évaluer directement la chaleur abandonnée par la machine au réfrigérant; par comparaison avec le diagramme entropique, on déterminera la quantité de chaleur absorbée par le régénérateur et qui est restituée à la course motrice suivante. On peut donc également déduire du diagramme entropique la quantité de chaleur réellement absorbée à la source T_1 par le cycle.

Comme contrôle de cet essai, on peut mesurer directement la quantité de chaleur communiquée à la machine, mais cette détermination doit être basée sur la composition des produits de la combustion, et la mesure de leur volume et de leur température au moment où ils quittent la

machine. En opérant autrement, on s'exposerait à attribuer aux imperfections du cycle les pertes de chaleur qui sont dues à une combustion incomplète, ou à d'autres causes [1]. Pour la traduction, en diagramme entropique, du diagramme ordinaire du travail, on se servira avec avantage de l'équation donnée au n° 24; lorsque les lignes de détente ou de compression satisfont à l'équation :

$$pv^k = p_1 v_1{}^k$$

k ayant une valeur quelconque, la question a été résolue au n° 36.

Il y a cependant quelque difficulté, dans les machines à déplaceur, à utiliser les propriétés des cycles, attendu que le fluide n'est pas homogène, mais se compose de deux parties de température différente.

§ II

Machines à cycle ouvert.

91. — Nous désignons ainsi les machines dans lesquelles le cylindre est mis, à chaque évolution, en communication avec l'atmosphère, et expulse un poids d'air qui est remplacé par un poids équivalent emprunté à l'extérieur. Le fluide évoluant n'est pas ramené par la machine à son état initial, et c'est par une approximation plus ou moins justifiée que l'on peut assimiler ces machines sans cycle à celles du paragraphe précédent.

La machine d'Ericsson connue sous le nom de *premier type*, date de 1850, elle comprend un cylindre d'alimentation et un cylindre moteur; un régénérateur est placé sur le passage de l'air froid, et il est traversé à chaque tour par l'air chaud de l'échappement; l'inventeur avait construit aux États-Unis une machine de dimensions colossales destinée à la propulsion d'un navire; les pistons moteurs, au nombre de quatre, avaient $4^m,20$ de diamètre et $1^m,80$ de course; la puissance, qui devait être de 600 chevaux, n'atteignit que la moitié de ce chiffre, avec une consommation qui, paraît-il, était inférieure à celle des machines à vapeur de l'époque.

1. MM. Schroeter, Schoettler, Brauer et Slaby, ont étudié quelques moteurs à air chaud dans le sens qui vient d'être indiqué. Nous ne pouvons, sans sortir des limites imposées à cet ouvrage, rendre compte de leurs belles recherches; le lecteur en trouvera une excellente analyse dans l'ouvrage de Knoke, déjà cité: *Die Kraftmaschinen des Kleingewerbes.*



L'encombrement et le poids de cette machine étaient énormes.

Le second type du moteur Ericsson (1855) est plus connu, il a été décrit dans tous les ouvrages classiques, et a fait en France l'objet d'expériences conduites avec soin ([1]).

Le trait le plus caractéristique de cette machine était sa disposition de leviers, destinée à relier le déplaceur au piston moteur, disposition souvent imitée depuis lors (88).

La dernière machine d'Ericsson est à cycle fermé, comme celle de Lehmann; elle se construit sous le nom de *moteur domestique*, pour des puissances inférieures à un cheval ([2]).

92. — *Moteur à foyer intérieur.* — La première machine de ce genre a été produite en France, par Belou ([3]); la combustion a lieu dans une

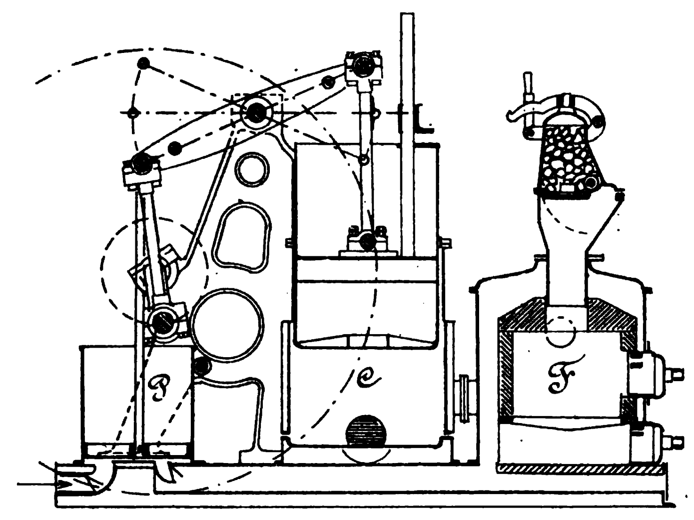


Fig. 44

chambre fermée dans laquelle l'air est refoulé par une pompe. On ne saurait concevoir, pour ces machines, aucun cycle fermé, attendu qu'une

1. Armengaud. — *Moteurs à vapeur*, t. II, pl. 49.

2. G. Richard. — Mémoire cité p. 344 à 348, *Revue Technique de l'Exposition de 1889.*

3. Ledieu. — *Les Nouvelles Machines marines.*

G. Richard. — Mémoire cité. Le moteur Hock est probablement le premier qui se soit répandu. La machine de Buckett, qui au début avait ses cylindres en *tandem*, comme le moteur Hock, ressemble aujourd'hui à celle de Brown.

certaine quantité d'air frais est nécessaire pour la combustion ; les produits admis au cylindre moteur sont donc expulsés à chaque course, et remplacés par un poids de fluide équivalent, envoyé par la pompe alimentaire.

Nous décrirons principalement le moteur de *Brown*, de New-York, qui constitue un type fort simple, dont on retrouve les dispositions dans plusieurs autres machines d'origine postérieure.

Cette machine, figure 44, est entièrement montée sur un bâti en fonte, sans aucune maçonnerie apparente ; elle comprend un cylindre de travail C, et une pompe alimentaire P, dont les pistons sont reliés aux extrémités d'un balancier à bras égaux ; l'un des bras du balancier actionne l'arbre moteur. Les sections du piston alimentaire et du piston moteur sont différentes, car les volumes engendrés par ces organes correspondent respectivement : l'un, à l'air froid aspiré dans la machine à chaque révolution, l'autre aux produits de la combustion, qui, au moment où ils s'échappent, possèdent encore une température assez élevée.

La pompe alimentaire refoule l'air au foyer F, partie en dessous, partie au dessus de la grille (seul moyen de ne pas déranger le combustible par des *à-coups* dus au mouvement du fluide) ; le foyer est entièrement clos ; il est alimenté au coke, que l'on introduit par une trémie, et est disposé dans une enveloppe en fonte à joints étanches, dont les parois sont préservées par une maçonnerie réfractaire. Cette enveloppe est en communication, par un tuyau, avec une chapelle de distribution munie de deux soupapes : l'une sert pour l'introduction dans le cylindre C, l'autre pour l'échappement des gaz de ce cylindre dans l'atmosphère.

Le fonctionnement de la machine comprend donc les phases suivantes :

1°) *Aspiration*, par la pompe alimentaire, d'un certain volume d'air, AB, figure 45 (la pompe est supposée sans espace nuisible) ; cet air est à la pression et à la température de l'atmosphère ;

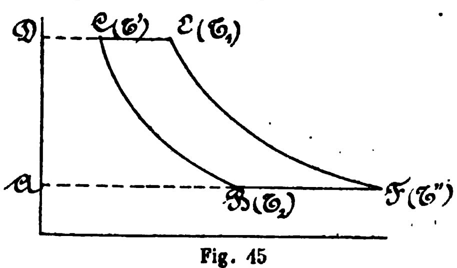


Fig. 45

2°) *Compression adiabatique* (donc avec élévation de température) de ce volume d'air, jusqu'au moment où sa pression est égale à celle du foyer ; à partir de ce moment, la soupape

de refoulement de la pompe s'ouvre, et le volume CD pénètre dans le foyer. Pendant ce refoulement, la pression n'augmente pas beaucoup, bien que l'admission au moteur soit déjà fermée, et que l'air refoulé s'échauffe et s'unisse au combustible ; cette circonstance tient en partie à ce que le volume du cendrier, du foyer et des conduits, interposé entre le piston alimentaire et la soupape d'introduction au cylindre, est assez considérable ;

3°) *Échauffement* de l'air au contact des parties chaudes du foyer et du combustible, union de l'air refoulé avec le combustible et formation d'un volume gazeux à haute température, composé de l'azote formant le résidu abandonné par l'oxygène, de l'excès d'air, de l'acide carbonique, et probablement d'oxyde de carbone et d'un peu de vapeur d'eau ;

4°) *Admission* de ce mélange, (dont le poids est supérieur à celui de l'air refoulé de tout le carbone brûlé), sous le piston moteur. Les diagrammes souvent relevés sur cette machine montrent que la pression d'admission est à peu près constante ;

5°) *Détente* adiabatique du fluide enfermé dans le cylindre jusqu'au moment où le piston arrive à l'extrémité de sa course ;

6° *Échappement*, dans l'atmosphère, du poids de fluide admis ; cette période est suivie, dans le réglage adopté par M. Brown, d'une compression incomplète, dans l'espace mort, analogue à celle que l'on réalise presque toujours dans les machines à vapeur.

On peut se demander d'abord jusqu'à quel point l'opération complexe indiquée au 3° ci-dessus, est comparable à l'échauffement d'un gaz permanent, attendu qu'une transformation chimique s'accomplit en même temps. Or, supposons que l'on brûle précisément la quantité de carbone correspondant à l'oxygène de l'air (1), la composition en poids sera après combustion :

Carbone. . . .	6	Acide carbonique
Oxygène . . .	16	
Azote	51.6	
	73.6	

soit pour un poids total égal à l'unité :

Acide carbonique . . .	0.297
Azote	0.703

1. On rappelle que la composition en poids de l'air est 23,58 d'oxygène pour 76,42 d'azote.

Soient C' le calorique spécifique moyen, sous pression constante, des produits de la combustion définis comme ci-dessus, C_a la chaleur spécifique de l'acide carbonique et C_n celle de l'azote, toutes deux à pression constante, on a :

$$C' = 0.297\, C_a + 0.703\, C_n$$
$$C_a = 0.2169 \quad C_n = 0.2438$$

d'où :

$$C' = 0.2358$$

et l'on voit que le calorique spécifique moyen des produits de la combustion diffère peu de celui de l'air (0.23741).

D'ailleurs, le poids du mélange n'est pas beaucoup plus considérable que celui de l'air nécessaire pour la combustion ; on voit, en effet, que le carbone n'entre, dans le kilogramme du mélange, que pour 0,082.

Cette remarque préliminaire étant admise, nous pouvons approximativement envisager de la manière suivante les opérations décrites plus haut.

Soient ABCD le diagramme des pressions dans la pompe, DEFA le diagramme des pressions dans le cylindre. La ligne DE représente le volume de l'air admis sous le piston moteur ; il correspond au poids refoulé par la pompe, et peut être considéré comme provenant du volume CD, dilaté sous pression constante [1] ; E F est la ligne de transformation adiabatique pendant la détente, FA correspond à l'expulsion, mais l'ensemble des deux lignes FA, AB, parcourues en sens contraire, équivaut à la contraction FB, sous une pression constante égale à la pression atmosphérique, du volume initial FA. L'ensemble des deux diagrammes équivaut donc au cycle fermé CEFB, car, au point B, le fluide est revenu à son état initial, il ne rentre pas dans le cycle, mais il est remplacé par un corps identique.

Le cycle fictif CEFB est formé de deux adiabatiques et de deux lignes de pression constante. En désignant les températures par les lettres inscrites sur la figure, et en s'imposant la condition que le travail recueilli doit être maximum, on a, comme au n° 86 :

$$T' = T'' = \sqrt{T_1\, T_2}$$

1. Il semblerait que la pression, stationnaire lorsque rien n'est demandé au foyer, dût baisser fortement lors de l'introduction, mais il est probable que l'air ne circule et ne s'échauffe que lors de l'appel du cylindre moteur, car la pression se maintient constante pendant cette période.

T_1 et T_2 peuvent être fixées à 723° et 323° abs. (450° et 50° C.) par exemple, d'où :

$$T' = T'' = 483$$

Or, en appelant p_2 et p' les pressions extrêmes, on doit aussi trouver :

$$\frac{T'}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

d'où :

$$p_1 = 3.89 \times p_2 = 3.89 \text{ atm.}$$

Les volumes du cylindre et de la pompe seraient dans le rapport des températures T" et T_2, soit comme 1,5. Ce rapport est d'environ 1,65 dans la machine de Brown.

Le rendement du cycle serait, entre les températures indiquées:

$$\frac{\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}} = \frac{1}{3} \text{ environ}$$

celui du cycle de Carnot serait de 0,55.

Le rendement observé par M. Slaby entre 718° et 290° abs. a été environ le tiers de celui qu'aurait donné le cycle de Carnot, mais cette proportion de chaleur n'est pas transformée en travail utile, car la perte par les frottements est de 25 % environ.

Le foyer paraît avoir un rendement très médiocre, à cause de la difficulté de conduire le feu ; les pertes par rayonnement sont aussi très considérables, il n'est pas rare que le tuyautage de communication du foyer au cylindre prenne la température du rouge sombre.

Malgré toutes ces causes de déchet, les petits moteurs ne consomment guère que 2 kilogrammes de coke par cheval utile (1).

Le réglage du moteur Brown se fait au moyen d'un régulateur de Porter, ouvrant une petite valve sur le tuyau de communication de la pompe avec le foyer. Les garnitures de piston, autrefois en cuir comme

1. Nous avons obtenu sur les machines de 6 chevaux installées à bord des phares flottants de la côte belge: 1 k., 18 de coke par heure et par cheval utiles *Annales des Travaux publics de Belgique*, t. XLI. Les expériences faites au phare de Tino (Italie) ont cependant donné 1 k., 90 de coke pour des machine, de 9 chevaux. *Minutes of Proccedings of the Institution of C. E.*, vol, LXXXVII, 1886.

dans beaucoup de machines à air chaud, devaient être graissées à l'huile de baleine, qui résiste à de très hautes températures; les garnitures sont actuellement en métal, comme dans les machines à vapeur.

93. — Le moteur *Bénier* [2] est du même genre que celui de Brown, mais l'intérieur du cylindre communique directement avec le foyer, au dessous duquel il est installé; la distribution est donc appliquée sur le foyer, et non sur le cylindre; l'entrée de l'air comprimé est produite par un tiroir double, qui remplace en même temps les soupapes d'aspiration et de refoulement de la pompe (dans le moteur Brown, ces organes font beaucoup de bruit). L'échappement est réglé par une soupape, et il y a une circulation d'eau autour de la partie supérieure du foyer.

Le chargement du foyer est continu et automatique; il se fait au moyen d'un tiroir glissant, dans lequel une petite roue à godets distribue du coke concassé.

La position du cylindre diminue le rayonnement extérieur, mais elle expose le piston à une température élevée; le constructeur a tourné très ingénieusement l'inconvénient qui en résulterait pour les surfaces frottantes. Le moteur Bénier, le plus moderne de tous, parait fort économique; la consommation du moteur de 5 chevaux serait de 1 kilogramme de coke de bonne qualité par heure et par cheval; la dépense de graissage est fort minime.

94. — *Conclusions.* — Le moteur à air chaud emploie un fluide qu'on peut se procurer partout, il peut fonctionner entre des températures très écartées sans que la pression devienne excessive; cet écart de température est tout à l'avantage du rendement calorifique. Mais le cycle est très imparfaitement réalisé, c'est-à-dire que la machine réelle s'écarte toujours beaucoup de la machine parfaite qui fonctionnerait entre les mêmes limites de température; ce inconvénient compense dans une certaine mesure la supériorité due à l'écart des températures T_1 et T_2. Le défaut capital du moteur à air chaud est son encombrement, qu'il est difficile de réduire, même en adoptant des cycles fermés, soit parce que l'on craint l'effet des hautes pressions sur un système qui a déjà beau-

2. *Porte feuille des Machines*, 1888,et *Revue de l'Exposition de 1889*. Article cité p. 291.



coup à souffrir par suite de la température élevée à laquelle il est soumis, soit que l'on désire, en abaissant la pression inférieure du cycle, réparer automatiquement les fuites d'air.

Le moteur à air chaud l'emporte, pour l'économie, sur les machines à vapeur de faible puissance; son encombrement, et quelques difficultés d'ordre pratique [1] font qu'il ne se répand que lentement, et pour des cas spéciaux.

1. Ces difficultés sont très relatives; le personnel ouvrier est plus familiarisé avec la conduite et l'entretien des machines à vapeur; dans beaucoup de moteurs, certaines parties fréquemment portées au rouge, finissent par se ruiner, et leur renouvellement est difficile. La question du graissage des garnitures et du chargement automatique est plus ou moins heureusement résolue.

CHAPITRE IV.

Machines à gaz ou à mélanges détonants.

95. — Ces moteurs sont des machines thermiques à combustion intérieure; le combustible est le gaz d'éclairage, qui forme avec l'air un mélange détonant; mais on se sert également des gaz pauvres fabriqués spécialement pour la production de la force motrice, ainsi que de la vapeur de pétrole, que l'on enflamme à l'intérieur du cylindre.

On a fait remonter la première idée des machines à gaz à Huyghens et à l'abbé Hautefeuille, qui, vers la fin du XVIIe siècle, avaient signalé comme possible l'emploi de la poudre à canon; à la fin du siècle dernier, Lebon, inventeur du gaz d'éclairage, paraît avoir eu des idées assez nettes sur l'emploi du gaz comme force motrice, puis Niepce, en 1806, revient à l'idée d'employer la poudre de lycopode (1). Quelques inventeurs, et notamment Barnett, qui, en 1838, indique l'allumage par transport de flamme, Barsanti et Matteucci, Hugon et Sir W. Siemens, ont préparé la réalisation pratique de la machine à gaz, mais sans parvenir à aucun résultat pratique. La période industrielle du nouveau moteur date de Lenoir, qui produisit, en 1860, sa machine à air dilaté, la première qui ait fonctionné régulièrement (2).

Le moteur *Lenoir* (qu'il ne faut pas confondre avec le moteur récent du même inventeur), était à double effet; chaque extrémité du cylindre comportait un tiroir d'admission disposé de manière à opérer le mélange intime du gaz et de l'air aspirés par le piston à la pression atmosphérique; une étincelle électrique, provoquée par un contact automatique, faisait détoner la charge, qui fournissait son travail de détente; l'échappement s'opérait pendant la course rétrograde.

Les résultats obtenus sur ce moteur dans les expériences du Conservatoire des Arts et Métiers furent les suivants:

1. Voir les *Réflexions* de Sadi Carnot.
A. Witz. — *Traité des Moteurs à gaz*, 3e édit., Paris, E. Bernard et Cie.
2. Armengaud. — *Traité des Moteurs à vapeur*, t. II, p. 441, pl. 50.

DIAMÈTRE	COURSE	TOURS par minute	TRAVAIL au frein	CONSOMMATION de gaz par cheval-heure
0.18. . .	. 0.10 .	. . 130 . .	. . 0.57 . .	. 3^{m3}
0.24. . .	. 0.12 .	. . 107 1/2 .	. . 1 . .	. 2.700

Les moteurs *Hugon*, puis la machine atmosphérique de *Langen et Otto*, (1867) consommaient moins de gaz que la machine de Lenoir, mais après avoir joui d'une certaine vogue, ils disparurent en 1878 devant le moteur à *quatre temps*, de Otto, qui a servi de modèle à un très grand nombre de machines produites depuis cette époque.

Le type original, très peu modifié par ses inventeurs, peut encore être considéré comme l'un des meilleurs qui existent; il paraît établi que le principe de fonctionnement du moteur à quatre temps est dû à M. *Beau de Rochas* (1862), qui l'avait fait breveter, mais sans jamais le réaliser.

Les moteurs à gaz diffèrent théoriquement par leurs cycles; aucun d'eux ne comporte du reste un cycle fermé, puisque les produits de l'explosion sont impropres à alimenter une nouvelle combustion, et doivent être expulsés du cylindre après la phase motrice, pour être remplacés par un nouveau mélange.

Les gaz que l'on peut utiliser sont surtout le gaz d'éclairage, les hydrocarbures volatils (vapeur de naphte, de benzine, de pétrole), les gaz pauvres, etc.

§ 1.

Combustion et explosion.

96. — Le gaz d'éclairage est un mélange, en proportions variables, d'hydrogène, d'oxyde de carbone, de gaz des marais, de gaz oléfiant; il renferme quelquefois, mais en faible quantité, des gaz inertes comme l'azote et l'acide carbonique, et lorsqu'il est mal épuré, de l'hydrogène sulfuré (1); ce dernier élément est combustible, mais il est toujours dans le gaz en quantité négligeable.

1. Pour la détermination de la puissance calorifique des combustibles en général, la méthode expérimentale rapide se substitue de plus en plus au procédé basé sur l'analyse. M. Mahler, sous les auspices de la Société d'Encouragement a perfectionné fort heureusement la bombe calorimétrique de MM. Berthelot et Vieille. — Voir son mémoire (Baudry, 1893).

Les éléments combustibles sont l'hydrogène, l'oxyde de carbone, le gaz des marais, l'éthylène et les autres carbures d'hydrogène. Il n'y a cependant pas intérêt à augmenter la proportion d'hydrogène, malgré le grand pouvoir calorifique de ce corps, car l'hydrogène est fort léger, et il abaisse le pouvoir calorifique du gaz rapporté à l'unité de volume.

Lorsque l'on tient compte de la vapeur d'eau formée, les produits volumétriques de la combustion des divers éléments composants avec l'oxygène s'établissent d'après le tableau suivant :

COMBUSTIBLE	COMBURANT	PRODUITS	
		H_2O	CO_2
H 2 volumes .	O 1 volume . .	2 volumes . . .	
CO 2 » .	O 1 » . .	. . . .	2 volumes
CH_4 1 volume. .	O 2 volumes. .	2 volumes . . .	1 volume
C_2H_4 1 » . .	O 3 » . .	2 volumes . . .	2 volumes

On voit que l'hydrogène et l'oxyde de carbone sont les seuls gaz qui s'unissent à l'oxygène avec réduction de volume.

La composition moyenne du gaz d'éclairage est très variable, non seulement d'une ville à l'autre, mais souvent d'une semaine à l'autre dans une même usine ; on peut s'en faire une idée d'après le tableau suivant, qui donne la composition du gaz en volume ; la densité varie naturellement aussi, le mètre cube de gaz à 0° sous la pression atmosphérique pèse en moyenne 0 k., 470.

ÉLÉMENTS	MANCHESTER (1)	NEW-YORK (1)	KILMARNOCK (2)	LONDRES (3)
H. . . .	45.58	30.30	43.6	48.56
CH_4 . . .	34.9	24.30	42.8	37.73
CO . . .	6.64	26.50	4.3	4.19
C_2H_4. . .	4.08	15 »	5.55	4.07
C_4H_8. . .	2.38	—		
H_2S . . .	0.29	. .	. .	. .
N. . . .	2.46	2.40	2.70	4.93
CO_2 . . .	3.67	1.00	1.05	0.52
O. . . .	. .	—		
H_2O . . .	. .	0 50		
	100.00	100.00	100.00	100.00

Si l'on prend, par exemple, la composition donnée par la dernière colonne, on peut comparer les volumes des corps combustibles et celui de l'oxygène nécessaire pour les brûler, au volume des produits de la combustion, et l'on trouve, d'après les réactions qui se produisent et les données du premier tableau :

VOLUMES DES COMPOSÉS	VOLUMES DE L'OXYGÈNE	VOLUMES DES PRODUITS	
		H_2O	CO_2
H 48.56. .	24.28	48.56	
CH_4 37.73. . .	75.46	75.46	37.73
CO 4.19 . . .	2.10	. . .	4.19
C_2H_4 4.07. .	12.21	8.14	8.14
94.55	114 05	132.16	50.06
208.6		182.22	

1. D'après Dugald Clerk. — The Gas Engine. — London, Longmans Green et C°, 1886.

2. Essai du 9 mars 1888, par MM. Kennedy et C.-J. Wilson. — Essai du moteur Griffin.

3. Essai du 21 septembre 1888, par les mêmes auteurs. — Essais effectués sous les auspices de la *Society of Arts*. Voir Journal de cette Société, 15 février 1889.

Cette série d'essais, à laquelle nous ferons plusieurs fois allusion, se trouve rapportée dans le nouveau Traité de M. G. Richard 1897, 1er vol., pp. 174 à 217.

Il faut observer que l'oxygène est pris à l'air atmosphérique, dans lequel les proportions relatives d'oxygène et d'azote, en volume, sont 21,33 et 78.67.

Le volume d'oxygène qui résulte de la deuxième colonne est donc mélangé avec un volume d'azote égal à 420,64, qui reste parmi les produits de la combustion; le volume primitif et le volume final sont augmentés d'autant, ce qui donne :

Volume des gaz combustibles avant la combustion. .		94.55	629.24
» de l'oxygène de l'air	114.05	534.69	
» de l'azote.	420.64		
Volume des produits : Eau		132.16	
Acide carbonique		50.06	
Azote		420.64	
		602.86	

La contraction produite par la combustion ou l'explosion est donc:

$$\frac{629.54 - 602.86}{629.24} = 0{,}04 \text{ environ.}$$

Comme conclusion très importante de cette étude, nous pouvons retenir ces deux faits: le volume d'air rigoureusement nécessaire pour brûler le gaz d'éclairage est de cinq à six fois le volume du gaz (1), et la combustion s'opère presque sans contraction.

La contraction relative diminue encore lorsque l'on suppose que le mélange est plus dilué, c'est-à-dire qu'il renferme plus d'air; comme le volume d'air admis généralement est environ le double de la proportion théorique, on voit que la contraction sera tout à fait négligeable.

La quantité d'air peut augmenter notablement (jusqu'à 14 volumes d'air pour un de gaz) sans que le mélange cesse de détoner par l'allumage, ou par l'étincelle électrique. Davy avait déjà trouvé que la raréfaction diminue l'inflammabilité; inversement, la compression l'augmente, c'est-à-dire que tel mélange, renfermant trop de gaz inerte pour détoner à la pression atmosphérique, fait encore explosion lorsqu'il a été porté, par une compression préalable, à une pression supérieure. Cette propriété est utilisée dans les moteurs alimentés aux gaz pauvres.

1. Au volume des produits combustibles, il faut en effet ajouter le volume des gaz inertes, de sorte que 100 volumes de gaz doivent être mélangés avec 534 volumes d'air.

97. — *Circonstances de l'explosion.* — M. Dugald Clerk a relevé la pression produite ainsi que durée de l'explosion en vase clos, en se servant d'un indicateur Richards dont le tambour était mû par un appareil d'horlogerie; il a obtenu des courbes analogues à celles de la figure 46, dans lesquelles les abscisses représentent, à une échelle

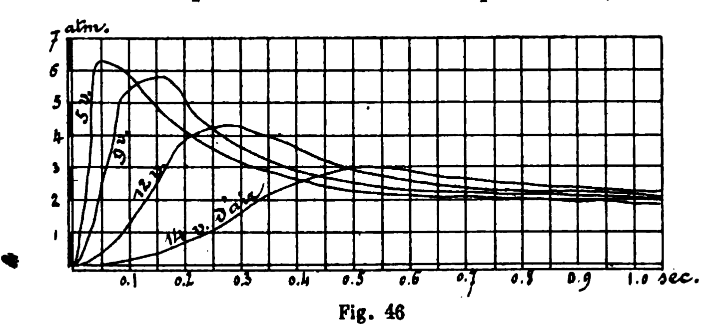


Fig. 46

connue, les temps écoulés depuis l'allumage; les ordonnées représentent les pressions. Les différentes courbes correspondent à des richesses différentes du mélange, depuis 1 *vol.* de gaz pour 5 *vol.* d'air jusqu'à 1 *vol.* de gaz pour 14 *vol.* d'air.

La température T_1 à l'instant initial étant connue, ainsi que la pression, qui est celle de l'atmosphère, on pourrait déduire des courbes la température à chaque instant; en effet, si le mélange ne subissait pas de contraction, on aurait, puisqu'il s'agit d'une transformation à volume constant, et que les valeurs de R seraient les mêmes avant et après l'explosion[1] :

$$\frac{p}{p_a} = \frac{T}{T_1}$$

mais, à cause de la contraction, on devra écrire :

$$\frac{p}{p_a} = \frac{R'T}{RT_1} = 0.96 \frac{T}{T_1}$$

1. Dans un mélange de plusieurs gaz, la valeur de R à considérer dans l'équation fondamentale est celle que donnerait un gaz ayant la densité moyenne du mélange; comme il y a contraction, la valeur de R, après combustion, sera un peu plus faible; si on l'appelle R', on aura :

$$\frac{R'}{R} = \frac{96}{100} \text{ environ}$$

Ce rapport augmente, et se rapproche de l'unité, au fur et a mesure que la richesse du mélange diminue.

Le degré de contraction ne serait connu que si l'on possédait, en chaque point de la courbe, la quantité de gaz brûlé; il est très probable que la combustion n'est pas complète au moment où la pression atteint son maximum, la chute de la courbe, au-delà de ce point, est due à ce que l'effet refroidissant de la paroi l'emporte sur la chaleur développée par la combustion ultérieure.

Toutefois, le degré de contraction étant très faible, ne peut altérer beaucoup le résultat; M. Dugald Clerk a trouvé, pour le gaz de Glasgow, les résultats suivants, la température centigrade initiale étant 18°,7, et le mélange étant à la pression atmosphérique :

NATURE DU MÉLANGE		PRESSION au-dessus de l'atmosphère	PRESSION ABSOLUE	TEMPERATURE CENTIGRADE correspondante
Gaz	Air			
1 vol.	13 vol	3.53 atm.	4.53 atm.	1047°
1 —	11 —	4.37 —	5.37 —	1265
1 —	9 —	4.7 —	5.7 —	1384
1 —	7 —	6.05 —	7.05 —	1780
1 —	5 —	6.5 —	7.5 —	1918

La température théorique au moment où la combustion est complète pourrait être calculée au moyen des pouvoirs calorifiques de tous les éléments combustibles du mélange, car toute la chaleur développée par la combustion est employée à élever à la température inconnue, sous volume constant, tous les produits formés, y compris l'eau provenant de l'hydrogène, ainsi que les gaz inertes.

Le pouvoir calorifique du gaz est variable d'après sa composition; on a, par exemple, pour celui de Londres, dont l'analyse est indiquée au n° 97 :

ÉLÉMENTS combustibles	PROPORTION en volume	POIDS spécifiques	POIDS par mètre cube	POUVOIR calorifique (1)	CHALEUR dégagée
H. . . .	0.4856	0.0896	0.0437	29000	1267.30
CH_4 . . .	0.3773	0.716	0.2701	12000	3241.20
CO . . .	0.0419	1.254	0.0525	2435	127.84
C_2H_4. . .	0.0407	1.254	0.0510	11500	586.50
					5222.84

1. Pour les éléments qui donnent lieu à la formation de vapeur d'eau, le pouvoir calorifique est obtenu en tenant compte de ce que la vapeur existe à l'état gazeux. — V. *les Tables* de M. Berthelot, 1892.

Ce gaz renferme en outre $0^{m^3},0493$ d'azote et $0^{m^3},00052$ d'acide carbonique.

Pendant la combinaison du gaz avec $1^{m^3},1405$ d'oxygène, il y a formation de $1^{m^3},3216$ de vapeur d'eau et de $0^{m^3},5006$ d'acide carbonique; l'azote ($4^{m^3},2064$) s'ajoute à celui qui se trouvait dans le gaz. La composition en poids des produits de la combustion est donc:

PRODUITS	VOLUMES	POIDS SPECIFIQUES	POIDS
Eau	$1^{m^3}3216$	0.8064 [1]	1^k0657
Acide carbonique	0 . 5011	1.977	1.0000
Azote.	4 . 2557	1.254	5.3408

Le poids spécifique moyen des produits brûlés, ramenés à zéro, la vapeur étant condensée, est de 1,33 par rapport à l'eau.

La chaleur spécifique à volume constant de la vapeur d'eau surchauffée est variable (n° 63), elle augmente et tend vers la valeur 0,36 au fur et à mesure que la vapeur est plus surchauffée.

Le problème de la détermination finale de la température serait complètement résolu si l'on connaissait les chaleurs spécifiques, car, en appelant x la température réalisée, et en admettant que les corps en présence soient à 0° C. avant l'explosion, il suffirait d'introduire les données des tableaux précédents dans l'équation :

$$Q = x(pc + p'c' + \dots)$$

en appelant Q la chaleur dégagée, $p\,p'$ etc., les poids des gaz formés, $c\,c'$... leurs chaleurs spécifiques sous volume constant.

Lorsqu'on adopte le chiffre de 0,36 indiqué plus haut pour la chaleur de la vapeur à volume constant, et que l'on prend les autres valeurs de c dans le tableau donné au numéro 11, on trouve pour x une température au moins double de celle obtenue par M. Dugald Clerk dans les expériences relatées.

98. — Cette grande différence ne tient pas à la composition du gaz,

1. La densité de la vapeur est celle qu'elle aurait à 0° sous la pression atmosphérique, c'est-à-dire si elle se comportait comme un gaz; le poids spécifique peut donc se déduire du poids moléculaire.

le chiffre de 5.200 calories environ par mètre cube est du reste normal [1]; on a beaucoup discuté pour en trouver les causes et différentes opinions ont été émises :

1° Hirn attribuait la grande différence signalée à l'effet refroidissant de la paroi.

2° La combustion, au lieu d'être complète au moment où la courbe accuse le maximum de pression, n'est probablement effectuée qu'en partie ; il est impossible de baser sérieusement les calculs sur les pressions accusées par la courbe, parce que l'action refroidissante de la paroi se combine avec l'effet du retard signalé ici dans la combustion.

3° L'arrêt de la combustion est attribué par quelques savants à la *dissociation* ; ce phénomène, cependant, paraît peu probable aux températures réellement produites, car il ne commence, pour l'eau et l'acide carbonique, qu'à des températures plus élevées.

4° Les expériences de MM. Mallard et Le Châtelier [2] ont prouvé que les chaleurs spécifiques augmentent pour les températures très élevées que nous considérons ici; rapportée au volume moléculaire, la chaleur spécifique à volume constant serait, pour les gaz simples :

$$c = 4.8 + 0.0006\, t$$

t étant la température centigrade.

Pour les gaz simples, le poids moléculaire étant le double du poids atomique, il suffira de diviser la valeur ci-dessus par le double du poids atomique, pour obtenir la valeur usuelle, c'est-à-dire rapportée à l'unité de poids. La différence $C - c$ reste constante [3].

Pour les corps que l'on peut avoir à considérer dans les machines à gaz, les valeurs de c et C sont, rapportées au kilogramme :

1. M. Slaby, dans une de ses expériences, a trouvé 4.875 calories seulement par mètre cube; par contre, beaucoup d'analyses et d'essais directs (V. Witz. ouvrage cité, p. 90) donnent des puissances calorifiques comprises entre 5.000 et 6.000 calories.

2. *Annales des Mines*, 8e série, 1883, t. IV. — Les trois mémoires insérés dans ce volume sont relatifs à la température d'inflammation, à la vitesse de propagation de la flamme, et aux chaleurs spécifiques.

3. Cette différence n'est plus rigoureusement celle qui résulterait de l'équation $C - c = AR$, mais elle ne s'en écarte pas beaucoup.

NOMS DES CORPS	c	C
Acide carbonique	$0.0232\sqrt{T}$	$0.0446 + c$
Vapeur d'eau	$0.2619 + 0.000182\,T$	$0.1091 + c$
Azote.	$0.1651 + 0.0000214\,T$	$0.06995 + c$
Oxygène.	$0.14488 + 0.00001875\,T$	$0.06138 + c$

On pourrait aisément s'assurer que l'écart entre les chiffres ci-dessus et ceux donnés au n° 11 est très faible pour les températures *ordinaires*, et même pour celles réalisées dans les *moteurs à air chaud*.

Le rapport $\frac{C}{c}$ diminue lorsque la température augmente, puisque c augmente et que la différence $C - c$ est constante; ce rapport n'est donc pas constant, comme on l'admet pour les températures ordinaires. Pour les températures réalisées dans les machines à gaz, $\frac{C}{c}$ se rapproche de 1,3.

M. Witz a calculé les températures théoriques d'explosion à volume constant et à pression constante dans le cas de dilutions plus ou moins grandes; il a envisagé l'ensemble des produits comme un seul gaz homogène, dont les caloriques spécifiques c' et C' seraient :

$$c' = \frac{\Sigma pc}{\Sigma p}$$

$$C' = \frac{\Sigma pC}{\Sigma p}$$

p, c, C se rapportant à chacun des gaz composants, ce qui donne les valeurs :

$$c' = 0.285$$

$$C' = 0.37$$

$$\gamma = \frac{C'}{c'} = 1.3$$

Sans tenir compte d'aucun effet de paroi, et en supposant la combustion complète, M. Witz a trouvé, à *volume constant*, avec un gaz ayant un pouvoir calorifique (vapeur d'eau condensée) de 5.250 calories:

Pour 1 vol. de gaz avec 6 vol. d'air { tempér. centigr. : 2064° ; pression abs. : 8.6 atm.

résultat qui ne s'écarte plus trop de celui trouvé par M. Dugald Clerk, et dont les différences avec ce dernier s'expliquent très bien par l'effet de paroi, et par la combustion incomplète.

Les températures théoriques à pression constante se déduisent des précédentes en remarquant que la chaleur développée étant la même dans les deux cas, les températures doivent être dans le rapport de C, et *c*'.

Pour étudier les cycles des machines à gaz, il faudrait tenir compte, dans les transformations qui se produisent, de la variabilité de C' et *c*', ce qui amènerait de grandes difficultés, mais comme la majeure partie des transformations s'effectuent à très haute température, nous ferons dès maintenant une convention importante : c'est que le mélange, avant comme après l'explosion, se comporte comme un seul gaz homogène, dont les chaleurs spécifiques seraient C' et *c*'

99. — *Composition de la charge.* — La composition la plus avantageuse n'est pas celle dans laquelle on associe au gaz le volume d'air strictement nécessaire à sa combustion, c'est-à-dire celle qui donne la température et la pression les plus élevées. Lorsqu'on augmente la dilution, le rendement du *cycle parfait* correspondant est abaissé, il est vrai ; mais aux températures très élevées, les imperfections des cycles réels augmentent, parce qu'on est obligé de refroidir le cylindre plus qu'on ne le ferait sans cela ; nous verrons, en effet, que pour permettre le fonctionnement les surfaces frottantes doivent être enveloppées d'eau. L'expérience établit qu'il vaut mieux, en somme, disséminer la chaleur dans un volume d'air inerte (ou même dans les gaz brûlés qui proviennent d'une explosion précédente) que de l'enlever par un excès de circulation d'eau autour du cylindre, parce que, dans ce dernier cas, la chaleur est totalement perdue pour le cycle, tandis que, dans le premier, elle ne fait que baisser de niveau.

Le refroidissement des parois pendant la course directe est, jusqu'aujourd'hui, un inconvénient nécessaire et accepté.

§ II

Cycles théoriques des machines à gaz.

100. — Pour cet exposé, nous suivons la marche indiquée par M. Witz ([1]) dans sa classification, c'est aussi à peu près celle de M. Dugald Clerk; nous rencontrons les cycles théoriques dans l'ordre suivant:

Cycles à explosion, sans compression (Lenoir);

Cycles à explosion, avec compression (Otto);

Cycles à combustion avec compression (Dugald Clerk);

Cycles atmosphériques (Otto et Langen).

Nous avons fait remarquer (95) que toute machine à gaz est à cycle ouvert; néanmoins, comme l'entrée et l'échappement du mélange ont lieu à la même pression (celle de l'atmosphère), que le poids des gaz qui s'échappent à chaque période est égal au poids du mélange admis, et que la contraction est négligeable, on peut, moyennant certaines précautions, ramener les cycles ci-dessus à des cycles fermés.

a. — *Cycles à explosion, sans compression.* — En suivant la marche des pressions sur une courbe d'indicateur, fig. 47, on reconnaît que la ligne AB correspond à l'admission du mélange, à la pression atmosphérique; BC représente l'accroissement subit de pression produit par l'explosion, CD est la loi des pressions décroissantes pendant la détente supposée complète; la ligne DA est celle de l'échappement.

Fig. 47.

Abstraction faite de tout effet de paroi, la chaleur perdue à la source inférieure T_2 est celle qu'abandonne à l'atmosphère le mélange qui a travaillé, elle est la même que celle qu'il faudrait soustraire à la cylindrée pour abaisser sa température, sous la pression constante de l'atmosphère, jusqu'à sa valeur initiale; comme nous négligeons la contraction, cette transformation ramènerait précisément l'état du corps au point B, où il possède le même volume qu'à l'entrée. Pour achever d'expulser les gaz brûlés, il faut emprunter à la machine une quantité de travail égale

1. *Études sur les moteurs à gaz tonnant.* — Gauthier-Villars, 1884.

à celle que produit l'atmosphère pendant l'entrée du mélange. La ligne AB peut donc disparaître du cycle, qui équivaut au cycle fermé BCD.

b. — Cycles à explosion avec compression. — Lorsque la première course directe du piston, AB, commence (fig. 48), le volume A_0A d'une partie des produits de la combustion antérieure remplit l'espace nuisible; AB représente l'introduction, dans le cylindre, du mélange frais. La deuxième course est rétrograde, et comprime, suivant l'adiabatique BC, le volume des gaz emprisonnés dans le cylindre; puis, l'explosion CD, qui se produit au début de la troisième course, élève la pression et la température à volume constant; la troisième course accompagne la ligne de détente DE (nous supposons que la détente soit complète); la dernière course expulse dans l'atmosphère une partie du mélange brûlé, ce qui reste est maintenu dans l'espace nuisible, dont le volume est A_0A.

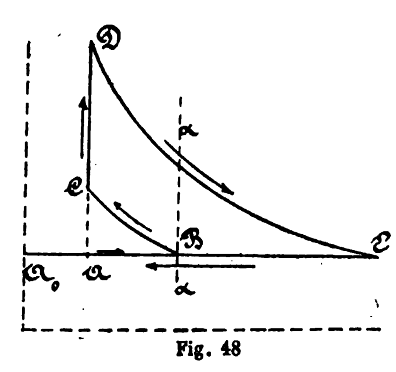


Fig. 48

Le cycle théorique que nous substituons à l'opération commence et se ferme au point B, et cette substitution se justifie absolument comme au numéro précédent; le contour du cycle fermé fictif remplaçant le cycle réel est donc BCDE.

c. — Machines à combustion et compression. — Le cycle fictif de ces machines ne diffère en rien de celui des machines à air chaud à foyer intérieur (Hock, Brown, Bénier, etc.), examinées au numéro 92; il comprend (fig. 49), une aspiration de gaz et d'air AB, la compression du volume $A_0A + AB$ dans l'espace nuisible suivant l'adiabatique BC; puis le mélange brûle progressivement et non en masse, ce qui produit la ligne d'échauffement sous pression constante CD; la détente adiabatique, DE, supposée complète, est suivie de l'expulsion des produits; cette dernière opération est indiquée au diagramme du travail par la ligne EA, mais, par un raisonnement identique à celui

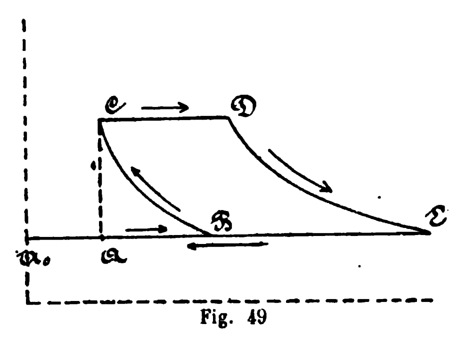


Fig. 49

qui a été fait déjà plusieurs fois, nous pouvons considérer la machine comme ayant le cycle fermé BCDE.

d. — ***Moteurs atmosphériques.*** — Le piston aspire la charge à la pression atmosphérique, opération traduite par la ligne AB (fig. 50), nous supposons qu'il n'y ait pas d'espace nuisible; l'explosion se produit comme dans les moteurs du premier genre, mais la détente CD est beaucoup plus prolongée, et amène le mélange sous la pression atmosphérique, puis le piston comprime lentement les produits de la combustion, dont la température reprend peu à peu la valeur initiale; à ce moment, le piston sera revenu au point B, et l'échappement BA neutralise totalement, comme dans les cycles précédents, la ligne AB d'introduction. Le cycle fictif est donc BCD; la ligne DB peut ne pas différer beaucoup d'une ligne isothermique.

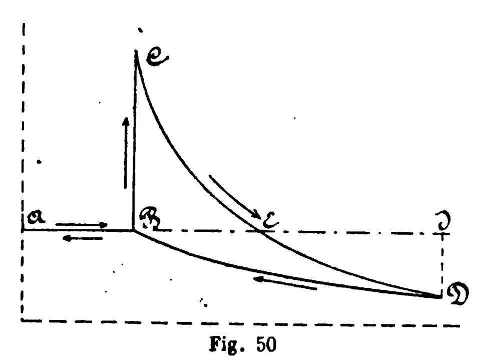


Fig. 50

101. — ***Effet d'une détente incomplète.*** — Lorsque la détente, au lieu d'abaisser le mélange à la pression d'échappement, se termine au moment où la pression p' est supérieure à la pression atmosphérique, la pression tombe brusquement suivant EG (fig. 51); cette modification est la seule que l'on aperçoive sur le diagramme du travail, et celui-ci est le même que si l'on avait refroidi le mélange en lui conservant un volume constant égal à A_0G. Mais comme les choses ne se passent pas ainsi en réalité, il importe de vérifier si la chaleur abandonnée par les gaz qui s'échappent, dans le procédé réel, est la même que celle qu'il faudrait leur soustraire, en supposant que la ligne EGB représente leur ligne de transformation. Nous allons démontrer que ces quantités de chaleur sont bien égales, et qu'on peut tenir compte de l'effet de la détente incomplète, en supposant que la chaleur enlevée et versée au

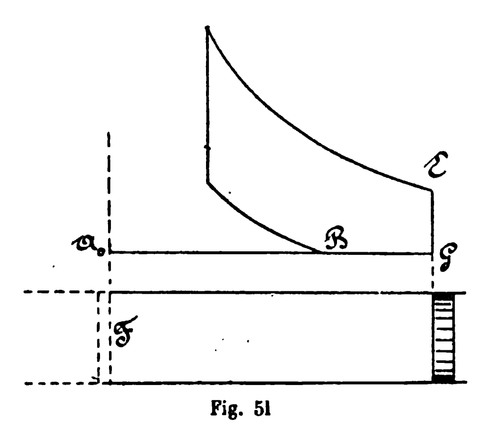


Fig. 51

réfrigérant est celle que l'on devrait soustraire pour transformer le gaz à volume constant (ligne EG) augmentée de celle qui correspond à la contraction à pression constante GB.

La chaleur à soustraire dans ce dernier procédé, que nous pouvons appeler le procédé fictif, est, pour la transformation EG, à volume constant:

$$q = c\,(T' - T'')$$

T' étant la température pour l'état E à la fin de la courbe de détente, et T'' la température pour l'état G, lorsque la pression est égale à celle de l'échappement; soit T_2 la température à l'état B, lorsque le gaz a repris l'état initial, ce qui arrive forcément lorsqu'il est revenu à son volume primitif sous la pression atmosphérique.

Soit V le volume A_0G, ou le volume du cylindre au moment où la transformation commence; on a, en appelant p_a la pression d'échappement (pression atmosphérique):

$$p_a V = RT''$$

d'où:

$$q = c\left(T' - \frac{p_a V}{R}\right)$$

Dans le procédé réel, au moment où l'échappement s'ouvre, le gaz possède la pression p' du point E, il se précipite par conséquent dans l'atmosphère dont la pression p_a est inférieure, et tout se passe comme si le piston étant immobile, le fond du cylindre, F, se déplaçait vers la gauche comme un véritable piston, soumis de la part du gaz à une pression p' au moment où commence sa projection, et de la part de l'atmosphère à une résistance p_a. La transformation n'est pas réversible, mais lorsqu'elle s'arrête, le piston F est immobile, et l'équilibre des pressions existe; le gaz a pris un accroissement de volume V', et il occupe, par conséquent le volume V + V'; soit T''' sa température, qui est inconnue; le gaz a perdu, par la diminution de son énergie, une quantité de chaleur équivalente au travail effectué, ce qui donne:

$$c\,(T' - T''') = A p_a V'$$

La quantité de chaleur à enlever au gaz pour le ramener au volume V sous la pression constante p_a, enlèvement qui s'opère effectivement par l'atmosphère, est:

$$q' = C\,(T''' - T'')$$

le fond du cylindre F est alors revenu à sa place, et l'état du fluide est

caractérisé par le point G, comme après la transformation EG, à volume constant.

D'ailleurs, on a :

$$p_a(V+V') = RT'''$$

En éliminant T''' et V' entre les trois dernières équations, après avoir remplacé T'' par sa valeur trouvée plus haut, et en utilisant la relation des gaz :

$$C - c = AR$$

qui est très approximativement exacte, même à haute température (98), on trouve :

$$q' = c\left(T' - \frac{p_a V}{R}\right)$$

ce qui est aussi la valeur trouvée pour q, c'est-à-dire pour la transformation à volume constant.

Quant à la transformation GB, elle entraîne, soit dans le procédé du cycle fictif, soit dans le procédé réel, la même perte de chaleur au réfrigérant ; dans le premier cas, la chaleur est soustraite au gaz par conductibilité à travers les parois, tandis qu'en réalité, elle est restituée directement à l'atmosphère.

102. — *Comparaison des quatre genres de cycles fictifs.* — Bien que les cycles fictifs ne se rapprochent pas beaucoup des transformations réelles, il est intéressant de les comparer; ceux qui présentent le rendement le plus élevé conservent leurs avantages relatifs dans les machines réelles, ainsi que l'expérience l'a du reste démontré [1].

Admettons que, pour chaque période, les cycles correspondent à la même dépense de mélange, celui-ci ayant la même composition pour toutes les machines, et la combustion étant complète; supposons que le mélange soit pris à la température de 300° absolus (27° C.) et à la pression atmosphérique; la chaleur développée est la même quel que soit le genre de cycle, et cette condition nous permet de trouver la température développée après l'explosion ou la combustion, en tenant compte

1. Les principales causes qui font que le cycle fictif ne traduit pas les phénomènes de la machine réelle sont : d'une part, l'imperfection de la combustion; d'autre part, l'impossibilité de réaliser des lignes adiabatiques pour les hautes températures produites dans les machines à gaz; on renonce du reste *a priori*, à poursuivre ce genre de tranformation, puisqu'on refroidit à dessein le cylindre, soit par un courant d'eau, comme dans la plupart des machines, soit en augmentant le rayonnement par des nervures à ailettes, comme dans quelques petits moteurs.



de la compression initiale, lorsqu'elle existe, ainsi que de la transformation (à volume constant ou à pression constante) qui s'accomplit pendant la communication de chaleur.

Comme les cycles empruntent à la source supérieure la même quantité de chaleur, leur rendement est d'autant meilleur qu'ils abandonnent moins de chaleur au réfrigérant; le diagramme entropique facilite la comparaison de ces pertes.

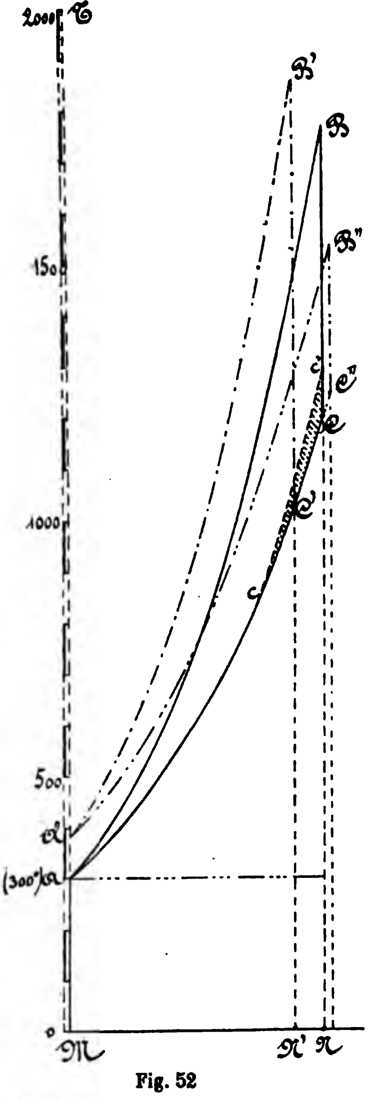


Fig. 52

1°. — Pour le cycle du *premier genre*, l'explosion correspond à la ligne AB, figure 52; elle part de l'état initial, pour lequel nous supposons l'entropie nulle, et la température absolue T_A égale à 300°; cette ligne a pour équation (n° 36) :

$$S = c \, l_n \frac{T}{T_A}$$

Le maximum de température correspond à la fin de l'explosion; il est d'environ 1800° absolus lorsque le mélange comporte un volume de gaz et dix volumes d'air (98), condition qui permet de trouver le point B, qui termine la transformation.

La détente adiabatique est figurée par la ligne d'entropie constante BC, et le point C doit être tel que, par l'enlèvement de chaleur à pression constante, le mélange soit ramené à l'état initial. La ligne CA qui ferme le cycle est donc connue, elle a pour équation (n° 36) :

$$S = C \, l_n \frac{T}{T_A}$$

La chaleur développée par l'explosion est représentée par la surface

MABN; la portion ABC est transformée en travail, et ce qui reste, MACN, est abandonné à l'atmosphère.

2°. — Les cycles du *deuxième genre* comportent une compression adiabatique initiale AA', qui élève la température sans augmenter l'entropie; la ligne A'B' a pour équation :

$$S = c\, l_n \frac{T}{T_{A'}}$$

Les points des deux courbes AB et A'B' ayant même abscisse sont donnés par des températures proportionnelles à T_A et $T_{A'}$.

La température initiale dépend du taux n de la compression, on l'obtient facilement au moyen de la propriété des lignes adiabatiques :

$$\frac{T_{A'}}{T_A} = n^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

Pour une pression de trois atmosphères absolues, on a $n=3$, et $T_{A'} = 386°$.

La transformation A'B' s'arrête à la fin de l'explosion; comme la quantité de chaleur développée est la même que dans le cycle du premier genre, on voit que :

$$MA'B'N' = MABN$$

La température du point B' est plus élevée que celle de B, puisque :

$$T_{B'} - T_{A'} = T_B - T_A$$

au contraire, l'entropie de B' est plus petite que celle de B, car les surfaces ne pourraient être égales sans cette condition.

En raisonnant comme dans le premier cas, on trouve que la détente ainsi que la transformation fictive qui ramène le corps à son état initial, sont figurées par les lignes B'C', C'A. Dans les machines à compression, la température correspondant à la fin de la détente (C') est plus basse que dans les machines sans compression (C), et la chaleur perdue au réfrigérant MAC'N', est moindre; ces machines ont, par conséquent, un rendement d'autant plus élevé, que la compression initiale AA' est elle-même plus forte.

3°. — Dans les machines *à compression avec combustion*, la transfor-

mation A'B", pendant la communication de chaleur, part du point A', mais elle est à pression constante; elle peut donc se déduire de la ligne AC, en augmentant les ordonnées proportionnellement à $\frac{T_{A'}}{T_A}$; la température $T_{B''}$, à la fin de la transformation, s'obtiendra, relativement aux machines du second genre, par la condition que la quantité de chaleur Q engendrée est la même, donc :

$$Q = C\,(T_{B''} - T_{A'}) \text{ d'où : } T_{B''} = T_{A'} + \frac{Q}{C}$$

tandis que l'on aurait eu, pour les machines du second genre :

$$T_{B'} = T_{A'} + \frac{Q}{c}$$

et, pour celles sans compression :

$$T_B = T_A + \frac{Q}{c}$$

On a pour l'entropie :

$$S_{B''} = C\, l_n\left(1 + \frac{Q}{C\,T_{A'}}\right)$$

Cette entropie peut être plus grande, égale, ou même inférieure à l'entropie S_B des machines du premier genre, d'après l'importance de la compression initiale, auquel cas le rendement de la machine sera plus faible, égal ou plus grand que celui des machines du premier genre, car le cycle est fermé par le contour B" C" A.

Mais il faudrait réaliser une compression initiale beaucoup plus forte que dans les machines du second genre pour atteindre le même rendement que dans celles-ci, ce dont on s'assure très aisément par le diagramme; il est vrai que, dans les machines à combustion, la pression maximum du cycle ne dépasse pas celle de la compression initiale, tandis que dans celles du second genre, la pression augmente beaucoup pendant l'explosion. Il est donc facile de réaliser des machines du troisième genre à très forte compression, et dans ce cas, on peut atteindre les rendements des machines du second genre, ce que l'expérience des moteurs de Dugald Clerk a vérifié; mais les dispositifs qui produisent l'explosion sont plus simples que ceux qui réalisent la combustion.

4°. — Enfin, dans *les machines atmosphériques*, la première ligne de transformation, AB, est identique à celle des cycles du premier genre,

mais la détente se prolonge jusqu'à la température ambiante, du moins, lorsque l'on suppose que le retour du gaz à son état initial a lieu par une transformation isothermique [1]. Au seul examen de la figure, on comprend que les machines atmosphériques puissent avoir un rendement relativement élevé, supérieur même, dans les limites pratiques de la compression, à celui des machines du second genre; nous verrons, par l'étude organique des moteurs, que les machines du quatrième genre pêchent par leurs dispositifs mécaniques, mais que leurs résultats économiques confirment les déductions tirées de la comparaison des cycles.

La *détente incomplète* enlève, de chacune des figures qui représentent la chaleur transformée en travail, un triangle curviligne représenté, par exemple, pour les machines du premier genre, par *c*C*c*', elle abaisse le rendement en conséquence, et son influence relative est facile à déterminer; la ligne *cc*', est une transformation à volume constant, ainsi que nous l'avons établi au nº 101.

103. — C'est l'expérience qui doit vérifier si les prévisions indiquées dans les théories précédentes sont effectivement réalisées; ainsi que nous l'avons dit, les hypothèses qu'il importerait surtout de vérifier, sont celles relatives à la manière plus ou moins complète dont la combustion s'effectue, et à l'adiabaticité des courbes de détente. M. Witz, à la suite de ses expériences de laboratoire, qui ont été faites, non à volume constant, comme celles de M. Dugald Clerk, mais dans un cylindre dont le piston était muni d'une tige sur laquelle on pouvait faire frein, attribue une grande importance à la vitesse de la détente, qui se combinerait avec l'effet de paroi, et conclut en faveur des grandes vitesses de piston pour obtenir des combustions parfaites et des pressions élevées. M. Slaby, sans contester le résultat des expériences de M. Witz, met en doute l'exactitude des conclusions que leur auteur en a tirées, il a entrepris des essais établissant que la température plus ou moins basse des parois et la vitesse du moteur ne paraissent pas avoir d'influence sensible sur le rendement calorifique des moteurs Otto [2].

M. *Bousfield* conclut, de l'examen des lignes de détente, que la combustion n'est pas complète à la fin de l'explosion, mais qu'elle continue

1. Si cette transformation finale n'est pas isothermique, on trouvera aisément, par l'étude de la courbe d'indicateur, la valeur k de l'équation $pv^k = C^{te}$, qui la représente approximativement, et, par conséquent, sa transformée entropique (nº 36).

2. G. Richard, ouvrage cité pp. 78 à 103.

et tend à relever la pression, pendant que l'effet refroidissant de la paroi tend à l'abaisser; les deux influences peuvent donc se contrebalancer, et la courbe de détente, lorsqu'elle présente l'allure de l'adiabatique, établit à la fois et l'existence de la combustion incomplète, et celle du refroidissement par la paroi; dans ce cas, la concordance qui semble exister entre les diagrammes réels et les cycles supposés n'est qu'apparente.

Les différentes courbes relevées (en général sur des moteurs du deuxième genre) ont pour équation :

$$pv^{\gamma} = C^{te}$$

Avec des valeurs de γ qui sont données, d'après certains expérimentateurs, dans le tableau suivant :

	DÉTENTE	COMPRESSION
MM. Slaby . . . . γ =	1.3 à 1.4	—
Unwin, moteur Atkinson.	1.305	1.399
Kennedy, moteur Griffin, février 1888. . .	1.373	1.245
— — — février 1889. . .	1.350	1.262
— — Atkinson —	1.264	1.205
— — Crossley (Otto)	1.435	1.380
Ayrton et Perry.	1.479	1.301

En général, les valeurs de γ données pour la compression ne présentent pas autant de certitude que celles données pour la détente, parce que l'espace nuisible, qui n'est pas toujours rigoureusement connu, a plus d'influence sur le résultat du calcul.

§ III

Étude organique des machines à gaz (1).

104. — Le moteur à explosion sans compression est, d'après ce qui précède, le seul dont l'infériorité est sans remède ; aussi la machine primitive de Lenoir ne présente-t-elle plus qu'une importance historique.

1. Nous ne décrirons pas le moteur du troisième genre, à combustion avec compression, que M. Dugald Clerk avait amené a un haut degré de perfection, mais qui paraît abandonné, et qui du reste n'a pas pénétré, à notre connaissance, sur le continent. Voir les divers ouvrages cités.



Le petit moteur de A. de Bisschop, produit en 1871, est à peu près le seul qui soit resté en usage, à cause de sa simplicité, encore est-il limité aux très faibles puissances : depuis trois kilogrammètres par seconde, jusqu'à un demi-cheval ; il est construit en France, en Allemagne et en Angleterre.

Le cylindre à simple effet A (fig. 53), est vertical, il est coulé avec le

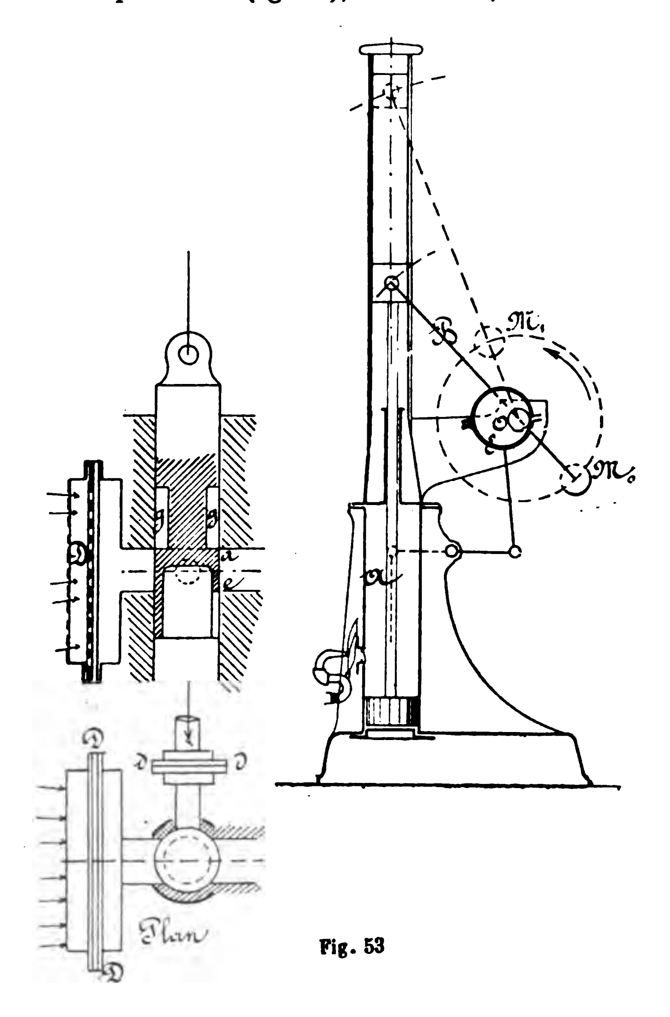


Fig. 53

socle creux formant le bâti, et il est muni d'ailettes pour faciliter le refroidissement. La partie supérieure du cylindre sert de guide à la crossette de la tige du piston, mais, en fait, cette partie du cylindre, munie

d'une fente latérale, peut-être considérée comme ouverte, et le piston ne s'y meut jamais.

La crossette est reliée, par une courte bielle B, à une manivelle M, calée sur l'arbre O du volant. Celui-ci est rejeté en dehors de l'axe du mouvement rectiligne, dans le but de donner au piston des vitesses différentes dans les deux courses. Ce système de liaison permet encore d'atteindre de grandes courses de piston au moyen d'une manivelle relativement courte, comme on s'en aperçoit facilement à l'examen de la figure, dans laquelle les positions inférieure et supérieure de la crossette sont déterminées au moyen d'arcs tracés du point O comme centre, et ayant pour rayons respectifs la longueur de la bielle, diminuée et augmentée de la longueur de la manivelle.

Les positions correspondantes du bouton de manivelle sont figurées en M_0 et M_1; l'arc qui correspond à la course montante du piston, l'arbre étant supposé tourner dans le sens de la flèche, est donc plus court que l'arc décrit pendant la descente, et, comme le mouvement du volant est à peu près uniforme, la durée de la course motrice est sensiblement plus courte que celle de la course rétrograde; cette circonstance, d'après la théorie de M Witz (103), serait favorable au fonctionnement.

Dans le moteur le plus répandu (1) la distribution s'effectue au moyen d'un tiroir cylindrique, placé verticalement au pied du cylindre, et commandé par l'excentrique E. Dans la figure, le piston est au bas de sa course, et le tiroir occupe le milieu de la sienne en descendant; l'admission va avoir lieu par l'arête *a*, car, lorsque le tiroir descend, la gorge *g* vient en face de la lumière et laisse pénétrer l'air et le gaz, qui ne se mélangent qu'à l'entrée du cylindre; la communication a lieu pendant toute la course ascendante du piston, mais l'admission ne se produit néanmoins que pendant le premier tiers de la course, ainsi que nous allons le voir.

L'air est aspiré à travers la diaphragme D, percé de petits orifices recouverts vers l'intérieur par une bande de caoutchouc, qui forme soupape lorsque la pression intérieure devient plus forte que la pression atmosphérique; une disposition analogue existe pour l'entrée du gaz qui traverse le diaphragme *d*.

Au moment donc où se produit l'allumage, le mélange ne peut s'é-

1. Le type de 1881 est à distribution par soupapes, et présente d'ingénieux détails d'allumage. Richard, ouvrage cité, t. 1, pp. 120-121. Voir aussi *Knoke*, ouvrage cité, p. 124, et *Chauveau*, *Traité théorique et pratique des Moteurs à gaz*, Baudry, 1891.

chapper, bien que la lumière du cylindre soit encore ouverte, mais l'air et le gaz ne peuvent plus entrer, parce que la pression intérieure est trop forte.

L'allumage se fait au moyen d'une flamme placée en face d'une petite ouverture percée au tiers de la course, dans la paroi du cylindre, et fermée de l'intérieur vers l'extérieur par un petit clapet très mobile; aussitôt que le piston franchit cette ouverture, la flamme est aspirée et fait détoner le mélange, le clapet se ferme, et la détente se produit sans aucune communication avec l'extérieur. L'allumeur est visible à gauche de la figure.

Pendant toute la course descendante, l'échappement s'opère par le bas du tiroir, qu'ouvre la lumière du cylindre par l'arête *e*. Le diagramme de ces machines, d'après M. Dugald Clerk, est représenté figure 54.

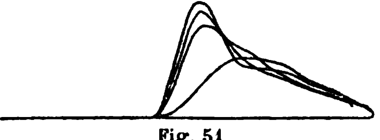


Fig. 54

Ces moteurs sans compression ne sauraient être économiques, leur consommation est quadruple environ de celle des bons spécimens du second type, mais, pour les puissances très faibles auxquelles le moteur de Bisschop est destiné, cette considération s'efface devant la simplicité, l'absence du graissage, etc.; il est même recommandé de ne jamais graisser les organes chauds, tels que le tiroir et le piston, parce que les huiles, en se charbonnant, arrêteraient la marche du moteur; il ne faut pas perdre de vue, en effet, que le cylindre n'est refroidi que par des ailettes en contact avec l'air et est à une température plus élevée que s'il était enveloppé d'eau.

Ce moteur n'a pas de régulateur, la résistance croissante à l'aspiration et à l'échappement font qu'il atteint une vitesse de régime qui n'est pas trop élevée, même à vide, la marche est donc, jusqu'à un certain point, auto-régulatrice.

105. — *Moteur Langen et Otto.* — Cette machine, qui appartient au quatrième genre, est le seul moteur atmosphérique ayant eu une certaine importance industrielle; il est aujourd'hui abandonné, mais ses dispositions sont intéressantes, et méritent d'être rappelées.

Le cylindre C est vertical, figure 55, il a une hauteur très grande, et est refroidi par une circulation d'eau. Le piston est muni d'une tige dentée engrenant avec le pignon P, mais celui-ci passe à frottement doux sur l'arbre A du volant, avec lequel il est lié par un embrayage qui rend le pignon solidaire de l'arbre pendant la descente du piston seulement.

Cet embrayage, très ingénieux, mais un peu compliqué, a été remplacé dans la figure par une roue à rochets calée sur l'arbre, et un cliquet entraîné avec le pignon.

Le but de cette disposition est de rendre la projection du piston tout à fait libre de bas en haut, pendant que le mouvement de l'arbre et du volant persiste en sens contraire; la crémaillère transmet donc la force motrice à l'arbre pendant le mouvement de descente seulement. Le mécanisme de distribution, fort remarquable, est décrit dans les traités spéciaux (1).

Le piston, projeté vers le haut par l'explosion, possède un mouvement de plus en plus ralenti, qui ne s'arrête que par le travail résistant de la pression atmosphérique, c'est-à-dire lorsque le piston a fait un vide partiel derrière lui; le travail d'élévation des masses pesantes contribue également à éteindre leur vitesse. La période motrice est produite à la descente, mais le travail développé est bien représenté par la surface du diagramme BCD (fig. 50), ou par celle du cycle fictif, car, pendant l'ascension du piston, si on appelle l le travail dû au poids des pièces, on a : $BCE = EDd + l$; or, le travail moteur à la descente du piston est $l + BDd$, ou $BED + ED\,d + l$, ou encore BCD. Certains auteurs ont versé sur ce point dans une erreur évidente.

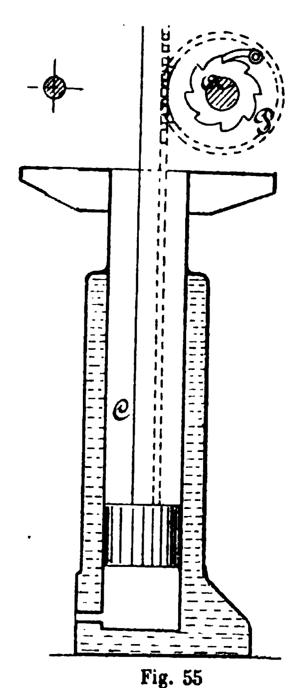


Fig. 55

Ce mécanisme a fonctionné d'une manière satisfaisante, en produisant cependant un bruit assez incommode; la consommation était peu supérieure à 1 mètre cube de gaz par heure et par cheval mesuré au frein, ce qui confirme les prévisions théoriques établies au numéro 102; le caractère des moteurs à piston libre est leur détente très prolongée (jusqu'à dix fois le volume du mélange).

Au point de vue de la stabilité, le moteur à piston libre est sujet à critique, car l'*accélération* que prend cette pièce, au moment de l'explosion, est considérable, vu qu'elle est produite par la pression maximum du gaz. Cette pression s'exerce aussi sur le fond du cylindre, et

1. Knoke, ouvrage cité, p. 214, et Dugald Clerk, pp. 135 à 150, et 228.

produit une réaction intense tout à fait analogue au recul d'un canon au moment du tir. Dans une machine ordinaire, dont le piston est relié à l'arbre par un système quelconque, une partie de la réaction est équilibrée par les paliers de l'arbre, qui font corps avec le bâti et sa fondation; le seul effort non équilibré correspond à celui qui est employé à accélérer les pièces à mouvement alternatif, mais il ne constitue ici qu'une très faible partie de la pression totale exercée sur le piston, tandis que, dans le moteur Langen et Otto, il est égal à la pression entière.

L'effet de recul signalé ici était assez considérable pour rendre impossible le montage du moteur sur un plancher.

106. — Le *moteur Otto* est le type le plus répandu des machines du deuxième genre. Les quatre opérations du cycle sont accomplies successivement dans le même cylindre, agissant à simple effet; elles exigent, par conséquent, deux tours de manivelle, et, comme la course de détente n'est pas plus longue que celle qui produit la compression, le cycle fictif de la figure 48 s'arrête à la verticale $\alpha\alpha$, c'est-à-dire que la détente est forcément incomplète; on ne pourrait la prolonger qu'en rendant la course du piston plus longue pour les périodes de détente et d'expulsion que pour celles d'aspiration et de compression (1). Ces machines sont appelées à *quatre temps*, c'est-à-dire que, de quatre courses du piston, une seule est motrice; les trois autres s'accomplissent par l'effet de l'inertie du volant.

Le cycle, réalisé en 1876-1877, est à peu près celui qui avait été indiqué en 1862 par Beau de Rochas (2), dans le texte d'un brevet passé inaperçu.

Les dispositions essentielles du moteur Otto, fabriqué d'abord exclusivement à Deutz, près Cologne, n'ont pas varié depuis l'origine; quelques perfectionnements de détail dans l'allumage, l'entrée du mélange, le régulateur, etc., ont cependant été apportés au moteur primitif, soit par les constructeurs allemands, soit par les maisons concessionnaires en France et en Angleterre.

Le cylindre C, ouvert à la partie antérieure, (fig. 56), est boulonné en

1. Ce dispositif est réalisé dans le moteur Atkinson par un moyen cinématique; on arriverait aussi au but en achevant la détente dans un cylindre séparé: on aurait ainsi une machine *compound*, ce moyen a été essayé sans succès.
2. Au sujet de cette question de priorité, et du procès célèbre (*Otto-Steel*) qu'elle a soulevé, voir l'ouvrage de M. Richard. pp. 25 à 54,

porte-à-faux contre la collerette du bâti; il est terminé, à l'arrière, par une culasse serrée contre le cylindre au moyen d'un joint à l'amiante; *e* est une enveloppe d'eau, destinée à refroidir le cylindre et la culasse.

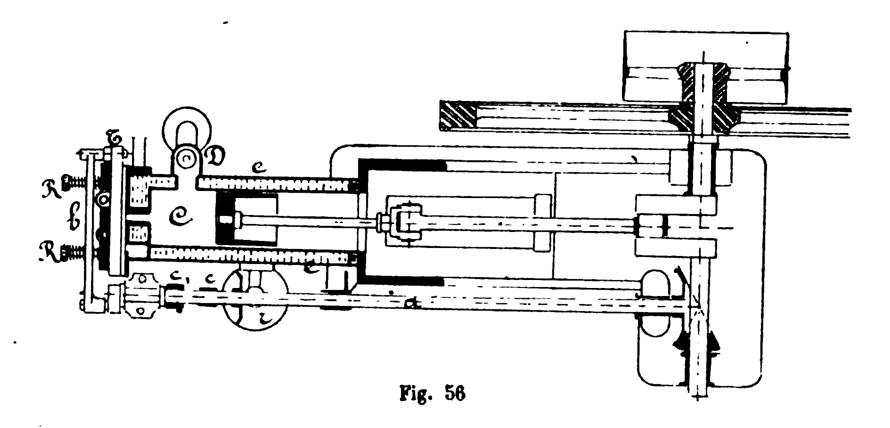


Fig. 56

Le mélange est distribué au cylindre par le tiroir T, qui sert aussi à produire l'allumage; c'est une plaque d'une certaine épaisseur, à faces parallèles, glissant horizontalement entre la culasse dressée du cylindre, et une contre-plaque dont le serrage est réglé au moyen des ressorts R, qui l'empêchent de se soulever pendant l'explosion.

Le tiroir est manœuvré par l'arbre *a*, parallèle à l'axe du cylindre; la bielle *b* sert à lui communiquer un mouvement alternatif d'amplitude convenable. Les fonctions du tiroir se répètent périodiquement après un intervalle de deux révolutions; pour cette raison, l'arbre *a* ne fait qu'un tour pendant que l'arbre du volant, qui le commande par une paire de roues coniques, en fait deux.

L'arbre *a* porte aussi une came *c*, qui ouvre la soupape d'échappement D pendant la quatrième phase du cycle, et la laisse fermée pendant les trois courses suivantes. Enfin, l'arbre *a* porte encore une came *c*, qui ouvre la soupape d'arrivée du gaz pendant la phase d'introduction; cette dernière came est mobile sur l'arbre, longitudinalement, et sa position est commandée par le régulateur *r*, qui supprime totalement l'admission du gaz lorsque la vitesse de régime est dépassée.

Pour expliquer le fonctionnement du tiroir, représentons la circonférence décrite par le bouton de la manivelle (fig. 57), et, concentriquement à celle-ci, la trajectoire, de rayon plus petit, de la manivelle actionnant le tiroir. Le calage de cette petite manivelle, par rapport

à la manivelle motrice, est tel, que les positions $E_0 E_1 E_2 E_3$ correspondent à $M_0 M_1 M_2 M_3$; l'angle $E_0 OM_0$ est égal à 45°.

Ainsi, pendant la première course directe du piston (aspiration du mélange), le mouvement du tiroir consiste en un déplacement *ab* — *ba*, correspondant à l'arc $E_0 E_1$ décrit par la manivelle de commande; nous supposons que l'obliquité de la bielle est négligeable.

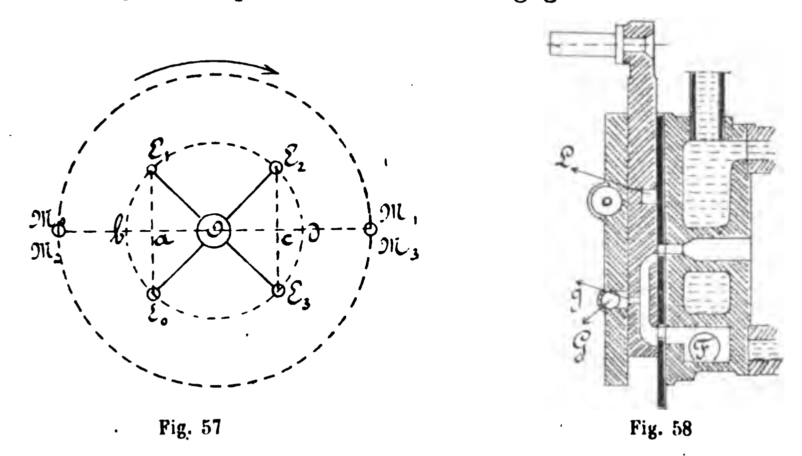


Fig. 57 Fig. 58

La figure 58 représente le tiroir dans la position E_0 ou E_1, c'est-à-dire au commencement ou à la fin de l'aspiration. Pour les points intermédiaires, le tiroir est reporté à gauche de la position considérée d'une quantité qui atteint au maximum *ab*, ouverture de la lumière.

L'air entre par la poche F, ménagée dans la culasse du cylindre; le gaz pénètre par la poche G de la contre-plaque, et passe dans le canal du tiroir par une rangée verticale de petites ouvertures circulaires *g*. Le gaz n'entre toutefois dans la poche G qu'après avoir franchi la soupape régulatrice.

Pendant la course rétrograde du piston, qui est la période de compression, le tiroir se déplace vers la droite de la quantité *ac;* il maintient constamment fermée la lumière du cylindre, en même temps qu'il prépare l'allumage; à cet effet, il renferme une chambre L, qui le traverse de part en part, comme on le voit dans la section transversale; cette chambre renferme du gaz enflammé qui, au moment où la manivelle est en M_2 (tiroir en *c*), vient en regard de la lumière du cylindre, et produit l'allumage; la face arrière du tiroir est en ce moment recouverte par les parties pleines de la contre-plaque (fig. 59); l'explosion se produit pendant la course $M_2 M_3$, qui fait parcourir au tiroir le chemin *cd*, *dc*.

Pendant la quatrième course du piston, a lieu l'expulsion des gaz brûlés; nous avons vu qu'une soupape d'échappement, actionnée par une came, est chargée de cette fonction spéciale, pour laquelle le tiroir n'intervient aucunement.

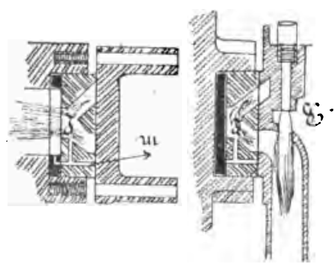


Fig. 59

Il nous reste à expliquer comment la chambre L, que nous avons trouvée remplie de flamme, s'alimente de gaz et s'allume. Or, cette chambre reçoit le gaz par le petit canal *m*, qui se trouve en communication avec une prise spéciale. Le gaz est amené à cette prise et au brûleur B au moyen d'un tuyau à deux branches. Ainsi, la chambre L, dans son mouvement *ab*, *ba*, se remplit de gaz qui, au passage devant le brûleur logé dans la contre-plaque, s'allume, et forme une flamme transportée avec le tiroir devant la lumière du cylindre. Au moment où la poche L passe devant le brûleur, elle communique, pendant un court instant, avec l'air atmosphérique, condition nécessaire pour que la flamme puisse se produire, et que les gaz brûlés puissent s'échapper plus au moins au retour.

Une précaution est encore nécessaire : la charge du cylindre, comprimée au moment de l'allumage, éteindrait la flamme qui se trouve dans la chambre dont la pression est inférieure; on évite cet effet en mettant la chambre L en communication avec le cylindre au moyen d'un très petit canal, visible dans la figure 59, ce qui établit progressivement l'équilibre.

La mise en train du moteur doit se faire à bras d'hommes; on supprime la compression (qui demanderait un effort considérable) en soulevant la soupape d'échappement pendant la deuxième phase, ce qui se fait généralement en déplaçant la came d'échappement, qui présente deux bosses sur une partie de sa longueur. On remet cette came en place lorsque la machine a fait quelques tours et dépasse facilement les points morts (1).

107. — Le cycle à quatre temps, pour s'accomplir dans un seul cylindre, exige que l'on ménage, au fond de ce récipient, un espace libre, non parcouru par le piston, dans lequel le mélange peut être confiné après la compression.

1. Il existe un grand nombre de dispositions spéciales pour faciliter la mise en train qui, dans les gros moteurs, serait fort pénible. Voir les traités spéciaux, et *Engineering*, 1891, 2e sem., p. 241.

Dans la construction allemande, l'espace libre est environ les 0,60 du volume déplacé par le piston (Slaby); cette fraction était égale à 0,612 dans un moteur Otto américain, expérimenté par Brooks et Steward; elle descend jusqu'à 0,40 dans les moteurs Otto construits par Crossley (Kennedy); la compression est donc beaucoup plus forte dans ces derniers moteurs [1].

La présence, au fond du cylindre, de cet espace libre, ou chambre de compression, a pour effet de rendre incomplète, pendant la quatrième course, l'expulsion des gaz brûlés; une partie de ces gaz remplit en effet l'espace supplémentaire qui se trouve derrière le piston, et s'incorpore dans la charge nouvelle. Le mélange directement en contact avec le piston est donc le moins riche; celui qui vient ensuite renferme une assez forte proportion d'air, ce qui s'obtient en donnant un léger retard à l'ouverture à la soupape d'admission du gaz; la partie de la charge qui vient en dernier lieu est la plus riche.

Cette composition de la charge appartient à Otto, qui attribue à cette stratification une grande importance; nous avons dit, en effet, que l'on a intérêt à employer des mélanges pauvres (99); la dilution est produite ici, en grande partie, par les gaz brûlés de l'espace nuisible; mais il devient nécessaire, pour faire détoner un pareil mélange, de projeter une flamme puissante dans la masse; le mélange riche admis vers la fin de la course favoriserait cette projection. Lorsqu'on essaye de produire l'allumage ailleurs qu'au centre et dans l'axe du cylindre, la courbe d'indicateur, au lieu d'affecter la forme normale des diagrammes du moteur Otto (fig. 60), s'abaisse et prend une allure couchée, ce qui est l'indice d'une combustion ralentie; ce genre de combustion a pour effet d'augmenter la perte de chaleur à l'échappement dans des proportions très notables.

L'effet de la stratification de la charge, imaginée à l'origine pour obtenir une explosion moins brisante [2] que celle donnée par la composition théorique, tout en permettant l'inflammation d'un mélange relativement pauvre, a été contesté; il ne semble pas, dans tous les cas, avoir

1. Dans le moteur Root (*Engineering*, 1892, 2e sem., p. 167), la compression est beaucoup plus forte encore,

2. Le moteur Otto succédait à celui à piston libre d'Otto et Langen, où l'on n'avait pas à redouter l'effet de la pression sur les organes mobiles, comme dans les machines à bielle; en outre, la compression initiale augmente encore la pression d'explosion des machines du deuxième genre; on s'explique, par conséquent, que l'une des préoccupations de l'inventeur ait été d'adoucir l'explosion, par un effet qui la fait ressembler à une combustion encore très rapide, mais non instantanée. Cet effet a été appelé « *nachbrennen* ».

une très grande importance, mais il résulte des discussions qui ont eu lieu à ce sujet, qu'il convient d'allumer la charge au centre et dans l'axe du cylindre, et non sur le côté.

La compression initiale, qui caractérise les machines du deuxième et du troisième genre, n'est pas seulement avantageuse au point de vue du cycle; elle a un effet direct sur l'explosion; c'est grâce à la compression que l'on parvient à enflammer des gaz plus pauvres dans les machines à compression plutôt que dans les autres.

La composition du mélange admis, qu'il ne faut pas confondre avec celle du mélange après compression dans le cylindre, est, d'après les expériences plusieurs fois citées de M. Kennedy, de 1 volume de gaz pour 9,50 volumes d'air (1).

108. — *Résultats d'expérience* — L'interprétation théorique donnée au n° 102, (2°), pour un mélange au dixième, avec compression à 5 atmosphères absolues, fournirait un rendement calorifique de 46 % environ (mesure planimétrique); or, les résultats les plus beaux obtenus au moyen du cycle Otto correspondent à 545 litres environ par cheval indiqué par heure (Kennedy), non compris le gaz d'allumage; le gaz avait une puissance calorifique de 5.500 calories environ par mètre cube, ou 3.000 calories pour la quantité dépensée dans une heure, et qui a produit 270.000 kilogrammètres. Chaque calorie a donc fourni 90 kilogrammètres, alors que le cycle théorique aurait dû donner :

$$0,46 \times 425 = 195 \text{ kilogrammètres.}$$

Le coefficient exprimant la perfection avec laquelle le cycle théorique est pratiquement réalisé, est donc :

$$\frac{90}{195} = 0.46$$

1. La machine essayée était un spécimen de la construction anglaise de Crossley, comportant une forte compression initiale (5 atmosphères absolues, environ). D'autres essais, faits simultanément sur divers moteurs, ont donné :

Moteur Atkinson.	1 volume de gaz pour	9.33 d'air
» Griffin	1 » »	12.36 »

Dans un essai de ce dernier moteur, fait à Kilmarnock, par le même expérimentateur, le volume d'air s'élevait à 14,83; les diagrammes étaient néanmoins fort beaux avec 3 ¹/₂ atmosphères absolues de compression; mais, dans ce moteur, on expulse complètement les résidus.

c'est-à-dire qu'une fraction, un peu supérieure à la moitie de la chaleur utilisable, est perdue par l'effet de la détente incomplète, de l'imperfection ou du retard de la combustion, et par l'effet de la paroi.

Le rendement du cycle de Carnot, entre les températures extrêmes réalisées dans le cycle théorique (1.900° et 300° absolus), eut été :

$$\frac{1900 - 300}{1900} = 0.84$$

La chaleur formée par la combustion du gaz étant représentée par 1, on peut dresser le tableau suivant :

Chaleur empruntée à la source : 1^{c}.	Utilisable par un cycle parfait. . 0^{c},84	Utilisable par le cycle des machines à compression et explosion parfaitement réalisé : 0^{c},46	Utilisée par le cycle réel 0^{c},21.
		Perte à la source inférieure : . . 0^{c},54	Perdue : 0^{c},79.
	Perte à la source inférieure . . . 0^{c},16		

Le seul moyen de réduire l'écart entre les chaleurs utilisables, 0 c. 84 et 0.46, serait d'employer un régénérateur; quant à l'écart entre les chiffres 0 c. 46 et 0 c. 21, on peut espérer le réduire en augmentant la détente; en un mot, la différence entre les chiffres des deux premières colonnes tient aux défauts du cycle à compression avec explosion à volume constant; les différences entre les deux dernières colonnes accusent les défauts provenant de ce que le cycle fictif, tout imparfait qu'il est, n'est pas bien réalisé. Enfin, il y aurait encore lieu de comparer, à la chaleur dépensée, le travail reçu, non pas par le piston, mais par l'arbre; dans le chiffre ainsi obtenu, s'exercerait l'influence du *rendement organique* de la machine, qui, à pleine charge, a été trouvé de 0,86.

La chaleur communiquée à la machine peut encore être partagée suivant les indications du tableau suivant, qui n'est qu'une autre forme du premier :

Chaleur empruntée à la source : 1 calorie.	Chaleur transformée en travail sur le piston :	0c,21	
	Travail sur l'arbre : 0.21×0.86=0,18		
	Résistances passives : 0,03		
	Total. . 0,21		
	Chaleur perdue parce que le cycle hypothétique est mal accompli : .	0c,25	Perte totale de chaleur par les gaz d'échappement, l'eau de circulation et le rayonnement : 0c,79
	Chaleur perdue parce que le cycle hypothétique n'est pas un cycle de rendement maximum :	0c,38	
	Chaleur nécessairement perdue au réfrigérant par le cycle de rendement maximum :	0c,16	
	Total	1c,00	

109. — *Effet des parois.* — Il serait facile, connaissant le diagramme moyen du travail pour un essai de quelque durée, pendant lequel la charge de la machine est tenue aussi uniforme que possible, de le transformer en un diagramme entropique ; nous avons fait cette opération pour le diagramme de l'essai de M. Kennedy sur le moteur Crossley ; le compte rendu de cet essai est très détaillé, et renferme tous les renseignements nécessaires pour un pareil calcul.

Le gaz avait très approximativement la composition de celui qui nous a servi à l'étude de l'explosion du n° 96. La charge comprenait 1 volume de gaz pour 9,50 volumes d'air (ou en poids : 1 de gaz pour 24,2 d'air) et pesait 0 kil. 0247 ; d'après la composition des produits brûlés, on trouve facilement le poids des résidus qui remplissent l'espace nuisible, ou la chambre de compression, après la quatrième phase du cycle (1).

On peut établir ainsi que la charge est composée de la manière suivante, pour une température qui ne diffère pas beaucoup de 100° centigrades :

Résidus de l'espace nuisible	0k,0085	(poids calculé)
Mélange explosif	0k,0247	(poids mesuré)

La température, au moment du mélange, sera supposée de 100° centigrades ; nous admettrons aussi que la charge nouvelle s'échauffe pen-

1. Ces résidus comprennent une certaine quantité de vapeur d'eau, à moins que la température ne soit assez basse pour la condenser sur les parois de la chambre, auquel cas il faudrait tenir compte de cette eau pour analyser le phénomène de la compression. Cette condensation ne se produit pas, car la présence de l'eau à l'*état de vapeur* n'est pas douteuse dans l'échappement des machines à gaz ; après un long parcours dans les tuyaux d'échappement, cette vapeur n'est même pas condensée.

dant l'introduction, ce qui incorpore dans le cycle une partie de la chaleur abandonnée par le cycle précédent, et qui sans cela serait tout à fait perdue. La paroi joue, pendant l'introduction, le rôle d'un régénérateur, mais elle ne peut le faire que parce que les produits expulsés ne sont pas complètement refroidis; pour apprécier le cycle, nous n'aurons pas à compter la chaleur gagnée par le mélange pendant l'introduction, à la condition de ne pas compter, comme perdue, la chaleur en dessous de la température de 100°, que nous supposons réalisée au moment où le cycle commence.

M. Kennedy a condensé en un seul tour les diagrammes de son essai, de manière à en déduire un diagramme moyen dont la forme est donnée par la figure BCDEF (fig. 60); le volume de l'espace nuisible

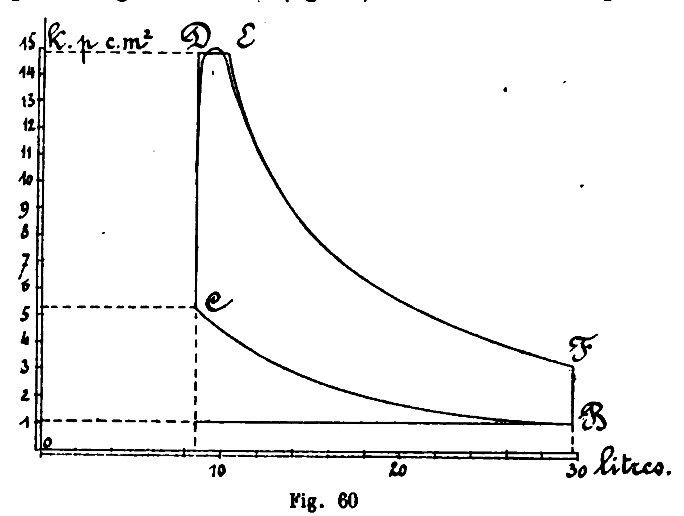


Fig. 60

étant connu, on peut, pour chaque point du contour, relever le volume et la pression du mélange, et trouver, par conséquent, sa température de proche en proche, au moyen de l'équation :

$$\frac{pv}{T} = C^{te}$$

On trouve ainsi, en supposant que $T_B = 373$ (ou $100° + 273$)

$$T_C = 600$$
$$T_D = 1610$$
$$T_E = 1940$$
$$T_F = 1205$$

et on retrouve finalement en T^B, après la transformation fictive à volume constant FB, la température du point de départ.

Pour trouver le diagramme entropique de l'ensemble des transformations, on peut utiliser les équations des lignes telles que BC, CD, etc. Ainsi, les lignes BC, EF, ont pour équation :

$$pv^k = C^{te}$$

Pour la compression BC, $k = 1.380$;
» détente EF, $k = 1.435$.

Il suffira d'introduire ces valeurs de k dans l'équation générale trouvée au n° 36 :

$$S - S_1 = c\, \frac{k - \gamma}{k - 1}\, l_n \frac{T}{T_1}$$

l'indice 1 se rappportant à un état initial où la transformation commence. Le coefficient:

$$\frac{k - \gamma}{k - 1} c,$$

est remplacé par c pour les lignes à volume constant, et par C pour les lignes à pression constante.

Mais nous ne devons pas perdre de vue que c, C, γ, sont variables lorsqu'il s'agit de hautes températures. Les valeurs admises par M. Witz (98) sont certainement trop fortes pour le cas présent, car un premier calcul, fait au moyen de ces valeurs, montre que la chaleur développée par l'explosion, mesurée au moyen des transformations entropiques CDE, serait plus grande, malgré la perte inévitable par la paroi, que celle développée par la combustion complète du mélange.

En recalculant à nouveau la valeur de c et C, d'après MM. Mallard et Lechâtelier, pour une température absolue de 1.000°, qui est à peu près la moyenne des températures du diagramme, et en tenant compte de la composition des gaz brûlés, qui sont, à raison de 9,5 mètres cubes d'air pour 1 mètre cube de gaz [1] :

Eau	1^k,0657		
Acide carbonique . . .	1,0000		
Azote	5,3408		
Excès d'air.	5,0000	O . . .	1,179
		Az . .	3,821
	12^k,4065		

1. Les résidus de l'espace nuisible ont la même composition en poids, de sorte qu'il est inutile d'en tenir compte pour le calcul des chaleurs spécifiques moyennes.

on trouve approximativement pour le mélange :

$$C = 0.28$$
$$c = 0.215$$
$$\gamma = \frac{C}{c} = 1.3$$

En adoptant ces valeurs, on trace facilement le diagramme de l'entropie $B_1\ C_1\ D_1\ E_1\ F_1$ (fig. 61) sur lequel on peut mesurer la quantité de chaleur fournie pour chaque transformation, ainsi que la quantité transformée en travail.

Ainsi, pendant la période d'explosion $C_1 D_1$, et de combustion à pression constante, D_1E_1, la chaleur accusée par le diagramme est de 9,95 calories. La chaleur effectivement développée par la combustion du mélange, qui renferme 0 kil. 000998 de gaz, est de 11,20 calories, car le mètre cube de gaz considéré, pesant 0 kil. 495, développe 5.677 calories, en supposant la combustion complète.

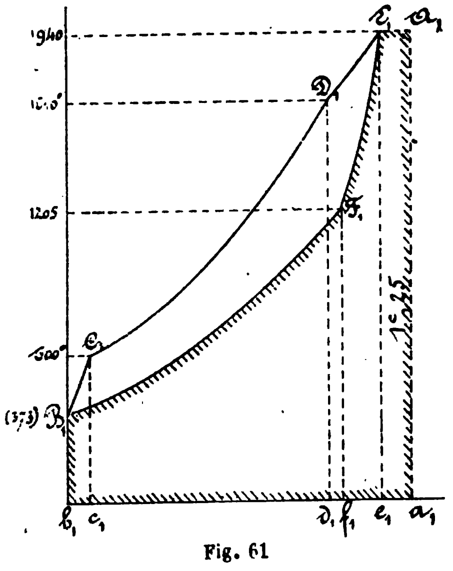


Fig. 61

Si le calcul est exact, la différence 1 c. 25 aurait été absorbée par la paroi du cylindre, ce qui n'a rien d'invraisemblable, malgré le temps très court pendant lequel la chaleur est développée.

Pendant la détente, le diagramme entropique montre que le mélange a cédé, à la paroi du cylindre, une quantité de chaleur mesurée par $E_1\ F_1\ e_1\ f_1$, ou 1 c. 72, tandis que, pendant la compression $C_1\ D_1$, le mélange a soustrait, à la paroi du cylindre, la quantité de chaleur $B_1\ C_1\ c_1\ b$, ou 0 c. 345.

La quantité de chaleur perdue à la source inférieure, pendant la transformation fictive $F_1\ B_1$, qui ramène les produits de la combustion à la pression et à la température initiales, sous volume constant, est exprimée par $F_1\ B_1\ f_1\ b_1$, et vaut 5 c. 675.

La chaleur transformée en travail est mesurée par la surface fermée

du cycle, et correspond à l'excès de la chaleur reçue (de la combustion ou des parois) sur la chaleur versée à l'extérieur (abandonnée par le mélange qui s'échappe, ou transmise aux parois).

La quantité de chaleur transformée en travail est de 2 c. 90. Tous ces chiffres sont résumés dans le tableau suivant :

Chaleur de la combustion 11 c. 200	1° *cédée* à la paroi pendant $C_1 D_1 E_1$	1^c25	+ 8^c645
	2° *cédée* à la paroi pendant la détente $E_1 F_1$ . . .	1.72	
	3° *cédée* à la paroi et emportée par les gaz pendant l'échappement. . . .	5.675	
	4° *reprise* à la paroi pendant la compression . . .	0.345	— 0.345
	Total des pertes.		8.300
	5° transformée en travail.		2.900
			11.200

Dans tout essai de moteur à gaz, il est facile de mesurer la chaleur soustraite par l'eau de circulation à la paroi extérieure du cylindre, car il suffit de mesurer la température de l'eau à l'entrée et à la sortie de l'enveloppe à intervalles assez rapprochés, et d'évaluer le volume total de l'eau; ainsi, dans l'essai qui nous occupe, on a employé par heure, (pour 4.704 explosions) 322 kilogrammes d'eau; l'élévation de température a été de 76° C.. La chaleur emportée par l'eau a donc été, pour une période complète de quatre phases :

$$E = \frac{322 \times 76}{4704} = 5^c202$$

Or, il est évident que la chaleur E emportée par l'eau de circulation est celle qui traverse la paroi intérieure du cylindre pour entrer dans le métal, diminuée de celle qui rentre du métal vers le cylindre par la même voie. Cette condition peut nous servir à décomposer la quantité de chaleur enlevée aux produits de la combustion pendant la transformation fictive $F_1 B_1$. D'après le tableau ci-dessus (3°) la chaleur enlevée pendant cette transformation est de 5 c. 675, mais une partie x est cédée à la paroi, et l'excédant est emporté par le gaz qui s'échappe, pour se perdre par contact avec l'atmosphère pendant l'échappement. Nous avons, en vertu de la remarque que nous venons de faire :

$$E = 1.25 + 1.72 + x - 0.345$$

d'où :

$$x = 2^{c}577$$

Ainsi la chaleur (3°) comprend 2 c. 577 cédées à la paroi, et 3 c. 098 emportées par les gaz qui s'échappent.

Le bilan définitif de la chaleur dépensée par période est :

Chaleur de la combustion 11 c. 200 ou surf. $b_1B_1C_1D_1E_1A_1a_1$	Transformée en travail ou $B_1C_1D_1E_1F_1$:	$2^{c}90$	ou 0,26	
	Perdue par les parois :	$5^{c}202$	ou 0,465	(1)
	Perdue par l'échappement :	3.098	ou 0,275	

Les résultats trouvés par cette méthode diffèrent un peu de ceux qui sont consignés dans le rapport de M. Kennedy, et notamment de l'extrait que nous en avons fait au n° 108, où nous avons évalué à 0,21 la proportion de chaleur transformée en travail (le chiffre exact est 0,221). Mais ces différences s'expliquent tout naturellement par l'incertitude qui règne sur les chaleurs spécifiques, dont la valeur moyenne a été choisie un peu trop grande (2).

D'ailleurs, on devra attacher ici moins d'importance à la valeur numérique des résultats qu'à la méthode exposée, qui permettrait sans aucun doute d'arriver à une approximation aussi grande que le comporte la nature du problème à résoudre (3).

110. — Des recherches calorimétriques assez nombreuses ont été faites sur les moteurs à gaz, principalement ceux du genre Otto, mais en suivant une autre marche que celle exposée au numéro précédent ; généralement, on a analysé les éléments de la courbe de détente au moyen de l'équation de l'équivalence, et on a pu en déduire, pour un certain accroissement de volume des gaz, la chaleur fournie pour opérer la transformation, puisque le travail extérieur accompli est connu, ainsi

1. L'ensemble des pertes est figuré par la surface ombrée.

2. Ce qui exagère la chaleur reçue par le cycle pendant les transformations CD, DE, et diminue les pertes d'autant.

3. Les essais exécutés sur les moteurs Atkinson et Griffin pourraient fournir des exemples d'application de la méthode entropique, et servir à une comparaison intéressante.

que le changement de température (par l'équation fondamentale des gaz).

MM. Ayrton et Perry ont donné de ce procédé une interprétation graphique élégante que nous avons déjà exposée au n° 24, elle consiste à représenter la chaleur fournie par un diagramme superposé à celui du travail, et dans lequel l'énergie calorifique est portée en kilogrammètres. Les ordonnées de ce diagramme se déduisent de la courbe du travail au moyen de l'équation 18 :

$$E \frac{dQ}{dv} = \frac{1}{\gamma - 1}\left(\gamma \; p + v \frac{dp}{dv}\right)$$

Nous avons indiqué au n° 24 un procédé qui permet de construire ces ordonnées. La figure 62 représente, en ABC, le diagramme du travail, et en FGH le diagramme donnant, en kilogrammètres, la chaleur fournie au mélange pendant la course directe du piston (explosion et détente). Si l'on connaissait le diagramme représentant la chaleur développée par la combustion du gaz, on trouverait, par la différence des ordonnées, la quantité de chaleur cédée à la paroi, ou *vice versa*, pour un déplacement quelconque du piston. MM. Ayrton et Perry ont cherché à déterminer par le calcul la chaleur échangée entre le gaz et la paroi, mais leur procédé est peu rigoureux, car ils n'ont fait intervenir ni la surface de la paroi, ni la diminution de pression du mélange, qui altère la transmission de chaleur ; ces deux facteurs agissent en sens contraire, mais sans que leurs effets se compensent. D'ailleurs les auteurs insistent plutôt sur leur mode de représentation graphique que sur les résultats qu'ils en tirent.

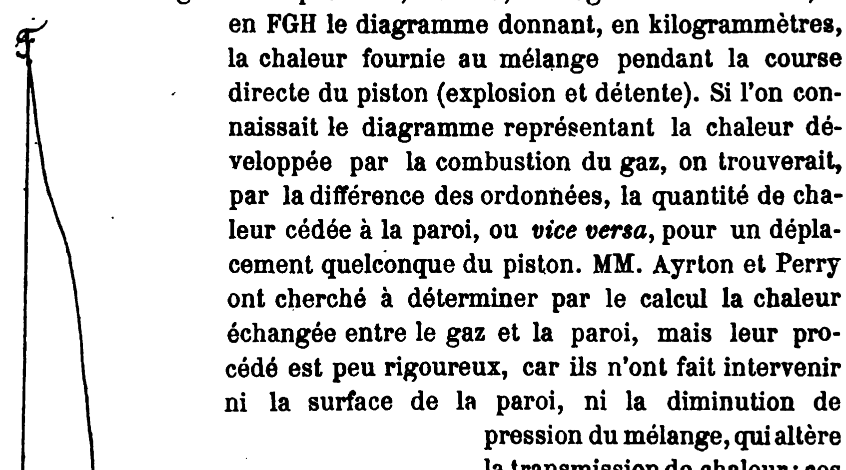


Fig. 62

111. — ***Modifications du moteur à quatre temps.*** — La plupart des moteurs à gaz modernes fonctionnent d'après le cycle de Otto, et ne diffèrent souvent de la machine déjà décrite que par des détails d'importance secondaire ; quelques unes cependant se distinguent par une véritable originalité.

M. Atkinson [1] a cherché à obtenir les quatre phases en un seul tour de manivelle, bien qu'une seule face du piston soit active; il a réalisé cet effet grâce à une liaison cinématique spéciale entre le piston et la manivelle; le système possède une autre propriété importante, c'est de produire des courses inégales d'aspiration et de détente, de compression et d'expulsion; il permet d'évacuer à peu près complètement les produits brûlés (fig. 63 *a*), parce que, à la fin de la période de compression (fig. *c*), l'excursion du piston est limitée, et que les gaz peuvent se loger dans l'espace compris entre le piston et le cylindre; de même, la course de détente (fig. *d*) se prolonge beaucoup plus loin que la course

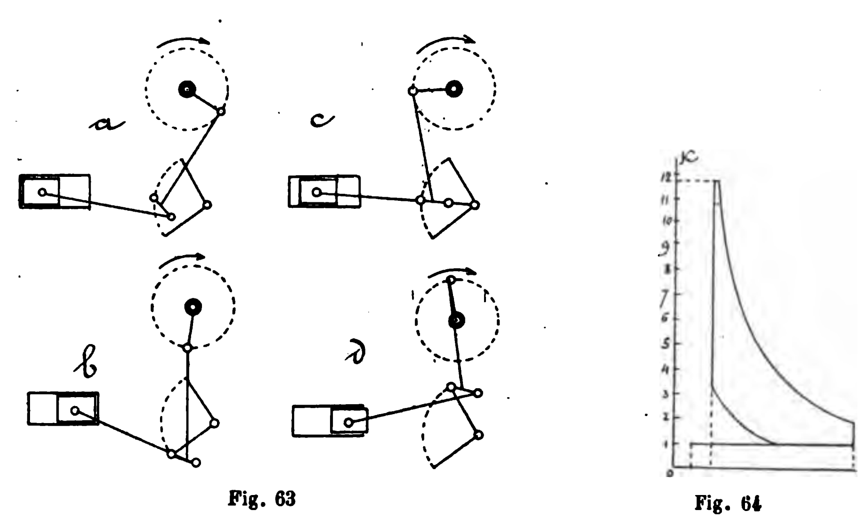


Fig. 63 Fig. 64

d'aspiration *b*, condition qui rapproche le cycle de la machine de celui que nous avons considéré aux numéros 100 et 102; le diagramme du moteur Atkinson est représenté figure 64. L'espace qui reste rempli de gaz brûlé n'est que le neuvième du volume total au commencement de l'expulsion, alors que dans le moteur Otto, il en représente au moins les 0.3.

Dans le moteur Griffin, l'accomplissement du cycle de Otto est suivi de l'aspiration et du refoulement, à pleine course, d'une cylindrée d'air frais qui sert à balayer les gaz brûlés; l'expulsion est donc encore plus complète que dans le moteur précédent, mais le cycle est à six temps; on est donc obligé de rendre les deux faces du piston actives, afin d'ob-

1. *Engineering*, 1887, 1er sem., p. 433. — *Journal of the Society of Arts*, déjà cité, et G. Richard, ouvrage cité.

tenir une impulsion à raison de trois courses. Les phases successives étant désignées par les chiffres 1 à 6 en commençant par l'aspiration du mélange explosif, les opérations qui se produisent simultanément sur les deux faces A et B du piston, sont indiquées l'une en dessous de l'autre dans le tableau suivant :

A	1	2	3	4	5	6
B	4	5	6	1	2	3

Les résultats obtenus par les moteurs Atkinson et Griffin sont à peu près équivalents à ceux de l'Otto, ceux du premier sont même supérieurs. Ce fait tend à démontrer qu'il n'est pas nécessaire de conserver dans le cylindre des produits brûlés, en d'autres termes que le *nachbrennen*, inutile pour amortir [1] le coup de l'explosion, ne présente non plus aucun avantage au point de vue de l'économie.

112. — *Moteurs donnant une impulsion par tour.* — On a cherché aussi à produire des moteurs à quatre temps donnant une impulsion

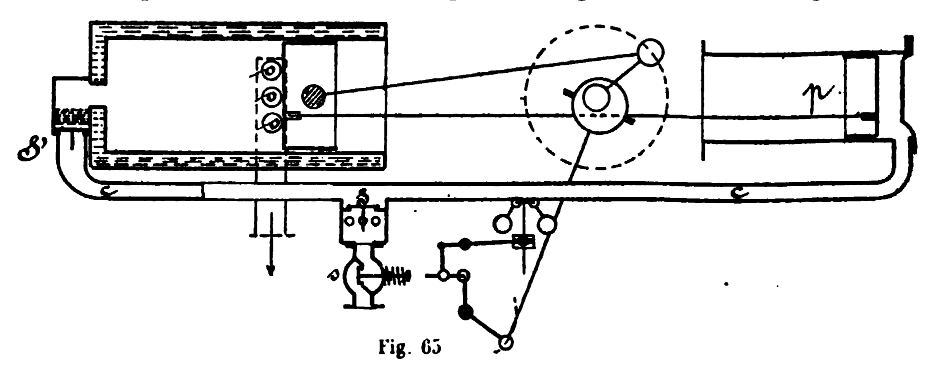


Fig. 65

par course double du piston moteur ; ces machines comprennent une pompe *p* (fig. 65) mue par la tige même du piston, pompe qui aspire le mélange de gaz et d'air à travers les soupapes *s* S, et le refoule dans le

1. Les diagrammes de pression montrent que la pression se développe sur le piston des moteurs à gaz d'une manière plutôt moins brusque que celle de l'admission dans les machines à vapeur. Il est probable que l'opinion contraire, qui est générale et presque instinctive, provient des explosions accidentelles qui se produisent dans certains moteurs où le mélange peut s'emmagasiner, ou des petites explosions inoffensives qui se produisent quelquefois dans les tiroirs allumeurs.

conduit *cc* pendant la course suivante. Le mélange séjourne donc, à faible pression, dans ce conduit volumineux; une soupape S', surmontée d'une boite renfermant des toiles métalliques, empêche la flamme de se communiquer à ce magasin explosif. L'échappement s'opère par une ou plusieurs ouvertures, *o*, placées vers l'extrémité du cylindre, lorsque le piston vient à les dépasser. L'allumage se fait par un tiroir à transport de flamme, ou par un tube d'ignition (113).

La course directe amène donc successivement les opérations suivantes : explosion, détente, échappement anticipé produit par la pression des gaz brûlés, et par l'excès de pression du mélange frais dans le conduit *c*; le mélange frais pénètre donc par l'arrière du cylindre, en chassant devant lui les gaz brûlés.

La course rétrograde complète l'échappement, et comprime le mélange frais qui remplit la partie arrière du cylindre; cette compression ne commence que lorsque le piston a franchi les orifices *o*.

Dans cette combinaison, il faut éviter un double écueil; d'une part, il est nécessaire de régler convenablement le rapport des volumes du cylindre déplaceur et du cylindre moteur pour que le mélange frais produise une expulsion suffisante, mais sans se perdre par la décharge; d'autre part, il faut éviter à tout prix que l'explosion ne se propage dans le conduit *c* et dans la pompe.

On se heurte toujours fatalement à des difficultés du même genre dans la réalisation, en deux courses, du cycle de Beau de Rochas ou d'Otto; elles ne sont pas insurmontables, et elles ont été résolues avec un succès relatif dans quelques moteurs : le *Stockport* premier type, par exemple (¹); mais c'est à raison de ces difficultés qu'on a préféré résoudre la question de régularité des moteurs à demi-effet (genre Otto) soit par l'augmentation du volant, soit en conjuguant deux moteurs à manivelles parallèles comme dans la figure 66; les phases se succèdent simultanément pour les cylindres A et B, dans l'ordre suivant, où le chiffre (3) représente l'explosion :

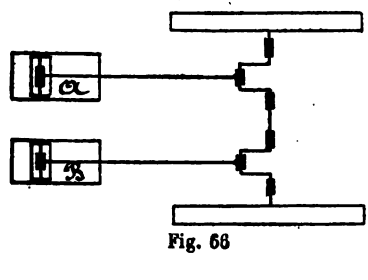


Fig. 66

A	1	2	(3)	4
B	(3)	4	1	2

1. M. Atkinson vient de produire un nouveau moteur appartenant à cette catégorie.

On obtient ainsi une explosion par tour. Ce dispositif est préféré pour les machines actionnant des dynamos, et en général pour les moteurs puissants, atteignant par exemple une vingtaine de chevaux. Pour les moteurs plus importants encore, on conjugue quatre cylindres, (fig. 67), et les phases simultanées sont indiquées par les colonnes verticales dans le tableau ci-dessous; l'ordre de succession des opérations est indiqué, pour chaque cylindre, par les lignes horizontales :

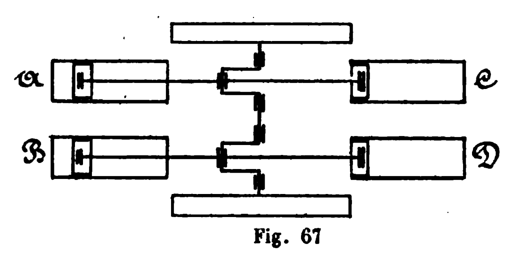


Fig. 67

A	1	2	(3)	4
C	4	1	2	(3)
B	(3)	4	1	2
D	2	(3)	4	1

On obtient ainsi, pour deux révolutions de l'arbre, quatre explosions régulièrement espacées.

Les moteurs atteignent parfois 100 chevaux de puissance.

§ IV

Modes d'allumage et de réglage.

113. — *Modes d'allumage.* — Nous en avons rencontré deux jusqu'ici : l'allumage électrique du moteur Lenoir ([1]), et le tiroir à transport de flamme du moteur Otto; le système par aspiration de flamme du petit moteur de Bisschop est l'une des variétés de l'allumage par flamme.

Après avoir été très répandu, le tiroir allumeur cède aujourd'hui la

1. L'allumage électrique est le plus souvent opéré au moyen d'une pile et d'une bobine d'induction; les deux pôles sont montés dans un tampon en porcelaine qui les amène au point convenable, et peut se démonter facilement. On emploie également les machines magnéto et même dynamo-électriques. L'allumage électrique est employé aussi pour les moteurs à pétrole. Delamare-Debouteville et Malandin, dans leur moteur *Simplex*, ont imaginé un nouveau mode d'allumage électrique. Voir les Traités spéciaux, et une *Étude générale intéressante des Machines à gaz*, par M. Delamare-Debouteville. *Engineering* 1889, 2e sem., pp. 156, 185.

place à un troisième procédé, car cet organe (en bronze ou en fonte), est exposé à se gripper; c'est pour le moteur de grande puissance que les inconvénients du tiroir deviennent surtout sensibles; on parvient à supprimer cette pièce en employant une soupape pour l'introduction du mélange, et l'on a recours à l'allumage par incandescence.

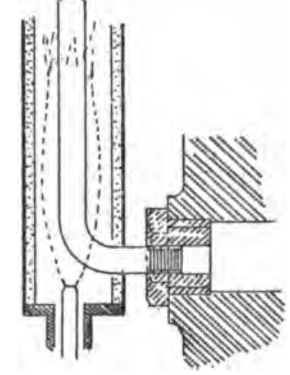


Fig. 68

Dans sa forme la plus simple, l'appareil allumeur comporte un tube fixe, en fer, fermé par forgeage, et vissé dans la culasse du cylindre, avec lequel il est en communication permanente. Ce tube, (fig. 68), est chauffé par une flamme extérieure, que l'on s'attache à rendre réductrice, afin de brûler moins rapidement le tube.

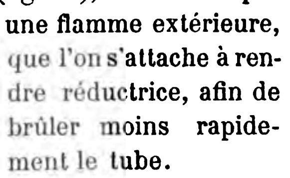


Fig. 69

Le mélange détonant, vers la fin de la compression, pénètre jusque dans la partie incandescente du tube et s'y allume; après l'explosion, les produits brûlés qui remplissent le tube se détendent en même temps qué les gaz du cylindre, avec lesquels ils sont en équilibre de pression, et au moment où une nouvelle compression commence, le tube est rempli de gaz brûlés, à la pression atmosphérique; la partie incandescente du tube ne peut donc être à son extrémité, car la compression ne peut refouler jusqu'en ce point le mélange frais.

L'allumage par tube incandescent, réduit à ce qui vient d'être exposé, est difficile à régler; le tube se brûle et s'encrasse très vite, il se bouche totalement après peu de temps, de sorte qu'il doit être remplacé tous les deux ou trois jours, ce qui est fort gênant. On a perfectionné et rendu pratique l'allumage par tube, en employant un alliage qui dure beaucoup plus longtemps que le fer, et en rendant tout à fait précis l'instant de l'inflam-

mation; à cette fin, une petite soupape *s* (fig. 69) comme dans le moteur Otto-Crosley (1) interrompt d'une manière *permanente* la communication entre le cylindre et le tube, en même temps qu'elle fait communiquer le tube avec l'air extérieur; au moment où l'allumage doit se produire, un levier permet à la soupape de descendre, elle établit alors la communication entre le cylindre et le tube, celui-ci reçoit le mélange comprimé et l'allume. Les chambres F et G agissent par la détente des produits comprimés qu'elles renferment, pour projeter le courant de flamme à l'intérieur du cylindre sous forme de dard, ce qui est une condition essentielle.

Dans l'allumeur Atkinson actuel, un petit tiroir accomplit identiquement la fonction qui, dans le système précédent, est remplie par une soupape.

L'allumage, ainsi que l'admission dans les machines à vapeur, peut s'opérer dans le voisinage du point mort, un peu avant que le piston n'atteigne l'extrémité de sa course dans le mouvement qui produit la compression; M. Davies a trouvé qu'il convient de donner un peu *d'avance* à l'allumage, et que l'avance doit être d'autant plus grande que le moteur tourne plus vite (2).

114. — *Réglage.* — Le réglage dépend assez souvent d'un régulateur à force centrifuge (3) semblable à ceux des machines à vapeur, mais une énergie très faible est suffisante, à cause de la légèreté des mécanismes à mouvoir.

Dans le moteur Otto du type ancien, le régulateur, en s'élevant, déplace une came qui cesse d'agir sur le levier commandant l'ouverture de la soupape du gaz (106); l'introduction est donc totalement supprimée. Le piston aspire de l'air, qui subit d'abord les effets de la compression, puis de la détente; le cycle comprend alors deux courses neutres, suivies de deux courses dont l'une est résistante (la compression), et dont l'autre (la détente), développe un travail moteur qui compense à peu près le travail de la compression.

Dans le moteur Otto de 1890 (4), le régulateur, en supprimant la commande de la soupape d'entrée, ouvre l'échappement à chaque tour, et supprime donc les périodes alternativement motrice et résistante. Dans

1. *Journal of the Society of Arts*, rapport cité plus haut, p. 216. — Richard, ouvrage cité, pp. 391 à 398.
2. Richard, p. 378.
3. 1er fascicule, nos 121 à 139.
4. Richard p. 161.

une autre disposition, le régulateur maintient la soupape d'échappement ouverte d'une manière permanente, les gaz brûlés rentrent dans le cylindre en place de l'air froid, ce qui enlève moins de chaleur en pure perte.

Le réglage se fait, dans le moteur Charon, d'une manière différente ; la même quantité de mélange combustible est toujours aspirée au cylindre à travers une soupape, mais celle-ci ne se referme que pendant la course rétrograde, en un point variable d'après la position du régulateur ; le mélange admis au cylindre commence donc par s'en échapper, sans toutefois se perdre, et la partie restante est seule soumise à la compression. La partie du mélange qui sort du cylindre au commencement de la course est tenue en réserve dans un long tuyau enroulé en serpentin, par lequel se fait l'admission de l'air.

Dans ces dernières années, on a adopté assez fréquemment le régulateur pendulaire dans lequel on utilise l'inertie du mouvement de translation, tandis que dans le régulateur ordinaire, c'est celle du mouvement de rotation des boules qui est mise à profit. Dans ce régulateur de translation, la tringle d'excentrique T (fig. 70) actionne la soupape de prise du gaz par l'intermédiaire d'un bras *b*, articulé à l'extrémité E de la tringle, et dont une branche coudée *b'*, porte un contrepoids.

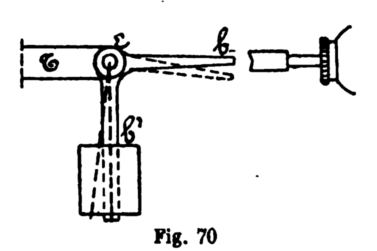


Fig. 70

Le mouvement du point E, qui dépend d'un mouvement circulaire à peu près uniforme, peut, jusqu'à un certain point, être assimilé à celui d'un point appartenant à un pendule ayant la période d'oscillation du point E. Dans ces conditions, on démontre qu'un pendule de très courte période propre, suspendu au point E, prend la période d'oscillation de ce point; l'amplitude de ses déplacements dépend de la période d'oscillation de E [1]. Or, les choses sont disposées de telle manière, que, pour la vitesse

1. La théorie de ce régulateur est au fond assez compliquée, contrairement à ce qu'en ont pensé quelques auteurs, qui ont envisagé le levier coudé, *bb'*, comme un pendule oscillant autour d'un point fixe, ce qui constitue une erreur évidente. On peut aborder l'étude de l'appareil qui nous occupe par les propriétés de la pesanteur apparente. Voir *Pollard* et *Dudebout — Théorie du Navire*, t. II, p. 292. — Nous n'avons pas jugé à propos d'établir cette théorie, car il s'agit d'un accessoire d'un coût insignifiant, qu'on peut toujours régler par tâtonnements.

de régime, où pour toute vitesse inférieure, l'extrémité du levier atteigne la tige de la soupape, tandis que le butoir ne touche pas cette tige lorsque la vitesse de la machine s'accélère.

Le régulateur pendulaire comprend quelquefois une masse M, maintenue par un ressort *r*, et non plus par la pesanteur (fig. 71), l'accélération plus ou moins grande du point E détermine une action plus grande de la masse M sur le ressort *r*, et règle en conséquence l'inclinaison du doigt *b*, qui agit ou non sur la tige de la soupape d'introduction du gaz.

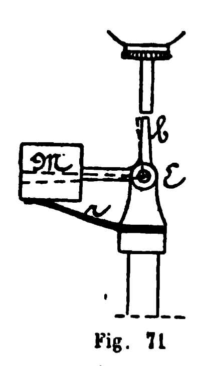


Fig. 71

115. — *Effet du réglage sur la consommation.* — Lorsqu'on évalue la consommation par cheval et par heure, la puissance étant mesurée au frein, le résultat est d'abord affecté, à rendement calorifique égal, par l'importance relativement plus grande des résistances passives, qui dans un cycle à quatre temps, sont loin d'être négligeables. Mais en outre, lorsque le moteur fonctionne à faible puissance, le régulateur supprime un certain nombre de périodes motrices sans supprimer la circulation de l'eau, ni, par conséquent, le refroidissement autour du cylindre; dans beaucoup de cas, l'entrée du gaz est seule supprimée, et l'air froid est admis dans le cylindre, où il enlève de la chaleur aux parois en agissant comme l'eau froide de la circulation [1]. Lorsqu'un moteur fonctionne à puissance réduite, l'effet qui vient d'être signalé abaisse le rendement par cheval indiqué, tandis que le rendement par cheval au frein est affecté, à la fois, par la même cause et par les résistances passives. Une troisième cause contribue à affaiblir le rendement du moteur à faible puissance, c'est la consommation constante du gaz employé à l'allumage, quelle que soit la charge du moteur.

Pour le moteur Otto-Crossley choisi très souvent comme type dans ce chapitre, les essais de la Société des Arts ont donné :

1. M. *Picou* a imaginé, en 1891, un appareil appelé *Thermostat*, qui fonctionne d'après le principe de certains purgeurs automatiques, et manœuvre une soupape réglant la circulation d'après la température.

	CHARGE ENTIÈRE	DEMI-CHARGE	MARCHE A VIDE
Explosions par minute	78.4	41.1	10.2
Révolutions par minute	160.1	158.8	161
Pression initiale moyenne absolue . .	13.4 atm	13 3 atm	10.1 atm
— effective motrice — . .	4.6	4.97	4.5
Puissance indiquée.	17.12	9.73	2.19
— au frein.	14.74	7.41	0
Rendement organique.	0.861	0.762	0
Gaz admis dans le cylindre par heure.	10mc000	5mc750	1mc390
Gaz d'allumage.	0.099	0.091	(0,091) (1)
Ensemble par heure et par cheval indiqué.	0.590	0.600	0 675
Ensemble par heure et par cheval au frein	0.685	0.790	—
Eau par heure	322 k.	217 k.	—
Elévation de température.	71° C.	57° C.	—

La détermination des *dimensions* des cylindres est moins compliquée que celle des mêmes éléments pour les machines à vapeur, où l'on peut faire varier la pression initiale, le degré d'introduction, adopter la condensation ou l'échappement à la pression atmosphérique, partager le travail entre plusieurs cylindres. Dans le moteur à gaz, en effet, la pression moyenne du diagramme résulte du cycle, auquel on ne peut apporter aucune modification lorsque la compression initiale a été fixée par les dimensions relatives de l'espace mort. Les seuls facteurs de la puissance sont le volume engendré par le piston et le nombre de tours par minute de la machine; celui-ci avait été choisi assez grand dès le début, et à peu près uniforme pour tous les moteurs de puissance inférieure à 20 chevaux. Cette grande vitesse de rotation est une nécessité du cycle à quatre temps, si l'on ne veut recourir à des volants de poids exagéré.

La vitesse de piston est liée aux forces d'inertie qui se développent dans les pièces à mouvement alternatif, comme dans les machines à vapeur, mais elle est en outre limitée par la nécessité de refroidir le cylindre; de même que pour l'enveloppe de vapeur (164) le flux de chaleur dirigé ici de l'intérieur vers l'extérieur ne dépend pas de la vitesse de rotation. On éprouve donc quelque difficulté à refroidir les cylindres des gros moteurs à allure rapide.

1. Ce chiffre ne se trouve pas dans le tableau original publié par la Commission des essais; nous lui avons attribué la même valeur que dans l'essai à mi-charge.

§ V

Moteurs alimentés aux gaz pauvres et moteurs à pétrole.

116. — Les moteurs à gaz peuvent fonctionner au moyen des gaz combustibles fabriqués par divers procédés ; le système Dowson est actuellement le plus connu pour cette application spéciale (1).

La figure 72 représente, en *schéma*, les opérations que comporte la fabrication du gaz Dowson ; C est une cornue fermée, dans laquelle le coke ou l'anthracite sont introduits par la trémie T, au moyen d'une manœuvre convenable des portes *p*, *p'* ; on injecte, dans le cendrier

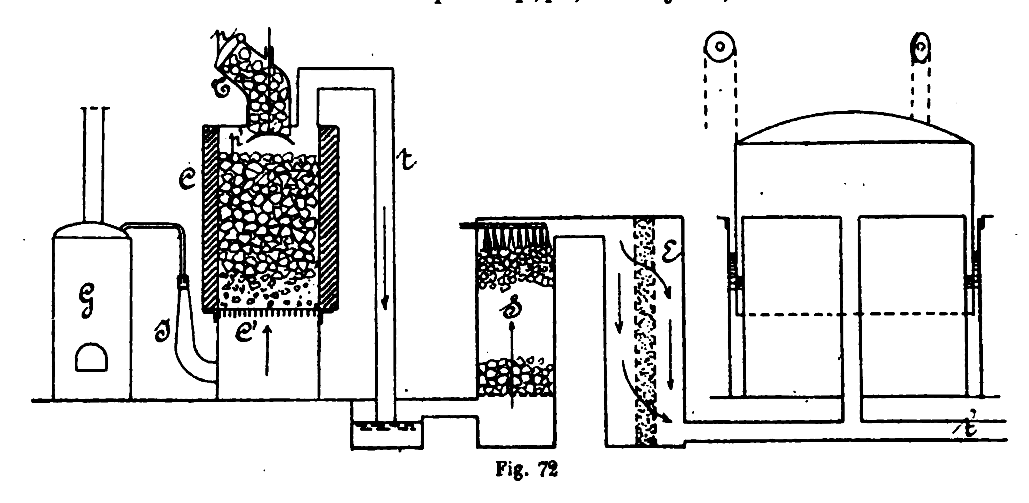


Fig. 72

clos C', un mélange d'air et de vapeur d'eau ; celle-ci est formée à la pression de 3 atmosphères, et surchauffée par un petit générateur G ; elle est introduite dans le cendrier en passant par l'injecteur I, ou elle se mélange avec l'air qu'elle entraîne ; *t* est une conduite amenant le gaz plus ou moins refroidi dans un *scrubber* S, à colonne de coke, servant à recueillir le goudron. Le gaz passe ensuite à travers une couche fil-

1. Voir les Cours de Physique industrielle (gaz Strong, Lowe, Siemens, Loomis, Lencauchez). — Richard. ouvrage cité pp. 551 à 601.
Le gaz *Loomis*, par *Oakman*, *Engineering*, 1890, 2e sem., p. 223.
Cheap Gas for motive power, par J. E. Dowson. Minutes of Proceedings of C. E., vol. LXXIII, p. 311 ; même recueil, LXXXIX, p. 302.
Gas Engine Economy.— *Engineering*, 1892. 2e sem., p. 203

trante de sciure de bois, que renferme l'épurateur E, et, de là, dans la cloche du gazomètre; le tuyau de départ est en *t'*.

La vapeur d'eau surchauffée se dissocie à travers le combustible incandescent, et la combustion étant incomplète à cause du manque d'air et de la forte épaisseur du combustible, il y a formation d'oxyde de carbone. Lorsqu'on emploie l'anthracite, le gaz a la composition suivante en volume :

	D'APRÈS FOSTER (1)	D'APRÈS SCHILLING
Hydrogène	18.73	17
Oxyde de carbone	25.07	23
Gaz des marais	0.31	2
Gaz oléfiant	0.31	
Azote	48.98	52
Acide carbonique	6.57	6
Oxygène	0.03	
	100	100

La puissance calorifique de ce gaz est 1.300 à 1.500 calories, soit environ le quart de celle du gaz d'éclairage.

Pour faire fonctionner les moteurs au gaz Dowson, on augmente beaucoup la compression initiale, jusqu'à 6 à 7 atmosphères (107); de plus, dans les gros moteurs, dont le cylindre se refroidit difficilement (2), on injecte, pendant l'échappement, de l'eau pulvérisée qui soustrait de la chaleur aux parois. La pression au moment de l'explosion s'élève à 20 atmosphères.

La consommation de gaz Dowson est environ 4 fois plus considérable que celle du gaz ordinaire, soit, dans les bons moteurs, 3 mètres cubes environ par heure et par cheval mesuré au frein. Dans un essai fait par M. Witz sur un moteur de 100 chevaux, la consommation n'a été que de 2.370 litres, et correspond à une dépense de 612 grammes de combustible (3).

A égale puissance, le cylindre doit être plus grand pour l'em-

1. Cité par M. Witz.
2. La surface du cylindre augmente moins rapidement que son volume.
3. Witz, ouvrage cité, p. 220.

ploi des gaz pauvres que pour le gaz ordinaire, et le rendement organique est par conséquent abaissé.

Le gaz Dowson est toxique, à cause de la forte proportion d'oxyde de carbone qu'il renferme; comme il est en même temps inodore, les fuites ne se révèlent pas immédiatement; toutefois, l'inconvénient n'est peut être que théorique.

117. — *Moteurs à pétrole.* — Le mélange d'hydrocarbures divers connu sous le nom de pétrole possède un pouvoir calorifique que l'on peut évaluer à 11.000 calories environ par kilogramme, d'après les expériences de M. Sainte-Claire-Deville; en faisant passer de l'air dans les produits les plus volatils, ou essences, qu'on obtient en premier lieu par la distillation du pétrole, on arrive à le carburer et il remplace le gaz d'éclairage dans les moteurs.

Mais le problème que l'on s'est attaché à résoudre, le seul du reste qui présente un véritable intérêt pratique, est d'obtenir la force motrice au moyen des huiles lampantes du commerce qui ne s'enflamment pas au-dessous de 35° centigrades, tandis que les huiles légères (naphte, gazoline) s'enflamment en dessous de 22° centigrades, et sont pour cette raison d'une manipulation dangereuse (1). Les différents produits de distillation du pétrole sont caractérisés par leur densité par rapport à l'eau (ou leurs poids spécifiques); les huiles légères telles que le naphte, la gazoline, la benzoline, ont une densité de 0,65 à 0,70; les pétroles ordinaires servant à l'éclairage ont une densité de 0,80 à 0,85.

Après beaucoup de tâtonnements, dans lesquels on a employé surtout des huiles légères, Brayton, en 1873, a réalisé une machine à pétrole ordinaire; toutefois, le genre particulier de moteurs qui nous occupent commence à peine à sortir de sa période de développement.

En principe, pour remplacer le gaz d'éclairage par une huile légère, on fait passer une partie de l'air aspiré par la machine à travers l'huile contenue dans un récipient en tôle, où elle est légèrement chauffée par un serpentin dans lequel passe l'eau de circulation au moment où elle

1. On peut employer le pétrole en le transformant d'abord en gaz dans une cornue, mais le moteur à gaz ne diffère pas alors du système ordinaire; on peut du reste, dans ce cas, employer des huiles lourdes, analogues à celles que l'on brûle dans certaines parties de la Russie pour le chauffage des machines locomotives ou des bateaux à vapeur. Quant aux huiles légères, elles peuvent aussi être employées en vapeur formée sous pression, comme la vapeur des machines ordinaires. Voir chap. V, § IV.



abandonne le cylindre; on forme ainsi un air carburé riche qui remplace le gaz dans la composition de la charge.

Lorsque l'on remplace le naphte par du pétrole ordinaire, les choses se passent de la même manière, mais les produits les plus légers se séparent d'abord, et au bout de quelque temps de marche, il reste dans le réservoir une huile plus lourde, qui ne peut plus produire la carburation.

C'est contre cette difficulté que l'on a eu constamment à lutter; on l'a vaincue par des moyens différents, basés sur la dispersion du pétrole en petites gouttelettes par un moyen mécanique (brosse métallique tournante, brosse en hélice, etc.). Le procédé qui a le mieux réussi est la *pulvérisation* de l'huile, envoyée généralement par une petite pompe; un jet très divisé pénètre dans la chambre de combustion, où il se transforme en gaz à cause de la température des parois; il s'est mélangé, dans son trajet vers le cylindre, avec la quantité d'air nécessaire à la composition du mélange explosif; le cycle est celui du moteur Otto.

On a souvent employé l'allumage électrique, car le tiroir à transport de flamme n'est pas réalisable; cependant, on emploie aussi le tube allumeur.

L'allumage électrique fonctionne avec plus de sûreté pour le pétrole que pour le gaz, parce que le dépôt qui peut se former entre les deux électrodes est isolant et ne ferme pas le courant.

Le moteur *Priestman*, soumis à l'expérimentation par M. Unwin, présente les dispositious caractéristiques qui viennent d'être sommairement décrites (1). Le pulvérisateur (fig. 73) consiste en un ajutage central qui fait déboucher le petit jet de pétrole au centre d'un jet d'air rentrant, de forme annulaire. Le pétrole et l'air proviennent d'un réservoir fermé dans lequel on met simplement la provision d'huile pour un certain nombre d'heures de fonctionnement; une pompe mue par un excentrique (qui sert en même temps à la distribution) main-

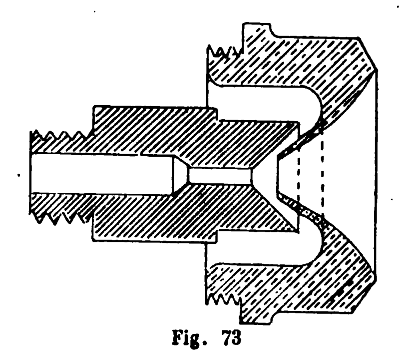


Fig. 73

1. *Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. CIX et CX, 1892.

Le rapport de M. Unwin contient des données très précises sur la marche du moteur Priestman, essayé avec une huile russe de 0,82 de densité, s'enflammant à 30°, et une huile américaine de 0,79 de densité, s'enflammant à 25°,

tient la pression d'air dans le réservoir. Pour la mise en train, on emploie une pompe à main ; la pression est maintenue constante par une soupape de sûreté qui s'ouvre à 2/3 d'atmosphère environ. Le jet pulvérisé débouche au centre d'un réservoir ou chambre de mélange, placé sous le cylindre, qui s'ouvre de l'extérieur vers l'intérieur ; il rencontre l'air aspiré par la machine à travers une soupape ; cet air est réparti tout autour du jet divisé. La chambre de mélange est à double paroi, et l'intervalle est parcouru par les gaz chauds de l'échappement ; il est probable que le pétrole se vaporise dans le mélangeur et est admis au cylindre sous forme de gaz, bien que son état de division soit suffisant pour produire l'explosion dans le cylindre, même si la vaporisation n'était pas complète. L'admission et l'échappement du cylindre proprement dit sont produits par des soupapes comme dans le plus simple des moteurs à gaz.

Pour le départ, on chauffe la chambre de mélange au moyen d'un brûleur. L'étincelle d'allumage est produite par un contact établi par un excentrique, qui fait jaillir entre les deux électrodes l'étincelle d'une pile au bi-chromate de potasse. La dépense pour 20 à 30 heures de marche serait de 250 grammes de bi-chromate, 180 grammes d'acide sulfurique, 2 1/2 litres d'eau et environ 1 kilogramme de zinc. L'excentrique unique sert à mouvoir la pompe de compression et la soupape de décharge ; le régulateur agit par étranglement du jet de pétrole. Avec les huiles employées par M. Unwin, la pression d'explosion était de 10 atmosphères absolues, pour une compression initiale un peu supérieure à 2 atmosphères absolues, et, par conséquent, très modérée, provenant de ce que l'espace nuisible est considérable (environ 53 % du volume décrit par le piston, à peu près comme dans le moteur Otto allemand). La composition de la charge à pleine puissance est de 30 d'air pour 1 d'huile, en poids.

L'emploi de la chaleur est détaillé, pour l'un des essais, de la manière suivante :

Chaleur fournie par la combustion : 1 c.	Transformée en travail utile.	0.1831	0.1612
	— résistances passives	0.0281	
	Emportée par l'eau de circulation		0.4754
	— par les gaz d'échappement		0.2672
	Rayonnement et pertes		0.0962
			1.0000

par conséquent plus légère. Les pouvoirs calorifiques déduits de l'analyse étaient 11,000 c. et 11,800 c. respectivement, l'eau étant à l'état de vapeur.

W. *Robinson.* — Uses of Petroleum in Prime Movers. — *Engineering*, 1891, 2e sem., pp. 400, 430 ; 1892, 1er sem., pp. 327 ; 359, 385.

Moteur Altmann, même recueil, 1890, 2e sem., p. 454.

Moteurs *Wells*, *Hornsby*, même recueil, 1892, 1er sem., p. 782

Ce tableau accuse un résultat assez notablement inférieur à celui qui est donné pour la machine à gaz au numéro 109, mais lorsque l'on tient compte du prix du combustible, il est néanmoins excellent, car il correspond à un peu moins de 400 grammes par heure et par cheval indiqué (430 grammes par cheval au frein) pour l'huile la plus lourde qui a été essayée [1].

Le moteur Otto fonctionne aussi, moyennant certaines modifications, au pétrole ordinaire, de même que plusieurs autres machines à gaz.

1. Lorsque l'on compare les différentes machines thermiques existantes, si l'on se place au point de vue de la dépense de chaleur par unité de puissance (ou travail effectif par seconde sur l'arbre) pendant un temps déterminé, c'est-à-dire par cheval-heure mesuré au frein, on peut établir le tableau suivant, en ne considérant que les meilleurs résultats obtenus :

MOTEURS	DÉPENSE en calories	COUT de la chaleur développée	OBSERVATIONS
1. Moteurs à vapeur les plus perfectionnés, pour de grandes puissances	6.600	0fr01 à 0fr02	Charbon de 10 à 20 fr. la tonne.
2. Moteur à air chaud . .	8.000	0.018 à 0.024	Coke de 18 à 24 fr.
3. Moteur à gaz d'éclairage.	3.300	0.059 à 0.12	Gaz de 0,10 à 0,20 le mètre cube.
4. Moteur à gaz avec gazogène Dowson	4.900	0.009 à 0.015	Anthracite de 15 à 25 fr. la tonne.
5. Moteur à pétrole . . .	4.750	0.054 à 0.081	Pétrole de 0,10 à 0,15 le litre.

Pour la machine à vapeur, la dépense est comptée sur la grille du générateur.

En réalité, les frais afférents à chaque machine comprennent d'autres dépenses que celle du combustible, qui doivent évidemment entrer en ligne de compte; les chiffres ci-dessus s'appliquent à une marche continue; lorsque la marche est intermittente, la dépense du combustible est augmentée à cause de la mise en train, pour les moteurs 1 et 4; elle reste stationnaire pour les autres.

CHAPITRE V

Machines à vapeur.

---

§ I

Cycles des machines à vapeur d'eau.

118. — *Fonctionnement de la machine à vapeur.* — La machine à vapeur comporte un générateur G, dans lequel la vaporisation s'effectue sous l'influence du foyer F (fig. 74); la vapeur est distribuée sur chaque face du piston par les obturateurs A, E; nous pouvons supposer,

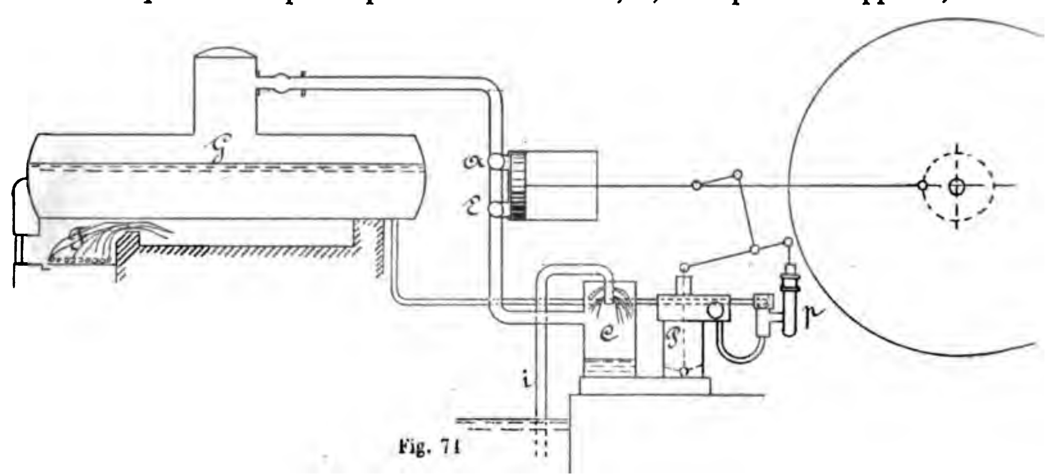


Fig. 74

sans altérer en rien le raisonnement, que la face de gauche seule du piston est active, et que le poids de fluide admis au cylindre pendant l'ouverture de l'obturateur A est de 1 kilogramme (¹). La vapeur se détend dans le cylindre, lorsque l'introduction est fermée, jusqu'à l'extré-

1. Voir la remarque faite au n° 82.
Une partie seulement de la chaleur développée dans le foyer est utilement transmise à la chaudière; le reste se perd par le rayonnement et par les gaz chauds de la cheminée, mais le rendement de la chaudière forme une étude distincte qui fera l'objet du § VII de ce chapitre.

mité de la course du piston ; puis l'obturateur d'échappement E, s'ouvre, la vapeur s'échappe au condenseur C, maintenu à une température aussi basse que possible. La pompe à air P, extrait les fluides amenés au condenseur (eau, air, vapeur) de manière à maintenir dans ce récipient un certain état de régime. L'eau froide d'injection, qui pénètre au condenseur par le tuyau *i*, sort de la pompe à air à une température plus élevée ; une partie de cette eau est prise au trop plein et refoulée à la chaudière par la pompe alimentaire *p*. Lorsque l'état de régime est établi, le poids de vapeur absorbé par la machine est égal au poids d'eau qui retourne à la chaudière refoulé par l'appareil d'alimentation.

D'ailleurs, la condensation s'effectue quelquefois, pour les appareils marins, par exemple, par contact avec un faisceau tubulaire refroidi par un courant d'eau, et dans ce cas, non seulement la quantité d'eau refoulée à la chaudière est égale en poids à celle qui provient de la condensation, mais cette eau est celle même qui résulte de la vapeur condensée.

La puissance nécessaire pour manœuvrer les pompes P et *p* est empruntée à celle que recueille le piston principal, ou à une machine auxiliaire, mais ces deux cas n'en forment qu'un seul au point de vue thermique.

On peut évidemment analyser le fonctionnement de la machine et apprécier son rendement calorifique en comparant, d'une part, la quantité de chaleur communiquée au kilogramme liquide qui retourne à la chaudière à la température t_2 pour y être transformé en vapeur saturée à la température t_1, d'autre part, le travail développé sur le piston, diminué du travail utile des pompes P et *p*.

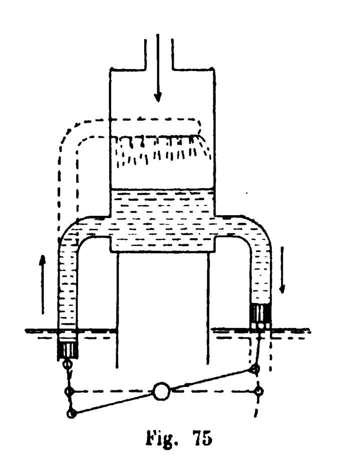
Le travail des pompes compliquerait inutilement et d'une manière irrationnelle l'appréciation de la machine envisagée comme machine thermique, mais on peut ramener la question à des termes plus simples et distinguer deux cas :

A. — Lorsque la condensation s'opère par surface, de l'eau froide en quantité assez grande circule, sous l'action d'une pompe spéciale, dans le faisceau tubulaire du condenseur ; théoriquement, cette pompe ne sert qu'à vaincre les résistances au mouvement de l'eau, et sa commande n'intéresse que les résistances passives ; il peut même arriver que l'eau de circulation effectue, depuis la surface libre de la nappe où elle est puisée jusqu'à la surface libre où elle est rejetée, un certain parcours vertical descendant ou ascendant ; ces circonstances seront

favorables ou défavorables au travail définitivement recueilli, mais elles n'intéressent pas le problème thermique.

Dans les machines à condensation par surface, nous ne devrons nous occuper que de l'extraction des produits de la condensation, c'est-à-dire, en toute rigueur, de la vapeur condensée et amenée à l'état liquide. La pompe alimentaire suffirait pour accomplir cette fonction, et si l'on emploie une pompe à air, même dans les machines à condensation par surface, c'est pour combattre la tension due aux rentrées d'air accidentelles; cette pompe extrait en même temps l'eau de condensation, qu'elle porte de la pression p_2 du condenseur à la pression atmosphérique p_a; la pompe alimentaire élève cette pression jusqu'à celle de la chaudière p_1. En résumé, il n'y a lieu de s'occuper ici que d'une seule pompe : la pompe alimentaire, qui élèverait l'eau de la pression p_2 à la pression p_1.

B.— Lorsque la condensation a lieu par mélange, c'est-à-dire dans un condenseur à injection, il est facile de voir que le travail relatif à l'introduction et à l'extraction de l'eau est théoriquement nul, si la hauteur de chute dans le condenseur est elle-même nulle, et si l'entrée et la sortie ont lieu au même niveau, comme dans la figure 75; car le travail de la pression atmosphérique sur l'eau qui entre dans le condenseur et sur celle qui en sort est nul au total; le mouvement pourrait être obtenu sans aucune dépense de travail extérieur, par deux pistons de même section, reliés à un balancier à bras égaux, dont la manœuvre n'absorberait aucun travail. La pompe alimentaire devra encore extraire du condenseur l'eau refoulée à la chaudière, comme dans le cas du condenseur à surface.


Fig. 75

Il est vrai que, dans le condenseur à injection, ces dispositions ne sont pas employées, l'eau chaude est rejetée à un niveau plus élevé que celui de la nappe froide, mais c'est pour des raisons de convenance étrangères au problème.

Afin de rendre la condensation plus rapide, on multiplie la surface de contact de la vapeur avec l'eau, en faisant arriver celle-ci sous forme de gerbe divisée, comme l'indique le tuyautage pointillé de la figure.

Le travail d'introduction de l'eau n'est pas alors entièrement régénéré; une certaine chute est perdue dans le condenseur, et la force vive correspondante, tout à fait négligeable d'ailleurs, est transformée en chaleur. Ce phénomène n'a aucune importance.

La chaleur abandonnée par la vapeur du cylindre se manifeste par l'accroissement de température de l'eau du condenseur; une partie très faible est perdue en rayonnement. Quelle que soit la complication des phénomènes thermiques qui s'accomplissent, le principe de l'équivalence leur est toujours applicable; en appelant Q_1 la quantité de chaleur reçue effectivement par la chaudière, Q_2 la quantité de chaleur abandonnée au condenseur, L le travail accompli, on a toujours :

$$Q_1 - Q_2 = AL.$$

Le rendement calorifique est :

$$\rho = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{AL}{Q_2 + AL} = \frac{1}{1 + \frac{Q_2}{AL}}$$

La quantité Q_2 se prête à une mesure expérimentale, sinon rapide, au moins possible et même facile, car Q_1 est égal, au rayonnement près, à la quantité de chaleur acquise par l'eau d'injection, dont on peut évaluer le volume en même temps que l'accroissement de température. Le travail L résulte du relevé des courbes d'indicateur, après déduction du travail utile de la pompe alimentaire.

Le rapport $\frac{Q_2}{AL}$ peut servir à apprécier le rendement, tout aussi bien que ρ, et ce rapport est connu sous le nom de *coefficient de Donkin.*

119. — Il est utile de rattacher le cycle de la machine à vapeur aux cycles connus, par une marche analogue à celle que nous avons suivie pour les moteurs à air chaud et les moteurs à gaz. Imaginons, à cet effet, le procédé idéal suivant :

Soit un moteur comportant un espace nuisible de volume u (volume spécifique de l'eau, supposé constant quelle que soit la température), soit T_1 la température initiale de l'eau remplissant l'espace nuisible, et p_1 la pression de la vapeur saturée correspondante ; communiquons la chaleur à travers le cylindre lui-même, suivant le mode du cycle de

Carnot, c'est-à-dire à la température constante t_1; supposons que la résistance appliquée au piston varie pendant le cycle de manière à ce que les opérations soient réversibles ; nous réaliserons le cycle de Carnot ABCD (fig. 76), formé de deux isothermiques AB et CD et de deux lignes adiabatiques BC, DA.

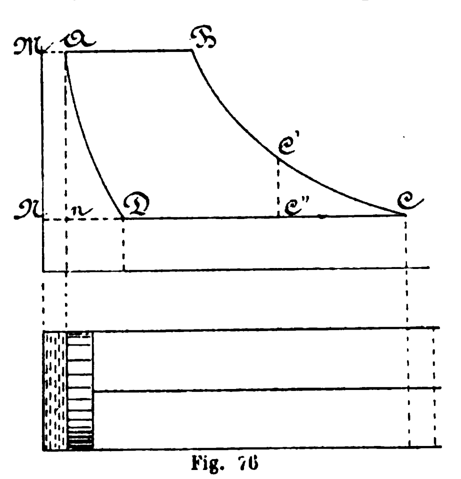


Fig. 76

Soit, pour le point B, x_1 le titre du mélange, il se modifie de B en C où il devient x_2, puis de C en D, où il a pour valeur x'_2. Le rendement calorifique est celui du cycle parfait, quelle que soit la valeur du titre x_1 au commencement de la détente ; les moyens d'augmenter ce rendement sont ceux qui sont applicables à tous les cycles, ils consistent à élever T_1 et à abaisser T_2.

Dans la machine réelle, la vapeur, au lieu d'être formée dans le cylindre sous pression constante est produite dans la chaudière et dans les mêmes conditions (1) ; la phase AB de la machine idéale est donc

1. Il est nécessaire de justifier la substitution des deux phénomènes l'un à l'autre. Isolons, par la pensée, dans la machine réelle, le kilogramme de fluide qui va être admis au cylindre ; supposons qu'il se trouve dans le tuyau de prise de vapeur, d'où il passe dans le cylindre au moment où s'ouvre l'obturateur d'admission. Pendant l'introduction au cylindre, l'état du fluide ne se modifie pas, car il reçoit, de la vapeur qui se trouve derrière lui dans la conduite, un travail égal à celui qu'il effectue sur le piston moteur. En même temps que s'accomplit cette opération, la vapeur de la chaudière comble le vide produit dans le tuyau ; la chaleur à fournir à l'eau, depuis la température d'introduction dans la chaudière, se compose :

1°) de la chaleur interne :

$$q_1 - q_2 + x_1 [r_1 - Ap_1 (u_1' - u)]$$

2°) de la chaleur correspondante au travail produit sur le fluide qui a été poussé dans le cylindre :

$$Ap_1 [u + (u_1' - u) x_1]$$

3°) il faut soustraire, des quantités précédentes, la chaleur correspondante au travail exercé sur la masse contenue dans la chaudière par le piston de la pompe alimentaire :

$$Ap_1 u$$

Il vient donc, pour le total de la chaleur fournie par la chaudière à chaque coup de piston :

$$q_1 - q_2 + x_1 r_1$$

Cette quantité représente aussi la chaleur fournie à l'eau à l'intérieur du cylindre dans le procédé idéal.

remplacée par la ligne de pression MB de la machine réelle. Au commencement de la détente, le cylindre de la machine réelle renferme le volume MB de mélange, et, bien que la détente ne puisse être adiabatique, nous commencerons par faire cette supposition; nous admettons aussi qu'elle est complète, c'est-à-dire que le cylindre est prolongé suffisamment pour que la température du mélange s'abaisse jusqu'à la température T_2. La phase BC est évidemment la même dans les deux cycles.

Pendant la période CD, la vapeur du cylindre est mise en communication avec le condenseur, et nous pouvons, à la rigueur, imaginer que la condensation est progressive, et se produit sous la pression constante exercée par le piston (égale à celle de la vapeur elle-même, à la température T_2) comme dans le procédé idéal; toutefois, dans la machine réelle, le kilogramme de vapeur est complètement condensé; et l'espace parcouru par le piston est CN. Pour ramener le fluide à son état primitif, c'est-à-dire sous forme liquide, à la température de la chaudière, il faut d'abord l'aspirer du condenseur dans la pompe alimentaire (1), puis le refouler, ce qui donne, pour la pompe, le diagramme des pressions N*n*AM. Le diagramme résultant de la combinaison des travaux sur le piston moteur et le piston alimentaire est la figure fermée ABC*n*A.

Pour que la machine réelle fonctionne entre les points C et A comme la machine idéale, il faudrait, ainsi que M. Zeuner l'a indiqué, injecter dans le cylindre, lorsqu'il renferme encore le poids x'_2 de vapeur, le poids d'eau nécessaire pour compléter le kilogramme de fluide; le mélange serait comprimé suivant la ligne DA par le piston moteur; au point A, le cylindre serait mis en communication avec la chaudière, et le mélange, complètement liquide et à la température T_1, pénétrerait dans le générateur.

Cette opération ne devrait pas se faire nécessairement dans le cylindre, la ligne d'échappement se poursuivrait jusqu'en N; mais, à partir d'un point convenablement choisi, l'échappement, au lieu d'être dirigé vers le condenseur, serait envoyé dans une pompe spéciale, qui aurait au préalable aspiré le poids d'eau nécessaire; dans ce cas, cette pompe auxiliaire aurait le diagramme de pressions NDAM; en le réunissant au diagramme du cylindre MBCN, on trouverait le diagramme ABCDA de la machine idéale.

1. La pompe alimentaire n'aspire pas au condenseur; c'est la pompe à air qui élève l'eau jusqu'à la pression atmosphérique, et la pompe alimentaire effectue le supplément du travail de refoulement.



120. — Le mode de fonctionnement que nous venons d'indiquer n'a jamais été réalisé (1); souvent, il est vrai, les courbes d'indicateur des machines à vapeur présentent à peu près la forme ABCD, parce que l'échappement, au lieu de se prolonger jusqu'à la fin de la course, est fermé plus tôt; la vapeur *qui reste* dans le cylindre est comprimée, et une ligne analogue à DA représente sa loi de compression; ce qui caractérise la ligne de compression DA, du cycle de Carnot, c'est qu'elle est relative au *poids total* du fluide et non à une fraction presqu'insignifiante de ce poids.

121. — Les opérations du cycle de la machine idéale, (ABCDA) et du cycle fictif des machines réelles, ABC*n*A, se traduisent très facilement sur le diagramme de l'entropie et de la température (48). Le cycle idéal est le rectangle $A_1B_1C_1D_1$ (fig. 77), son rendement est constant quel que soit le titre à l'origine de la détente adiabatique, il est le même que celui de tout cycle de Carnot entre les mêmes températures.

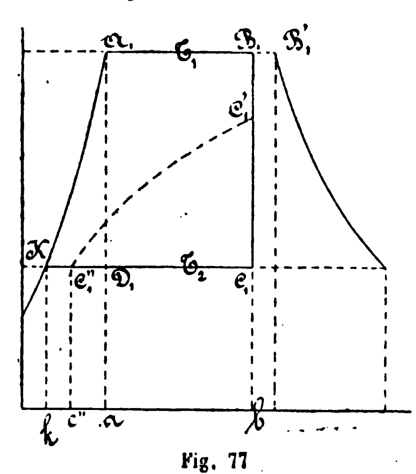


Fig. 77

Le rendement de la machine réelle, à détente complète, serait le rapport de la quantité de chaleur transformée en travail, $KA_1 B_1 C_1 K$ à la dépense totale de chaleur kKA_1B_1b (2); ce rapport est évidemment plus petit que celui du cycle de Carnot; en supprimant la compression

1. Il a cependant fait l'objet de quelques tentatives, notamment dans une machine exposée à Anvers, en 1885, mais qui pensons-nous, n'a pas fonctionné nous reviendrons sur cette question aux nos 127 et 128.

L'intérêt qu'il y a à donner aux machines réelles la quatrième opération du cycle de Carnot est douteux. M. Willans faisait observer avec raison (*Engineering*), 1890, 1er sem, p. 321) que la chaleur des gaz; qui serait sans cela emportée inutilement à la cheminée, réchauffe l'eau plus économiquement que ne le ferait la période de compression, qui absorberait un certain travail. M. *Cotterill* a exprimé la même idée en disant qu'une machine à cycle de Carnot aurait une chaudière moins parfaite, puisqu'elle ne pourrait être pourvue d'un réchauffeur. Ce raisonnement comporte cependant des exceptions, car le réchauffage par les gaz perdus n'est pas d'un emploi général. Sauf dans les chaudières à réchauffeurs, l'eau d'alimentation est mélangée dans la masse générale, et on ne profite pas de la chaleur des gaz qui s'échappent en quittant le corps principal de la chaudière.

2. L'axe, à partir duquel sont comptées les températures, est considérablement relevé dans la figure.

$D_1 A_1$ pour la remplacer par les transformations $D_1 K$, $K A_1$, on augmente le travail de toute la quantité équivalente à la chaleur $K A_1 D_1$, mais on augmente en même temps la perte au réfrigérant de toute la chaleur représentée par le rectangle K*a*. On tire facilement du diagramme les conclusions suivantes :

1° Le procédé de la machine réelle, dans laquelle on échauffe l'eau par une dépense de chaleur $k K A_1 a$, est inférieur à celui de la machine idéale ;

2° Pour la machine réelle, le titre de la vapeur admise a une influence sur le rendement ; celui-ci est minimum lorsque le titre est nul, et augmente d'une manière continue lorsque la vapeur devient plus sèche, car plus le titre est élevé, et plus la portion rectangulaire du diagramme entropique est grande, relativement à la portion triangulaire. Le rendement est maximum lorsque le titre $x_1 = 1$, le point B_1 vient alors en B'_1 ;

3° Le rendement de la machine idéale augmente, pour une même température finale T_2, avec la température initiale T_1 ; ce rendement serait maximum au point limite (53), qui correspond à une pression inabordable en pratique ;

4° Le rendement de la machine réelle augmente plus lentement que celui du cycle de Carnot, lorsque la température T_1 s'élève; pour une même température inférieure ($T_2 = 273 + 50$), et une température initiale égale à 180° et 200° C, respectivement, on trouve :

	T_1		AUGMENTATION par unité de chaleur dépensée
	273 + 180	173 + 200	
Rendement du cycle réel.	0 316	0.337	0.021
— du cycle idéal	0.286	0.317	0.031

5° Dans la machine réelle, la quantité de chaleur à dépenser pour ramener l'eau d'alimentation de la température T_2 à la température initiale T_1 n'est pas rigoureusement égale à celle nécessaire pour produire la transformation KA_1 du diagramme entropique; celle-ci suppose, en effet, que la chaleur est communiquée au liquide sous la pression croissante qui correspond à sa température, tandis que, dans la chaudière,

la chaleur est communiquée au liquide sous pression constante ; mais comme nous faisons abstraction de la dilatation du liquide, les deux procédés sont identiques au point de vue de la chaleur dépensée,

122. — *Effet de la détente incomplète.* — Lorsque la détente ne se prolonge pas jusqu'à la pression du condenseur, mais s'arrête, par exemple, au point C' (fig. 76), le cylindre étant mis brusquement en communication avec le condenseur, la vapeur s'échappe rapidement du cylindre en prenant une force vive sensible; la courbe des pressions subit une chute brusque C' C"; il en est ainsi, tout au moins, lorsque les passages sont assez largement calculés. Ce phénomène n'est pas réversible, mais à l'exemple de ce qui a été fait pour les machines à gaz (101); il peut être remplacé par une opération réversible, pourvu que, par cette substitution, on n'altère, ni le travail recueilli, ni la chaleur perdue au réfrigérant.

On peut toujours appliquer le principe de l'équivalence aux opérations irréversibles; prenons, par exemple, le mélange contenu dans le cylindre au point C' de la courbe de détente, c'est-à-dire lorsque la température est T' et le titre x'. Le condenseur renferme, à ce moment, de l'eau et de la vapeur saturée à la température T_2; bien que la vapeur se précipite, pendant la chute C'C", du cylindre vers le condenseur, le contenu de ce récipient ne change pas, car le volume d'eau échauffé que l'on en extrait est égal au volume d'eau froide que l'on y injecte et qui est supposé prendre instantanément la température T_2 [1]; le volume de la vapeur condensée qui s'ajoute au liquide est insignifiant, et l'on peut même supposer qu'il est extrait, au fur et à mesure, par la pompe alimentaire.

Ainsi, lorsque l'équilibre est établi, le contenu du condenseur n'a pas changé, mais l'eau introduite et extraite pendant l'opération a enlevé une certaine quantité de chaleur R au mélange du cylindre. Il n'y a pas d'ailleurs de travail effectué, puisque le piston est resté en place ; par conséquent, la perte de chaleur interne du mélange contenu dans le cylindre, entre les deux états C' et C", est égale à la quantité de chaleur R enlevée par le condenseur.

Or, si l'on suppose maintenant que l'on amène le mélange de l'état C' à l'état C" par une transformation réversible, c'est-à-dire par une soustraction de chaleur à volume constant, il n'y a pas non plus de travail accompli ; la chaleur enlevée sera égale, par conséquent, à la perte de

1. Nous faisons ici abstraction de l'air renfermé dans le condenseur.

chaleur interne entre les états C' et C"; mais le mélange possède, en ces deux points, des titres égaux à ceux qu'il avait pour l'opération non réversible, puisque le volume du fluide est toujours celui du cylindre, et que les pressions sont les mêmes dans les deux cas.

Par conséquent, la chaleur perdue par la transformation réversible à volume constant est égale à R, comme pour l'opération réelle, l'état final du fluide est le même, et, pour les questions de rendement, nous pourrons traduire la ligne C' C", du diagramme des pressions, par la ligne de transformation à volume constant C'_1 C''_1, du diagramme entropique (fig. 77). D'après la signification de cette ligne, on voit que la chaleur abandonnée au condenseur pendant la chute brusque de pression au cylindre est fournie par la surface $C'_1C''_1c''b$.

Relativement à la machine à détente complète, la perte est augmentée de $C'_1C''_1C_1$, et la quantité de chaleur transformée en travail est diminuée d'autant.

(Nous avons donné au numéro 58 un mode de construction de la ligne d'égal volume C'_1 C''_1, au moyen des valeurs $\frac{dp}{dt}$ contenues dans les tables de M. Zeuner).

En limitant la détente, on réduit le volume du cylindre dans le rapport :

$$\frac{NC''}{NC}$$

rapport qui, exprimé en fonction des titres x_2 et x''_2 aux points C et C" devient :

$$\frac{u + (u'_2 - u)\, x''_2}{u + (u'_2 - u)\, x_2}$$

ou, très approximativement, à cause de la faible valeur de u :

$$\frac{x''_2}{x_2}$$

Les entropies KC''_1, KC_1, étant elles-mêmes dans le rapport des quantités de vapeur présentes, expriment aussi les volumes proportionnels des cylindres.

Nous avons vu d'ailleurs, au numéro 60, comment on peut déduire la courbe de détente de sa transformée entropique, ou *vice versa;* la même construction est reproduite dans la figure 78 ; ABCn est le diagramme des pressions correspondant au diagramme entropique $K_1 A_1 B_1 C_1$. Le titre initial de la vapeur étant quelconque, au moyen du faisceau de

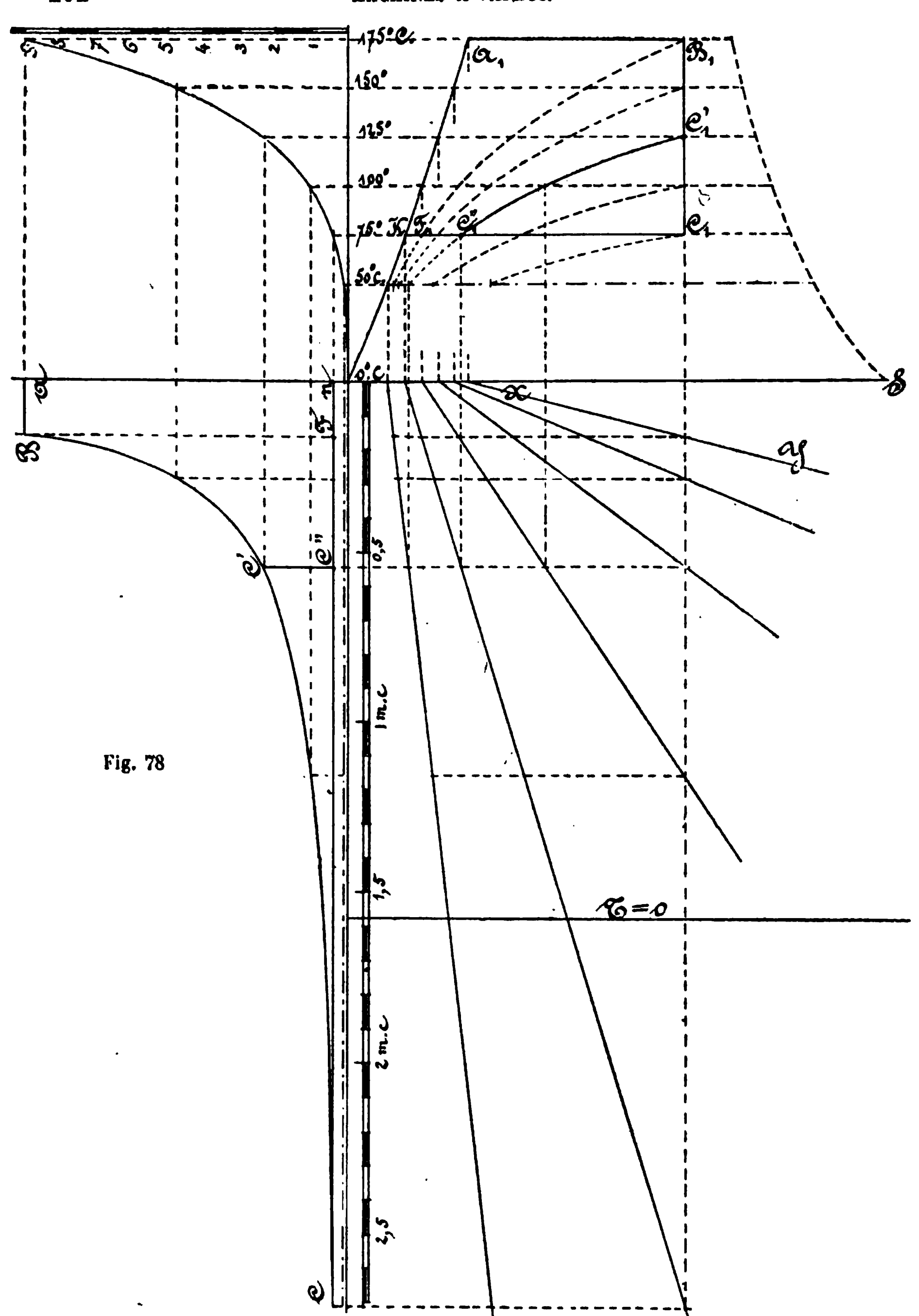


Fig. 78

lignes droites telles que XY données par les valeurs de $\frac{dt}{dp}$, on obtient rapidement les lignes d'égal volume telles que $C'_1 C''_1$. Lorsqu'il n'y a pas de détente, le diagramme des pressions est le rectangle ABF*n*, l'entropie suit le contour $A_1B_1F_1K$; la perte par détente incomplète est alors très grande.

Cette perte augmente en valeur absolue lorsque le titre s'élève, mais son importance *relativement* à la quantité de chaleur dépensée varie peu dans les limites ordinaires de siccité de la vapeur.

La détente complète exigerait des cylindres très volumineux, comme on le voit aisément à l'aspect de la courbe BC ; la pression motrice s'abaisse très rapidement, et devient même bientôt plus petite que les résistances passives de la machine, aussi, les machines à condensation ne sont jamais à détente complète.

Les machines sans condensation, au contraire, pour lesquelles la température d'échappement est 100° C. sont souvent à détente complète ; c'est-à-dire que le diagramme des pressions peut se terminer par une ordonnée nulle, sans que les dimensions du cylindre soient exagérées ; d'ailleurs la loi de décroissance des pressions motrices est plus rapide lorsque la température est plus élevée, et l'inconvénient des résistances passives est beaucoup moindre (1).

123. — *Effet de l'espace nuisible.* — Supposons que le cylindre comporte, comme cela existe toujours en fait, un certain espace nuisible ; supposons en outre que la machine soit à détente complète, que l'échappement se produise pendant toute la course, et que le poids du fluide admis à chaque coup du piston soit égal à 1 kilogramme.

A la fin de l'échappement, l'espace nuisible reste rempli de vapeur non condensée, car, pour rester dans l'ordre des hypothèses que nous avons faites au commencement de ce chapitre, la condensation du mélange expulsé du cylindre a lieu d'une manière progressive, la partie de ce mélange qui se trouve dans le cylindre n'est donc pas altérée.

Lorsque l'admission s'ouvre, le piston restant immobile, l'eau et la vapeur de la chaudière et de la conduite participent à une opération non réversible pendant que l'espace nuisible se met en équilibre de pres-

1. On a souvent établi, par des calculs numériques, l'influence de la pression (ou de la température) initiale ou finale, du titre, du degré de détente, etc., sur le rendement calorifique. Le diagramme entropique, sur lequel nous avons raisonné, permet de résoudre les mêmes questions par des mesures planimétriques. Il ne faut pas s'exagérer l'importance de ces déductions, car l'influence des parois altère profondément les cycles.



sion avec le fluide de la chaudière. Il serait fort compliqué d'analyser le phénomène de cette manière, et nous allons substituer, à la machine véritable, une machine hypothétique plus simple.

Supposons, comme nous l'avons déjà fait pour trouver le cycle idéal, que l'eau résultant de la condensation du mélange qui se trouvait dans le cylindre, au lieu d'être extraite du condenseur pour être refoulée à la chaudière par une pompe alimentaire, reste dans le cylindre, où la chaleur lui est communiquée. Nous aurons donc dans cette partie de la machine, à la fin de l'échappement, le kilogramme d'eau, occupant un volume annexé à l'espace nuisible proprement dit, et égal à u, puis, l'espace nuisible de volume v, rempli de vapeur au titre final x_2 de la détente, c'est-à-dire que le poids du mélange renfermé dans l'espace nuisible est :

$$\frac{v}{u + (u'_2 - u)\,x_2}$$

et le poids de la vapeur est :

$$\frac{vx_2}{u + (u'_2 - u)\,x_2}.$$

Le piston étant immobile, communiquons de la chaleur au fluide enfermé dans le cylindre, jusqu'au moment où la température T_1 et la pression p_1 soient atteintes. Comme le volume n'a pas changé, une partie μ du liquide existera à l'état de vapeur ; le poids total du mélange est égal au poids initial ; on a donc, pour le poids de liquide :

$$1 + \frac{v}{u + (u'_2 - u)\,x_2} - \mu$$

et la condition d'égalité des volumes donne :

$$\left(1 + \frac{v}{u + (u'_2 - u)\,x_2} - \mu\right) u + \mu\, u'_1 = u + v$$

ou :

$$\mu = \frac{u'_2 - u}{u'_1 - u}\,\frac{vx_2}{u + (u'_2 - u)\,x_2}.$$

On a $u'_1 < u'_2$, on voit qu'il y aura nécessairement une certaine vaporisation pendant cette première opération.

Comme elle est réversible, nous pouvons trouver l'entropie du poids total de fluide :

$$1 + \frac{v}{u + (u'_2 - u)\, x_2}$$

poids que nous désignerons, pour abréger, par $1 + e$.

L'entropie est égale, en effet, pour chaque température, à celle du liquide, $L_2\, L_1$ (fig. 79), augmentée de l'accroissement d'entropie provenant de la partie vaporisée variable μ, ce qui donne la ligne 3,0.

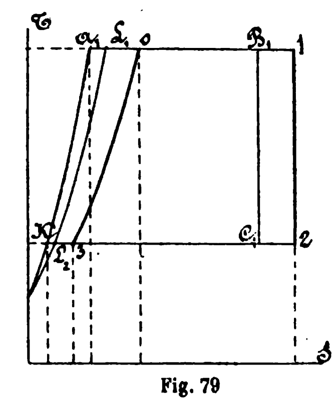


Fig. 79

Achevons la vaporisation, puis poursuivons les opérations du cycle 0, 1, 2, 3, qui se ferme au point 3. Le rendement résulte de la comparaison de la surface 0, 1, 2, 3, avec la quantité totale de chaleur dépensée, qui se mesure sur la figure.

Le cycle de la machine sans espace nuisible, fonctionnant avec de la vapeur sèche, est $K\,A_1\,B_1\,C_1$; KA_1 donne l'entropie du kilogramme d'eau.

Comparons les transformations 0,1, et $A_1\,B_1$. La première correspond à la vaporisation du poids :

$$1 + e - \mu$$

ou :

$$1 + \frac{v}{u + (u'_2 - u)\, x_2}\left(1 - \frac{u'_2 - u}{u'_1 - u}\, x_2\right)$$

Comme x_2 est une fraction plus ou moins rapprochée de l'unité, et que $u'_2 - u$ est grand relativement à $u'_1 - u$, la parenthèse est négative dans tous les cas qui peuvent se présenter pratiquement, c'est-à-dire que la ligne 0 1 correspond à la transformation en vapeur d'un poids de liquide inférieur à l'unité, donc :

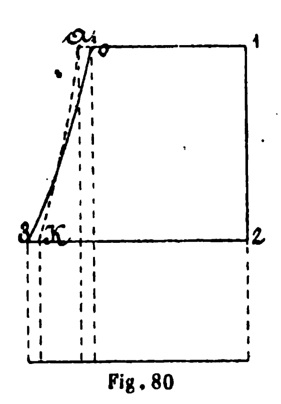
$$0\,1 < A_1B_1$$

Par contre,

$$3\,2 > KC_1$$

attendu que l'une de ces lignes correspond à la condensation d'une quantité de fluide $1 + e$ au titre x_2 jusqu'au moment où le poids de vapeur est inférieur à e, tandis que KC_1 est relative à la condensation d'un kilogramme de fluide au titre x_2 [1] c'est-à-dire que le poids condensé est plus grand suivant 2,3 que suivant C_1K.

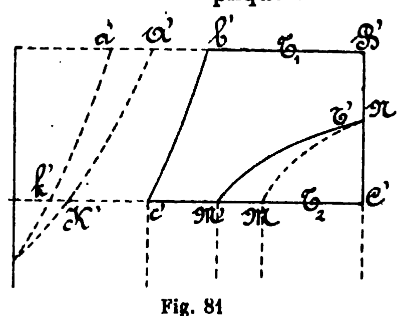
1. Les titres aux points 2 et C_1 sont évidemment égaux, car le titre des points de départ 1, B_1 est le même, puisque nous l'avons supposé égal à l'unité, et que les températures sont les mêmes dans les deux cycles.


Fig. 80

Ainsi, en superposant les deux cycles de manière à faire coïncider les lignes de détente, on obtiendrait les surfaces représentées (fig. 80). En décomposant chacun des cycles de manière à isoler sa partie rectangulaire, on établit facilement que la machine à espace nuisible est inférieure à l'autre au point de vue du rendement (1). L'influence de l'espace nuisible augmente avec la pression initiale.

124. — ***Compression de la vapeur d'échappement.*** — On peut combattre l'influence de l'espace nuisible, qu'il n'est pas possible d'annuler par des moyens mécaniques, en opérant dans le cylindre, non la compression totale et idéale de la machine parfaite (119), mais en comprimant une partie de la vapeur d'échappement choisie de telle manière que l'espace nuisible soit rempli, à la fin de la course, d'un mélange saturé à la température T_1.

La compression est supposée adiabatique, et comme elle s'étend entre les températures T_2 et T_1, et s'applique à un mélange dont le titre est x_2 au point initial (qui correspond ici à T_2), le titre après la compression sera exactement le même que celui qui correspond à l'origine de la détente, c'est-à-dire x_1. En effet, la variation de titre dans les transformations adiabatiques ne dépend évidemment pas du poids de fluide en jeu.


Fig. 81

Construisons séparément le diagramme entropique du poids soumis à la compression (fig. 81), soit *e* ce poids; ce diagramme ne diffère de celui qui se rapporterait au kilogramme de fluide que par la réduction proportionnelle de toutes les abscisses dans le rapport de 1 à *e*; $c_1 b_1$ est la ligne de transformation pendant la compression.

1. L'infériorité du cycle du cylindre à espace nuisible provient de ce que l'échauffement du liquide, qui donne au cycle sa période désavantageuse, augmente en importance relative.

A la fin de la compression, l'admission s'ouvre, et la chaudière produit 1 kilogramme de fluide dont le titre est le même que celui qui remplit l'espace nuisible ; il y a donc dans le cylindre, à la fin de l'admission, un poids $1 + e$ de fluide au titre x_1, dont l'entropie est figurée par le point B' ; on obtient la figure K'A'B' en amplifiant dans le rapport e à $1 + e$, toutes les abscisses du diagramme relatif à l'espace nuisible. La ligne de détente est B'C' ; la condensation et l'échappement s'arrêtent lorsque le kilogramme de fluide venant de la chaudière a quitté le cylindre.

Traçons la ligne $k' a'$, représentant l'accroissement d'entropie du kilogramme d'eau entre T_2 et T_1 ; les portions d'abscisses comprises entre cette ligne et K' A' sont égales aux abscisses de la ligne ka_1. Rapportons sur la figure, en considérant la ligne $k' a'$ comme l'axe xx, la ligne $c_1 b_1$, qui sera donc équidistante de $k'a'$, et sera représentée en $c' b'$; on aura $K' c' = k c_1$, et $A' b' = a_1 b_1$.

La ligne d'échappement devra s'arrêter en c', car $k'c'$ correspond précisément au poids e de vapeur au titre x_2 qui doit rester dans le cylindre ; de même b' B' est l'accroissement d'entropie pendant la vaporisation du kilogramme de fluide admis. L'opération $c' b'$ s'effectue dans la chaudière, et nous voyons que le cycle $c' b'$ B' C' est identique, à part le déplacement constant égal à $k'c'$ des abscisses, à celui de la machine sans espace nuisible fonctionnant avec le même poids de vapeur.

125. — La suppression d'une partie de la détente rend les deux machines inégales ; ainsi, en supposant que la détente se prolonge, dans les deux cas, jusqu'à la même température T', par conséquent jusqu'à la même pression [1], les lignes de volume constant qui terminent le diagramme augmentent de quantités inégales la chaleur perdue au condenseur, et le désavantage est du côté de la machine à espace nuisible.

Il convient de remarquer, pour appuyer le raisonnement que nous venons de faire, que les titres aux points M, M', sont les mêmes lorsque les deux transformations partent du point N.

On pourrait, en prolongeant plus bas que le point N la détente de la machine à espace nuisible, chercher à obtenir le même rendement que dans la machine sans espace nuisible, mais la différence des titres amène une grande complication.

On peut aussi, au lieu de calculer la compression de manière à éta-

1. Condition qui suppose même le cylindre de la machine à espace nuisible plus grand que l'autre.

blir la pression d'admission à la fin de la course, chercher l'effet d'une compression moindre ou plus grande.

Cette recherche a été faite par M. Macfarlane Gray dans certaines hypothèses [1] ; la conclusion de cette étude nécessairement assez compliquée, est, en négligeant toute influence de paroi, que la compression ne peut annuler l'effet de l'espace nuisible que dans les machines à détente complète ; dans tous les autres cas, la perte existe, mais peut être réduite au minimum.

Les conditions de la distribution empêchent toujours, dans les machines à condensation, de réaliser des compressions complètes, mais il n'en est pas de même dans les machines sans condensation.

126. — *Effet d'une addition de chaleur pendant la détente.* — S'il s'agissait d'une quantité de chaleur prise à la chaudière, c'est-à-dire à la température T_1, et communiquée à la vapeur aux températures décroissantes de la détente, l'étude du phénomène, évidemment désavantageux au point de vue du rendement, devrait se faire par la théorie des transformations non réversibles.

Nous envisageons spécialement le cas où la chaleur provient d'une source ayant à chaque instant la température de la vapeur, comme celle que fournirait une plaque de métal de conductibilité infinie, se trouvant dans le cylindre même, et n'intervenant que pour céder ou absorber de la chaleur. Nous avons étudié ce genre de transformations au numéro 55, et établi l'équation (28) ; nous avons reconnu que la transformée entropique des lignes de détente ou de compression présente la même allure que la courbe se rapportant à l'échauffement de l'eau.

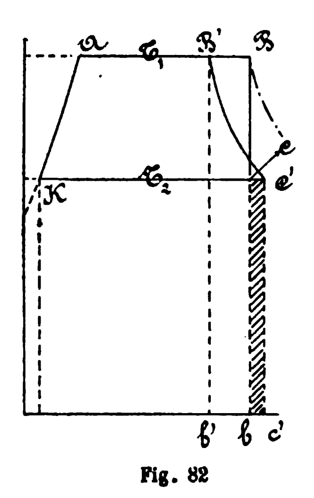


Fig. 82

Supposons que dans le cylindre, dont les parois continuent à être imperméables à la chaleur, soit placée une plaque qui prend, pendant l'admission, la température de la vapeur, en produisant une certaine condensation. L'échauffement de l'eau de la chaudière, la vaporisation et la condensation nécessaires à la mise en équilibre de température de la plaque, sont figurés sur le diagramme par KA, AB, BB' (fig. 82). L'en-

1. Cotterill, ouvrage cité, art. 120.

tropie du fluide, au moment où la détente commence, est l'abscisse du point B'. La quantité de chaleur représentée par le rectangle B'*b* est celle employée à échauffer la plaque, qui, à partir de ce moment, intervient dans la détente; celle-ci se fait, à cause de la communication de chaleur, suivant la ligne B'C' dont l'équation est connue, et qui peut se déduire facilement, en vertu de la remarque faite plus haut, de la ligne K A. A la fin de la détente, la plaque se trouve à la température T_2 de la vapeur; celle-ci se maintient jusqu'au moment où l'admission s'ouvre, et où la température T_1 est rétablie. La quantité de chaleur B *b'* est par conséquent équivalente à celle qui a été perdue par la plaque pendant la détente, c'est-à-dire que la surface B'C'*c'b'*, qui représente cette quantité de chaleur, est égale au rectangle.

La présence de la plaque conductrice ne modifie donc pas la quantité de chaleur empruntée à la source T_1, mais elle augmente la chaleur perdue au réfrigérant de toute la quantité couverte de hachures dans le diagramme, et la chaleur transformée en travail est diminuée d'une quantité égale.

L'effet de la plaque est, par conséquent, d'abaisser le rendement en élevant le titre final au-delà de ce qu'il eût été dans la machine à détente adiabatique.

Lorsque la détente est incomplète, et se termine, par exemple, au point M (fig. 83), à une température intermédiaire entre les températures T_1 et T_2 des deux sources, le phénomène irréversible qui se produit pendant la communication avec le condenseur, jusqu'au moment de l'équilibre de pression, peut être remplacé, en raisonnant comme au numéro 122, par une transformation réversible à volume constant. En effet, dans les deux cas, le diagramme du travail est le même; en outre, la quantité de chaleur à enlever à la vapeur par le condenseur est bien celle qui résulte de la diminution de chaleur interne du fluide qui remplit le cylindre, attendu qu'il n'y a de travail extérieur effectué, ni dans l'opération réversible, ni dans l'autre.

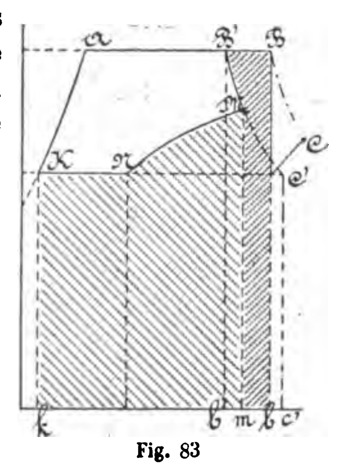


Fig. 83

Mais la plaque continue à se refroidir jusqu'à la température T_2 de

l'échappement, car nous avons admis qu'elle prend instantanément la température de la vapeur; par conséquent, le corps conducteur placé dans le cylindre perd, pendant la ligne d'égal volume qui suit la détente, la quantité de chaleur M C' *c' m* qu'il n'a pas restituée à la vapeur pendant l'opération B' M. Il est facile de voir que la chaleur perdue par la plaque seule, à partir du moment où l'échappement s'ouvre, est représentée également par la surface B'B*b m*MB', car:

$$B'B\,bb' = B'C'c'b'$$
$$B'Bbb' - B'Mmb' = MC'c'm$$

Nous pouvons tracer la ligne MN, exprimant la transformation fictive à volume constant, d'après les règles déjà exposées, et nous trouvons finalement, pour la chaleur totale perdue au réfrigérant, l'ensemble des surfaces couvertes de hachures.

D'après les égalités déjà signalées, cette chaleur perdue totale est mesurée aussi par la figure KNMC'*c'k*. Relativement à la machine à détente complète avec plaque conductrice dans le cylindre, la perte est augmentée de la quantité MNC'.

Ainsi, dans le cas où la détente est incomplète, l'effet de la plaque conductrice est particulièrement pernicieux. Ce fait provient de ce que la plaque condense toujours la même quantité de vapeur pour se réchauffer, mais qu'elle ne restitue pendant la détente qu'une partie de la chaleur reçue.

Il est utile de remarquer que, même dans le cas d'une détente complète, et lorsque toute la chaleur absorbée par la plaque est restituée à la vapeur, le rendement est abaissé par l'influence du corps étranger. Nous savons en effet, et le diagramme ne fait que traduire cette propriété, que la chaleur communiquée au fluide à des températures décroissantes nécessairement inférieures à T_1 ne peut avoir son maximum d'efficacité au point de vue de la production du travail.

On pourrait, jusqu'à un certain point, être tenté d'assimiler l'action de la plaque métallique à celle de la paroi du cylindre lui-même, mais il y a, comme nous le verrons, une différence essentielle entre la plaque, que nous supposons prendre à chaque instant, dans toute son épaisseur, la température du fluide, et une paroi dans laquelle la chaleur est en mouvement; d'ailleurs, même dans le cas d'une pellicule très mince, notre hypothèse serait irréalisable; néanmoins, le cas purement théorique examiné ici est propre à montrer combien la conductibilité

des parois peut modifier les cycles dans un sens défavorable au rendement.

127. — *Effet d'une soustraction de chaleur pendant la détente.* — Si la chaleur enlevée était simplement versée au réfrigérant, l'effet de l'opération ne serait pas douteux ; nous pouvons supposer que la chaleur enlevée pendant chaque abaissement dT de la température, est tenue en réserve pour être restituée pendant la quatrième opération du cycle; si l'enlèvement de chaleur se produisait de manière à rendre la ligne BC' (fig. 84), identique à la ligne KA, le cycle, bien que ne présentant aucunement la compression qui caractérise la transformation finale du cycle de Carnot, aurait le même rendement que ce dernier ; il rentrerait dans la catégorie des cycles parfaits, les lignes BC' et KA étant isodiabatiques (41).

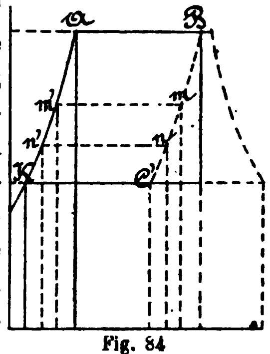


Fig. 84

Mais pour qu'il puisse en être ainsi, la chaleur soustraite pendant la transformation *mn*, au lieu de se perdre au réfrigérant, devrait pouvoir être employée à l'échauffement du liquide suivant *n' m'*. Nous retrouvons le régénérateur des machines à air chaud, mais sous forme de réchauffeur d'alimentation, car la restitution de chaleur peut se faire sur le trajet de la pompe alimentaire à la chaudière.

Il y a différentes manières de réaliser le chauffage de l'eau d'alimentation, mais aucune n'est parfaitement satisfaisante, et toutes les difficultés qui s'opposent à l'emploi des régénérateurs se présentent ici sous une forme différente ([1]).

Le réchauffage pourrait, théoriquement, être combiné de la manière suivante ([2]) :

La machine motrice est partagée entre un cylindre principal, fonctionnant à condensation à la manière ordinaire, et une série de petites machines recevant la vapeur de la même chaudière, mais dont la température d'échappement serait échelonnée (T' T'' T'''...) ; désignons ces

1. L'encrassement du régénérateur des machines à air chaud devient l'incrustation du faisceau tubulaire, etc.

2. Cette explication est, pensons nous, due à M. Cotterill. M. *Sauvage — Annales des Mines*, t. XVII, 1890, p. 433, a aussi étudié l'effet du réchauffage dont il est ici question.

Cotterill, Note on feed water Heaters. — *Engineering*, 1er sem., p. 527.

machines par les numéros 1, 2, 3, etc. La chaleur abandonnée par le cylindre de la dernière machine pendant la condensation sert à échauffer à la même température T''', l'eau d'alimentation de la machine principale; en outre, la vapeur condensée de la machine 3, qui se trouve elle-même à la température T''', s'ajoute à l'eau d'alimentation.

La chaleur abandonnée par la machine 2 est de même reprise tout entière, et ainsi de suite. Si l'on suppose que le nombre d'échelons est suffisant, le liquide sera introduit à la chaudière à la température T_1, c'est-à-dire que la chaleur de vaporisation seule devra lui être communiquée.

Le travail recueilli sera celui de la machine principale et des machines auxiliaires.

Le bénéfice de la combinaison provient de ce que les petites machines fonctionnent avec un rendement thermique égal à l'unité; en effet, comme dans l'alimentation à l'injecteur Giffard, leur chaleur d'échappement est entièrement utilisée. Si l'on conserve, avec leur signification, les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 pour la machine principale, tandis qu'on appelle q'_1 q''_1, q_1'''... les quantités de chaleur empruntées au foyer par les machines auxiliaires, le rendement de l'ensemble est :

$$\frac{Q_1 - Q_2 + q'_1 + q''_1 + q'''_1}{Q_1 + q'_1 + q''_1 + q'''_1}$$

On ne pourrait cependant jamais espérer dépasser ni même atteindre le rendement des cycles parfaits, car les quantités de chaleur mises en œuvre par les cylindres auxiliaires sont limitées à ce qui est nécessaire pour échauffer l'alimentation.

D'ailleurs, les opérations indiquées, surtout aux températures les plus élevées, ne pourraient s'effectuer sans un jeu compliqué de petites pompes et de tuyauteries délicates.

Il est à peine nécessaire de faire remarquer que, dans le cas où la détente est incomplète, le réchauffeur interposé sur le trajet du cylindre au condenseur constituerait un gain assuré, puisque dans ce cas la vapeur, au moins pendant les premiers instants de l'échappement, est à une température supérieure à celle du condenseur [1].

1. Ce genre de réchauffage, quelquefois employé, est rendu peu efficace par l'incrustation intérieure, et surtout par les matières de graissage du cylindre, qui encrassent le réchauffeur et altèrent sa conductibilité au bout de très peu de temps.



128. — Aux remarques qui précèdent se rattache la théorie des réchauffeurs employés, depuis 1880, par M. *Weir* dans les machines compound. On emprunte, au réservoir intermédiaire, une petite quantité de vapeur, qui sert à alimenter un réchauffeur parcouru par l'eau extraite du condenseur. Cette combinaison, qui semble paradoxale au premier abord, se justifie théoriquement.

Au point de vue de la démonstration, nous pouvons considérer le petit cylindre de la machine compound, qui reçoit 1 kilogramme de vapeur, comme s'il était constitué de deux cylindres, dont l'un, recevant le poids $1 - \mu$, envoie intégralement sa vapeur au cylindre à basse pression, et dont l'autre partie, qui fonctionne avec le poids μ, emploie sa vapeur d'échappement à échauffer l'eau d'alimentation pendant son trajet vers la chaudière.

La machine compound dans laquelle évolue le poids $1 - \mu$ peut être envisagée, pour la question actuelle, comme une machine monocylindrique M (fig. 85); une partie du trop plein du condenseur est refoulé,

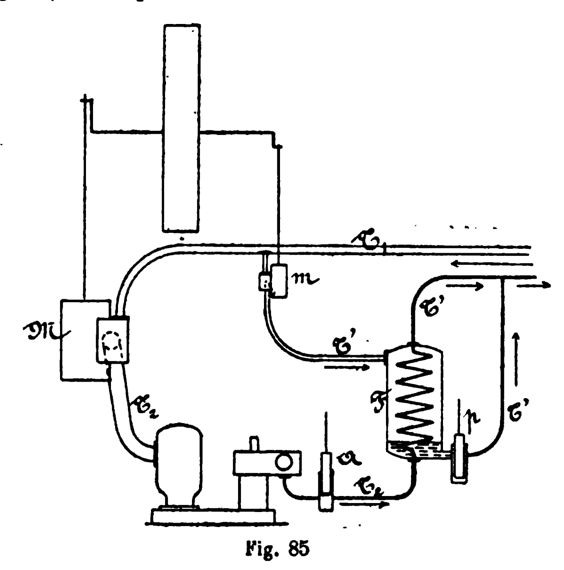


Fig. 85

par la pompe alimentaire A, dans un réchauffeur tubulaire F, dont le faisceau est chauffé extérieurement par la vapeur d'échappement de la machine auxiliaire *m*, qui fonctionne avec le poids μ. Nous supposons, du reste, que la chute de température dans la machine *m* est modérée ; l'échappement se fait sous une pression plus ou moins élevée, et à une

température correspondante. La vapeur se condense autour du faisceau, et l'eau qui en résulte est extraite par la pompe de purge *p*, qui la refoule dans le tuyau d'alimentation.

Nous supposerons que l'eau extraite du condenseur de la machine M se trouve à la température T_2, et que le passage dans le serpentin l'échauffe à la température T', qui est celle de la vapeur d'échappement de la machine *m*, après comme avant sa condensation.

Le cycle de la machine principale, supposée sans compression, n présente rien de particulier; il est représenté (fig. 86) par le contour

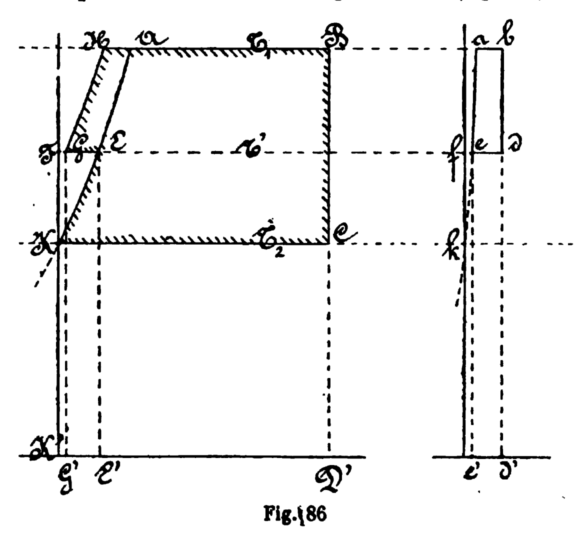


Fig. 86

KABCK; le poids du fluide en jeu est $1 - \mu$. Représentons aussi le cycle de la machine auxiliaire *eabde*, compris entre les températures T_1 et T', et comportant un poids μ de vapeur; au point *e*, cette vapeur est entièrement condensée, et l'entropie de l'eau qui en résulte (supposée nulle à T_2) est *fe*; la chaleur cédée suivant *d e*, représentée par le rectangle *e d'*, est appliquée à l'eau d'alimentation de la machine principale; nous supposons, du reste, que le poids μ est tel que la chaleur en question soit précisément celle qu'il faut pour produire la transformation KE, c'est-à-dire que l'on a :

$$ed = \frac{\text{Surf. KEE'K}}{T'}$$

Transportons *d e* en EG, nous aurons évidemment :

$$EG < EF$$

Opérons de la même manière pour chacune des sécantes horizontales du cycle de la machine *m*, que nous amenons en GHAE.

La chaleur transformée en travail par l'ensemble des deux machines est représentée par le contour bordé de hachures, tandis que la chaleur empruntée au foyer est :

$$\text{E'EABD'} + e'abd'$$

ou, à cause de l'égalité entre des surfaces équivalentes, et dont la forme seule a été changée :

$$\text{K'KABD'} + \text{GHAE}$$

Le rendement est, par conséquent, supérieur à celui que donnerait la machine ordinaire, car celui-ci, indépendant du poids de fluide qui évolue, est le même que pour la machine M, c'est-à-dire qu'il est exprimé par :

$$\frac{\text{KABC}}{\text{K'KABD'}}$$

tandis que le rendement de l'ensemble des deux machines est donné par :

$$\frac{\text{KABC} + \text{EGHA}}{\text{K'KABD'} + \text{EGHA}}$$

Nous retrouvons, avec plus de précision, la même conclusion qu'au numéro précédent, c'est-à-dire que la machine auxiliaire, dont toute la chaleur d'échappement est utilisée, ajoute un même nombre aux deux termes de la fraction qui exprime le rendement calorifique.

Il est évident que, dans une machine compound, le cylindre auxiliaire *m* est inutile, car il fait corps avec le cylindre à haute pression de la machine principale ; ce cylindre à haute pression reçoit donc le poids total de vapeur égal à l'unité ; la fraction μ prélevée au réservoir intermédiaire, est choisie de manière à pouvoir être entièrement condensée dans le réchauffeur (1).

1. Ce genre de réchauffeurs a été employé aussi par M. *Normand*, constructeur au Havre, pour les machines du torpilleur *Avant-Garde;* la quantité de vapeur prise au cylindre à basse pression varie du 7e au 12e de la quantité traversant la machine. M. *Sauvage*. *Annales des Mines*, article cité, calcule que, pour la même dépense de vapeur, l'augmentation du travail est de 5,5 % entre les températures extrêmes de 160° et 40°.



129. — Enfin, il est un cas dans lequel le bénéfice du réchauffeur n'est pas douteux, c'est celui des machines sans condensation, la détente, en effet, ne peut y être poussée que jusqu'à la pression atmosphérique ; le cycle de la machine comporte donc une ligne d'échappement à 100° C., tandis que la température de l'eau d'alimentation puisée à l'extérieur demande, pour être amenée à cette température, une dépense de chaleur. Cette quantité de chaleur peut être reprise intégralement à la vapeur d'échappement.

130. — *Effet de la surchauffe.* — La surchauffe peut résulter de phénomènes accessoires, tels que le passage par un détendeur, le remplissage de l'espace nuisible, l'étranglement à l'admission, mais ces causes sont largement compensées par l'effet de paroi dont l'étude fera l'objet du § V.

Pour obtenir un degré de surchauffe appréciable, on dispose la chaudière de manière à communiquer de la chaleur à la vapeur, soit dans la chambre de vapeur même, soit sur le trajet du dôme à la machine. Cette communication de chaleur se fait donc à pression constante, opération pour laquelle la vapeur se comporte comme un gaz (62) dont la chaleur spécifique serait égale à 0,48

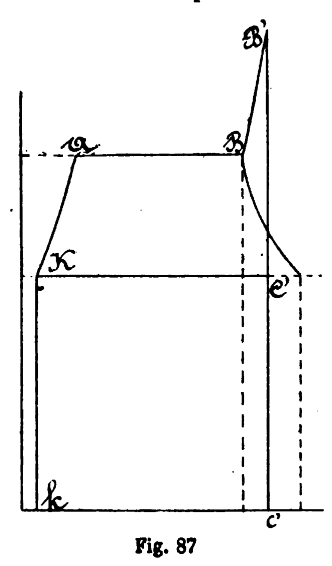


Fig. 87

En raisonnant comme nous l'avons fait au n° 119, on peut supposer que la communication de chaleur s'effectue dans le cylindre même ; le point B (fig. 87), correspond à la vapeur saturée sèche ; la surchauffe amène la ligne de transformation B B', pendant laquelle la température s'élève ; puis le cycle s'achève comme dans la machine ordinaire, par la détente adiabatique B' C' et la condensation C' K. Le rendement du cycle est le rapport :

$$\frac{KABB'C'}{kKABB'c'}$$

on voit qu'il est supérieur à celui de la machine à vapeur saturée ayant la même *pression* initiale (1).

1. J. Macfarlane Gray. — *Engineering*, 1892, 1er sem., p. 260; Gustave Hermann, ouvrage cité.

Toutefois, l'avantage de la surchauffe serait peu important, car on ne peut la pousser à une température très élevée sous peine de compromettre le fonctionnement des pistons et des distributeurs à glissement (tiroirs, valves Corliss). Dans la pratique, on a trouvé, à une certaine époque, de grands avantages à la surchauffe, et Hirn en était partisan ; elle agit surtout en diminuant la condensation initiale, mais ce point n'est pas examiné ici.

Après avoir été abandonnée pendant longtemps, la surchauffe semble aujourd'hui reprendre une certaine vogue en Alsace ; la substitution des huiles minérales aux huiles végétales et aux graisses, pour la lubrification des cylindres, permet d'élever la température initiale plus haut qu'on ne pouvait le faire autrefois.

§ II

Etranglements et autres pertes analogues.

131. — *Admission.* — Un étranglement plus ou moins fort peut résulter de l'insuffisance des passages d'admission (fig. 88) ; appelons x' le titre du mélange avant son passage à travers l'orifice du cylindre pendant l'introduction de la vapeur, T' et T'' les températures du mélange, w sa vitesse dans la section contractée de l'orifice ; nous avons établi (éq. 59 *bis*) la formule approximative :

$$w = 91.2 \sqrt{r'x' \frac{T' - T''}{T'}} \qquad (59\ bis)$$

Fig. 88

La température T'' est ici inconnue, mais nous avons une équation qui donne le titre x'' du mélange lorsque les tourbillons qui se produisent à l'entrée du cylindre sont éteints ; cette équation (60) prend ici la forme :

$$x'' = \frac{A\,(p' - p'')\,u + q' - q'' + r'\,x'}{r''} \qquad (60)$$

q' et p' se rapportent à la température T', p'' et q'' à la température T''.

Le volume du kilogramme du mélange dans le cylindre [1], à l'état d'équilibre, sera donc :

$$u + (u'' - u)\, x''$$

u'' est le volume spécifique de la vapeur dans le cylindre, c'est-à-dire à la température T''.

Supposons que le piston, de section Ω, se déplace avec la vitesse V ; il engendre, par seconde, le volume $V\Omega$, et le cylindre reçoit le poids :

$$\frac{V\,\Omega}{u + (u'' - u)\, x''}$$

ou, très approximativement :

$$\frac{V\,\Omega}{u''\, x''}$$

Soit ω la section de la lumière ; le débit en poids qui passe par l'orifice devra être égal à la valeur qui vient d'être trouvée ; on déduit de cette condition, en appliquant l'équation (59 *bis*), et en appelant x'_1 le titre à l'orifice :

$$\frac{V\,\Omega}{x''} = \frac{91{,}2\ \omega}{x'_1} \sqrt{r'\ x'\ \frac{T'-T''}{T'}}$$

ou, en remplaçant x'' par sa valeur trouvée plus haut :

$$\frac{V\,\Omega\, r''}{A\,(p' - p'')\, u + q' - q'' + r'x'} = \frac{91{,}2\ \omega}{x'_1} \sqrt{r'\ x'\ \frac{T' - T''}{T'}}$$

La seule inconnue de cette équation est T'', car les quantités p'' et q' s'en déduisent au moyen des tables ; x'_1 est le titre du mélange dans l'orifice, on sait qu'il se déduit immédiatement de x' et des températures T' et T'', tout au moins lorsque l'on suppose que l'écoulement est adiabatique. On pourra donc résoudre l'équation par tâtonnements, et on trouvera la valeur de T'' et de toutes les fonctions qui en dépendent.

1. En excluant le cas où x'' serait supérieur à l'unité, ce qui indiquerait que la vapeur est surchauffée (75) ; cette hypothèse s'écarte naturellement dans l'application, pour peu que x' soit différent de l'unité.

Les formules d'écoulement ont été établies pour le mouvement permanent ; nous les employons ici pour un écoulement dont le régime varie, en supposant qu'elles fournissent un degré d'approximation suffisant.

La température T'' est nécessairement inférieure à T' (1). On a quelquefois supposé, en s'appuyant sur un raisonnement sommaire, que cette chute de température (ou de pression) n'avait pas d'effet sur le rendement thermique, parce qu'elle est accompagnée d'une légère augmentation du titre. Si l'on suppose, cependant, que les parois du cylindre sont inertes, il est facile de démontrer que la modification qui résulte de l'étranglement abaisse le rendement.

Le contour KABC (fig. 89) étant le diagramme entropique de la machine sans étranglement, reçoit, par coup de piston, la quantité de chaleur :

$$q' - q_2 + r' x'$$

q_2 est la chaleur de l'eau d'alimentation.

Lorsque l'on étrangle la lumière d'introduction, on dépense, par coup de piston, la même quantité de chaleur; d'après l'équation 60, on a du reste :

$$q'' + r'' x'' = q' + r' x' + A (p' - p'') u$$

ou, en retranchant des deux membres la quantité q_2 :

Fig. 89

$$q'' - q_2 + r'' x'' = q' - q_2 + r' x' + A (p' - p'') u$$

Si l'on avait introduit directement dans la machine la vapeur à la température T'' et au titre x'', la chaudière aurait dû fournir, par coup de piston, la quantité de chaleur:

$$q'' - q_2 + r'' x''$$

On voit que cette quantité de chaleur, représentée par la surface kKA'B'c', est un peu plus grande que celle fournie à la machine sans étranglement; la différence A $(p' - p'')$, qui est du reste très petite, provient de ce que, par le procédé de l'étranglement, la chaudière alimen-

1. La différence n'est cependant pas très considérable, ainsi qu'on peut s'en assurer par des applications numériques; elle n'atteint guère que 1° pour d'assez grandes vitesses de piston, avec les proportions usuelles de lumières; pour une pression initiale de 8 atmosphères absolues, cette chute de température est accompagnée d'une chute de pression de 0 kil. 2 environ par centimètre carré.

tée à la pression p', restitue sous forme de chaleur le supplément de travail d'alimentation :

$$(p' - p'')\ u$$

mais la chaleur correspondante :

$$A\ (p' - p'')\ u$$

est extrêmemeut faible; nous pouvons en faire abstraction, et considérer la machine fonctionnant avec de la vapeur étranglée, qui reçoit directement de la chaudière la quantité de chaleur kKABc comme une machine sans étranglement recevant la chaleur kKA'B'c', en supposant ces deux surfaces égales, bien que la seconde soit un peu plus grande.

Or, la comparaison des quantités de chaleur abandonnées dans les deux cas au réfrigérant, montre que l'effet de l'étranglement est nuisible; toutefois, la perte d'effet ainsi calculée serait presque toujours négligeable; en pratique, les orifices ne sont pas en mince paroi, ils forment des canaux plus ou moins prolongés, ce qui modifie le phénomène (133).

Lorsque les machines sont à espace nuisible imparfaitement rempli, le séchage de la vapeur est plus prononcé [1] que nous ne l'avons trouvé avec un simple étranglement.

L'espace nuisible suffirait à lui seul à élever le titre, alors même qu'il n'y aurait pas d'étranglement.

Cette question peut du reste être traitée au moyen du principe de l'équivalence appliqué à l'opération non réversible du remplissage de l'espace nuisible, le piston moteur étant supposé immobile pendant le phénomène. Il est visible que le travail exercé par la vapeur de la conduite, vapeur qu'on peut assimiler à un piston, sur la vapeur qui se précipite dans l'espace nuisible, a pour effet d'augmenter son énergie intérieure.

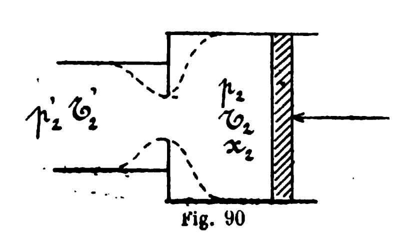


Fig. 90

132. — *Échappement.* — Supposons que l'on connaisse la pression du condenseur p'_2; on cherche les quantités T_2, p_2, x_2, (fig. 90) qui se rapportent à la vapeur du cylindre pendant l'échappement. On peut appliquer la formule trouvée plus haut, elle de-

1. On ne devra pas perdre de vue que nous raisonnons sur une machine à parois inertes.

vient, en changeant de notation, et en appelant x'_2 le titre dans la section étranglée :

$$\frac{V\ \Omega\ r'_2}{A\ (p_2 - p'_2)\ u + q_2 - q'_2 + r_2 x_2} = \frac{91{,}2\ \omega}{x'_2} \sqrt{r_2 x_2 \frac{T_2 - T'_2}{T_2}}$$

On peut résoudre l'équation par tâtonnements en essayant différentes valeurs de T_2, d'où l'on déduit $r_2 p_2$ et q_2 par les tables; le diagramme entropique donne x_2 et x'_2 se rapportant à la détente adiabatique pour la température T_2 que l'on essaye, et pour la température T'_2 connue.

Pour des vitesses très considérables, qui ne sont pas atteintes en pratique, par exemple pour 200 mètres environ par seconde, on trouverait dans le cylindre un excès de température de 3°, la température du condenseur étant de 40° C., et le titre dans le cylindre étant 0,80; l'étranglement amènerait sur le piston un excès de contrepression de 128 kilogrammes par mètre carré, ou 0 k. 0128 par centimètre carré; cette différence ne peut altérer que de 1 ou 2 % le travail recueilli par une machine à vapeur, encore faut-il qu'elle soit à longue détente, c'est-à-dire que la pression moyenne soit très faible.

L'influence des étranglements ne serait donc pas bien grande, si les lumières et les conduits ne constituaient de véritables tuyaux plus ou moins longs. Pour l'admission, la perte est beaucoup réduite par l'élévation du titre; pour l'échappement, au contraire, cette perte est complète, car l'élévation du titre se produit au bénéfice de la chaleur interne emportée au réfrigérant.

133. — *Conduites.* — Dans un tuyau de vapeur, le frottement exerce une action spéciale très différente de celle qu'il produit dans une conduite d'eau; il se transforme en chaleur (1), qui devrait se partager entre les deux corps en contact, mais le tuyau perd très peu de chaleur par rayonnement, surtout s'il est bien enveloppé, et lorsque l'on suppose le régime établi, la température de la paroi ne varie pas d'un instant à l'autre. La chaleur passe à la vapeur, dont elle modifie le titre, mais, sans produire cependant la surchauffe; plus la conduite est longue, et

1. Cette transformation se produit aussi dans les conduites d'eau des turbines, etc. Nous avons vérifié directement ce fait avec M. F. Van Rysselberghe, dans une expérience faite sur une turbine actionnée par une chute d'environ 500 mètres, et fonctionnant par conséquent avec assez de pertes pour que l'élévation de température de décharge fût sensible. Dans les phénomènes d'hydraulique, cette chaleur n'exerce que des effets négligeables.



plus le frottement nécessite, pour un débit donné, une *forte chute* de pression et par conséquent de température, si l'on admet que la vapeur reste saturée.

La chaleur Q_1, au lieu d'être communiquée en grande partie à la température la plus élevée du cycle, l'est à une température d'autant plus basse que les conduites sont plus longues et plus étranglées. Les lois du frottement de la vapeur sont inconnues, mais il est très probable que la vitesse intervient avec un exposant supérieur à l'unité, et que la densité, qui est fonction de la pression et du titre, entre comme facteur dans la résistance.

Le frottement des conduites parait exercer une influence plus grande que les étranglements, mais les données font défaut pour le calculer.

C'est à cette cause qu'il faut rapporter la différence que l'on observe toujours entre le vide au diagramme ou dans le cylindre. et le vide au condenseur; cette perte peut atteindre 0 k. 2 par centimètre carré dans les machines dont les communications entre le cylindre et le condenseur sont contournées ou partiellement obstruées par les valves à deux voies que l'on place souvent pour permettre aux machines de fonctionner éventuellement sans condensation. Le chiffre que nous venons de citer est au moins 15 fois plus élevé que celui que nous avons trouvé au n° 131 pour un très fort étranglement en mince paroi.

L'effet d'un détendeur placé entre la chaudière et la machine est le même que celui d'un étranglement; lorsque l'on fait abstraction de l'influence des parois, il occasionne une perte, qui ne devient toutefois sensible que pour une forte chute de pression. Il peut arriver que l'augmentation du titre exerce un effet favorable sur l'action de paroi, et cet effet ne serait même pas douteux si la vapeur atteignait un certain degré de surchauffe.

L'emploi du détendeur a été motivé par une raison étrangère au rendement: celle de fournir aux machines une pression régulière, malgré les variations de l'allure des feux, principalement dans les chaudières à faible volume d'eau.

§ III

Condensation.

134. — Nous avons développé au n° 118 les considérations qui permettent d'envisager le fonctionnement du condenseur, abstraction faite de la pompe à air ; mais celle-ci est nécessaire, dans les condenseurs par surface, pour maintenir le vide malgré les rentrées d'air accidentelles, qu'il est impossible d'éviter d'une manière absolue. Dans les condenseurs à injection, on doit se préoccuper, en outre, de l'air amené en dissolution dans l'eau froide, et qui se dégage partiellement à cause de l'élévation de température et de la chute de pression maintenue dans le condenseur.

On sait que la vapeur se forme, dans une enceinte renfermant de l'air, comme dans le vide ; sa tension, qui dépend de la température de l'eau, s'ajoute à la pression de l'air.

Lorsque la pression de l'air est celle de l'atmosphère, il n'y a aucun avantage à condenser la vapeur, car, en supposant même que le refroidissement soit tel que la tension de la vapeur devînt négligeable, la contrepression dans le cylindre devrait être égale à la pression atmosphérique ; les machines sans condensation peuvent être envisagées comme des machines dans lesquelles la condensation s'opérerait à la température de 100°, malgré que l'atmosphère se trouve à une température beaucoup plus basse.

Il résulte de ces remarques que la température inférieure à considérer dans le cycle peut être supérieure à celle du réfrigérant, non seulement pour les raisons exposées aux numéros 132 et 133, mais encore parce que le condenseur renferme une certaine quantité d'air qui relève la tension dans ce récipient; comme la vapeur doit s'écouler néanmoins du cylindre vers le condenseur, la pression dans le cylindre, pendant l'échappement, doit être au moins égale à la tension de la vapeur dans le condenseur (celle qui correspond à T'_2), augmentée de la tension de l'air.

Ainsi, supposons que le condenseur se trouve à la température de 40°, la pression correspondante est 0 k. 0747 par centimètre carré ; si la ten-

sion de l'air est en même temps de 0k. 10, la température dans le cylindre, en négligeant toute perte par étranglement, ne pourra être inférieure à 57° environ, qui donne pour la vapeur saturée une pression égale à la somme des valeurs ci-dessus.

Comme le rendement des cycles est affecté par la diminution de l'écart des températures, surtout lorsqu'elle provient de l'élévation de la température inférieure, il en résulte que la présence de l'air au condenseur est une cause fort importante de perte d'effet utile.

La pression qui s'établit au condenseur dépend à la fois du poids d'air qui pénètre dans ce récipient et du volume extrait par la pompe à air; le régime qui s'établit est tel que le poids d'air qui se dégage dans le condenseur par suite des fuites et du gaz dissout, est égal au poids extrait par la pompe. Cette question sera du reste examinée avec plus de détails dans un autre fascicule.

135.— Dans le calcul de la quantité d'eau à injecter [1], on raisonne d'ordinaire comme si le mélange qui remplit le cylindre à l'extrémité de la course du piston était condensé sous la pression correspondante; or il n'en est ainsi que lorsque la détente est complète; dans ce cas, en effet, la condensation s'opère à la température constante qui correspond à la saturation, et le travail du piston réintroduit dans le mélange la chaleur latente externe; le condenseur doit, par conséquent, enlever au kilogramme de vapeur qui se condense la chaleur de vaporisation r_2; si l'on injecte l'eau froide peu à peu, et en la mélangeant à l'eau chaude du condenseur, de manière à ne pas créer de chute de température, on aura finalement échauffé de t_0 à t_2 toute l'eau d'injection; si on appelle P le poids d'eau froide introduit, on devra avoir, en supposant égale à l'unité la chaleur spécifique de l'eau :

$$P = \frac{r_2\, x_2}{t_2 - t_0}$$

et l'équation est correcte lorsque le phénomène de condensation se produit comme nous l'avons imaginé.

La quantité de chaleur qui a été employée à échauffer l'eau est du reste représentée, comme nous l'avons vu depuis longtemps, par le rectangle K c (fig. 91). En supposant le titre égal à l'unité, ce qui peut à la

1. Ou de la quantité de chaleur à enlever aux condenseurs par surface.

rigueur se produire lorsque la détente, au lieu d'être adiabatique, est influencée par la paroi, surtout lorsque le cylindre est entouré d'une enveloppe, la chaleur enlevée pendant la condensation serait représentée par le rectangle total, dont la valeur est r_2.

Mais dans tous les cas où la détente est incomplète, et se termine, par exemple, par la ligne fictive de volume constant C'C", la chaleur enlevée par l'eau d'injection pour amener le mélange à l'état liquide et à la température t_2 est évidemment représentée par la surface k K C"C'c, et on commettrait une erreur en prenant cette quantité de chaleur égale à k K F C' c ; c'est cependant ce que l'on fait quelquefois [1]; M. Zeuner a le premier redressé cette manière d'opérer.

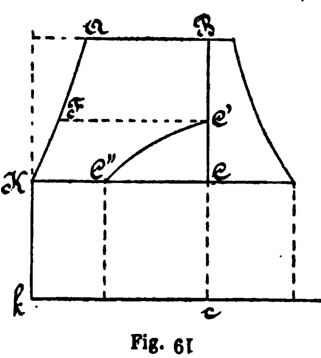


Fig. 61

En procédant suivant la méthode habituelle, on trouve, si t' est la température centigrade à la fin de la détente, x' le titre, et q' la chaleur du liquide :

$$P = \frac{q' - q_2 + r' x'}{t_2 - t_0}$$

ou, en supposant le titre égal à 1 :

$$P = \frac{\lambda' - q_2}{t_2 - t_0} = \frac{\lambda' - t_2}{t_2 - t_0}$$

Cette valeur ne serait exacte que si la condensation s'opérait à la pression constante correspondant à la température t' ; l'erreur est faible lorsque t' ne diffère pas beaucoup de t_2.

Pour calculer exactement le poids P, il faut suivre, ainsi que nous l'avons établi au numéro 122, la ligne de transformation C' C" K ; pendant la condensation à volume constant, C'C", aucun travail extérieur n'est fourni, la chaleur à enlever par le réfrigérant correspond, par conséquent, à la diminution de chaleur interne du mélange, et vaut :

$$q' + [r' - Ap'(u' - u)]\, x' - q_2 - [r_2 - Ap_2(u'_2 - u)]\, x''$$

1. Il est vrai de dire que l'erreur est sans aucune importance pour le but que l'on a en vue; elle conduit seulement à des dimensions de pompe à air un peu plus grandes.

Le volume reste constant, et l'on a par conséquent :

$$u + (u' - u)\,x' = u + (u'_2 - u)\,x''$$

D'ailleurs, la quantité de chaleur enlevée pendant la transformation C''K est égale à $r_2 x''$; on a donc, en tenant compte des deux expressions qui précèdent :

$$P\,(t_2 - t_0) = q' - q_2 + \left[r' - Ap'\,(u' - u)\right] x' + Ap_2\,(u' - u)\,x'$$

Lorsque l'on fait $x' = 1$ et que l'on néglige le dernier terme, dont l'influence n'est pas grande, on trouve :

$$P = \frac{q' - q_2 + \rho'}{t_2 - t_0}$$

et, en se servant de la valeur de ρ donnée au numéro 47 :

$$P = \frac{q' - q_2 + 575{,}4 - 0{,}791\,t'}{t_2 - t_0} = \frac{575{,}4 + 0{,}209\,t' - t_2}{t_2 - t_0}$$

tandis que la formule que l'on applique ordinairement, est :

$$P = \frac{606{,}5 + 0.305\,t' - t_2}{t_2 - t_0}$$

Comme on le voit, l'écart entre les deux valeurs n'est pas très considérable (1). Ce calcul nécessiterait du reste encore une correction à cause de l'étranglement à l'échappement, du frottement dans la conduite reliant le cylindre au condenseur, et de la tension de l'air du condenseur.

Lorsque l'on tient compte de l'influence des parois, il faut ajouter à la chaleur dont nous avons fait le calcul, celle qui est communiquée à la vapeur, pendant l'échappement, par les parois du cylindre ; les théories exposées au numéro 126 nous ont donné l'expression graphique de cette

1. *Zeuner*, pp, 368 à 385..
Madamet, pp. 149 à 152. — M. Dwelshauvers-Dery prend comme base de calcul l'équation de la 4e période du diagramme dans la méthode de Hirn (148) ; *Revue universelle des Mines*, 3e série, t. V (1889). — Pour appliquer cette méthode à un calcul *a priori*, il faut faire des hypothèses sur l'action des parois.

quantité de chaleur, déduite du poids de vapeur présente au cylindre au commencement et à la fin de la détente, et du poids admis au cylindre.

M. Madamet fait du reste remarquer avec raison que le moyen le plus sûr de calculer *a priori* la quantité d'eau froide à injecter dans un condenseur, ou la quantité de chaleur à enlever aux parois d'un condenseur à surface, consiste à prendre la différence entre la chaleur fournie au kilogramme de vapeur par la chaudière, et l'équivalent du travail que l'on peut attendre de cette dépense de chaleur, en partant des données établies par l'expérience dans les conditions où se trouve le moteur en projet. En fait, tout calcul établi sur d'autres bases est affecté des mêmes incertitudes que les problèmes qui se rapportent au travail recueilli.

Il faut encore ajouter que le régime des machines est variable dans la plupart des cas, c'est-à-dire que la pression initiale, le degré d'introduction, et même le nombre de tours, peuvent varier dans certaines limites, et que les calculs relatifs aux condenseurs doivent être faits dans l'hypothèse la plus défavorable.

§ IV

Machines à cycles spéciaux.

136. — *Machines à multiple expansion.* — Dans les machines de Woolf et les machines compound de divers types, la vapeur fonctionne dans deux ou plusieurs cylindres successifs ; nous n'avons pas à les décrire ici, ni à chercher toutes les raisons qui peuvent les faire préférer aux machines monocylindriques, mais nous devons essayer de les analyser au point de vue thermique, ce que nous ferons d'abord en négligeant l'action des parois.

Imaginons une machine ordinaire à détente complète et sans espace nuisible, elle aura pour diagramme de pressions le contour F B C E (fig. 92). Ce diagramme peut être réalisé en deux fois, c'est-à-dire dans deux cylindres successifs dont les volumes seraient respectivement AD et FE ; le premier, choisi arbitrairement, admet le volume de fluide BC, le détend suivant CD, puis l'expulse dans un *réservoir* que nous sup-

posons indéfini, dans lequel est maintenue la pression M, (constante en vertu de notre hypothèse sur les dimensions du réservoir). La vapeur est ensuite admise au grand cylindre; si l'on suppose qu'elle n'a pas subi de transformation dans le réservoir, et que le volume d'admission AD au grand cylindre est précisement égal au volume d'échappement du petit cylindre, la pression d'admission au grand cylindre sera égale à M, et la ligne de transformation qui en résulte se superposera sur la ligne d'échappement du petit cylindre. La vapeur achève son évolution suivant DEF comme dans la machine ordinaire.

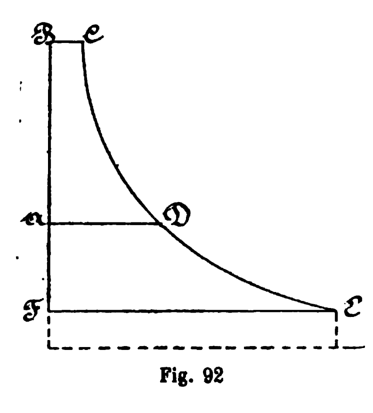


Fig. 92

Le travail de l'alimentation retranche de ce diagramme une surface rectangulaire très étroite, comme dans la machine monocylindrique.

On imagine facilement le partage du diagramme en trois ou quatre parties à peu près équivalentes en surface, et l'on obtient ainsi les machines à triple ou quadruple expansion; peu importe comment les pistons transmettent leur action à l'arbre moteur : ou trouve, du reste, à ce point de vue, un très grand nombre de combinaisons; il peut arriver, par exemple, que chacun des étages du diagramme ci-dessus soit accompli dans deux cylindres jumeaux, ils fonctionnent alors comme un seul cylindre de volume double.

Les réservoirs intermédiaires dans lesquels séjourne la vapeur en passant d'un cylindre au suivant sont nécessités par le manque de concordance entre l'échappement d'un cylindre et l'admission au cylindre qui le suit; le calcul établit [1] que la dimension de ces réservoirs ne doit pas être bien considérable pour que la pression s'y maintienne sensiblement constante, comme nous l'avons supposé.

Réduite à ces simples termes, la machine à expansion multiple ne présenterait aucune supériorité physique, son diagramme entropique (fig. 93), serait identique à celui de la machine monocylindrique; la ligne

1. Ce calcul a toujours été fait, il est vrai, en assimilant la vapeur à un gaz permanent qui se détendrait ou se comprimerait à une température constante; aussi ne pourrait-il être sérieusement invoqué, si, par un concours assez compliqué de circonstances, ses conclusions n'étaient vérifiées par l'expérience. Voir, par exemple, *Note sur les Diagrammes de deux machines marines*. — *Annales des Ingénieurs* sortis des Écoles spéciales de Gand, 1886.

$D_1 A_1$ (température du réservoir) n'interviendrait même pas dans le cycle total, car le transvasement de la vapeur d'un cylindre dans l'autre ne modifie pas l'entropie du fluide ; cette ligne peut avoir un certain intérêt au point de vue du partage du travail entre les deux cylindres, elle n'en a aucun en ce qui concerne l'utilisation de la chaleur.

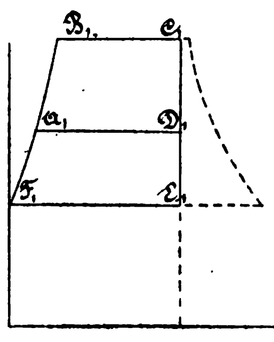


Fig. 93.

137. — La principale raison d'être du système compound résulte de l'influence des parois, qui sera examinée à part ; dans l'état actuel de nos connaissances, cette influence est très difficile à apprécier quantitativement, et les explications élémentaires que l'on a voulu donner de l'avantage économique du système compound sont en réalité très peu satisfaisantes. D'ailleurs, il ne peut en être autrement, car cet avantage résulte de la balance qui s'établit entre diverses circonstances, les unes favorables, les autres défavorables au rendement, (les étranglements, les pertes de charge et les condensations des réservoirs, par exemple).

En dehors du côté purement calorimétrique de la question qui nous occupe, on peut étudier diverses questions relatives au rendement de la machine compound ; pour le moment, nous pouvons examiner la modification que ce système introduit dans les espaces nuisibles.

Nous avons établi, au numéro 124, que dans toute machine à parois inertes à détente complète, on peut annuler, par une compression convenable, l'influence de l'espace nuisible ; la remarque qui termine le numéro 126 signale les raisons pour lesquelles cette compression ne peut, dans les machines à condensation, être poussée aussi loin que l'exigent les conditions d'économie ; on peut même dire que, dans les machines à condensation à pression initiale quelque peu élevée, la compression est relativement insignifiante, et laisse à l'espace nuisible une grande partie de son influence.

Dans la machine compound, le petit cylindre est dans les conditions requises pour que la compression y produise les meilleurs effets, car la détente peut y être complète ; de plus la pression du réservoir intermédiaire possède une valeur qui se concilie complètement avec les conditions de la distribution. Le grand cylindre est aussi notablement amélioré, parce que la pression initiale y est très modérée, influence qui

atténue l'effet de l'espace nuisible (123); d'autre part, la compression fournie par le réglage normal de la distribution ramène la pression de l'espace nuisible assez près de celle du réservoir intermédiaire. (1)

Il est suffisamment établi aujourd'hui que la question des espaces nuisibles n'est réellement importante que dans les machines monocylindriques à condensation, pour lesquelles il y a grand intérêt à les réduire matériellement ; cette réduction a été poursuivie surtout par Corliss. Pour les machines compound, la question des espaces nuisibles n'existe pour ainsi dire pas, elle est facilement résolue par la compression (2)

138. — *Machines à vapeurs combinées.* — L'influence de la nature du fluide s'exerce, non sur le rendement du cycle de Carnot, mais sur la forme du diagramme du travail. On peut, par l'emploi d'un liquide très volatil, comme l'éther, et pour un écart donné de températures, exagérer la pression motrice, et réduire en conséquence le volume du cylindre. Dans la machine à vapeur d'eau, la faiblesse des pressions motrices aux températures peu supérieures à celle du condenseur contribue à abaisser le rendement organique. Par contre, l'eau est bien le fluide le plus avantageux aux températures initiales, car la pression de sa vapeur n'a rien d'excessif ; celle de l'éther, au contraire, atteint 10 atmosphères environ pour la température modérée de 120°.

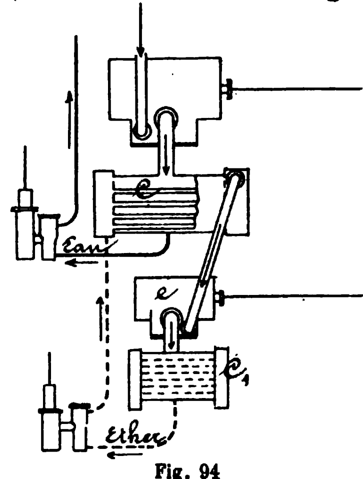


Fig. 94

Il résulte de ces considérations que l'eau est avantageuse pour la partie supérieure du cycle, et que l'éther convient mieux aux basses températures. Les machines à *vapeurs combinées*, imaginées par M. Du Trembley en 1840, comprenaient un premier cylindre à vapeur d'eau fonctionnant entre les températures de 120° (2atm.abs.) et 70° (0atm.,30 abs.). Le condenseur C (fig. 94), était à surface, et servait de vaporisateur

1. M. *de Fréminville* avait surtout insisté sur ce bénéfice de la machine compound, dans une remarquable étude publiée en 1878, mais en négligeant le rôle des parois sur lequel nous reviendrons par la suite.

2. Qui peut cependant donner lieu à de sérieuses difficultés lorsque les machines doivent pouvoir éventuellement fonctionner à échappement libre, c'est-à-dire avec des pressions d'échappement plus élevées.

d'éther ; cette dernière vapeur était employée dans un cylindre spécial *e*, puis condensée dans un condenseur à surface C_1, refroidi par un courant d'eau ; l'éther liquide était repris dans ce condenseur et refoulé au vaporisateur C. Dans une expérience, on a trouvé que la température de l'éther dans le vaporisateur était de 52° (1,75atm.abs.) et que la température inférieure du cycle descendait à 20° (0,57atm.abs.).

Si les cycles étaient parfaits, et s'il n'y avait pas de chute de température entre les deux machines, le rendement des deux cylindres combinés couvrirait l'écart total des températures (120° — 20°) tandis que celui de la machine à vapeur d'eau, avec condensation obligée à 35° environ, ne porte que sur une chute de 120° à 35°. La différence est surtout sensible parce que la température initiale de la machine à vapeur d'eau est peu élevée [1].

L'expérience avait donné un certain avantage économique aux vapeurs combinées ; d'ailleurs, à cette époque, la pression initiale des chaudières marines, (qui étaient alimentées à l'eau de mer), était toujours inférieure à 2 atmosphères, et l'on cherchait à utiliser la partie du cycle la plus désavantageuse et donnant lieu à un grand encombrement. Le système de Du Trembley était rationnel, il n'avait que l'inconvénient de la complication et de l'emploi d'un liquide dangereux.

Nous savons que, dans tout cycle de machine à vapeur, la période de compression est considérée comme irréalisable. Ce fait modifie les conclusions un peu sommaires que l'on pourrait tirer de l'assimilation des cycles à ceux de Carnot ; ainsi, en supposant qu'il n'y ait pas de chute de température au vaporisateur à éther, les cycles entropiques des deux vapeurs sont représentés fig. 95 ; le poids d'éther (environ 4 à 5 kilogrammes) à conjuguer avec 1 kilogramme d'eau, résulte de ce que le rectangle *ad'* doit être équivalent à la chaleur cédée à l'éther *f'fgdd'*. Si la machine était à vapeur d'eau entre les mêmes températures, elle donnerait un rendement différent, la ligne *fg* serait remplacée par *ka* [2].

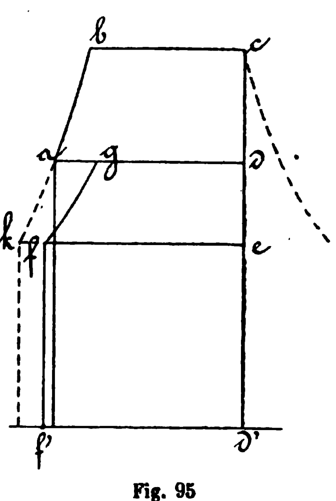


Fig. 95

1. *Ledieu*. — Les nouvelles Machines à vapeur marines, t. I, p. 189.
2. Les données reproduites au n° 66, pour l'acide sulfureux et l'ammonia-

139. — *Vapeurs autres que la vapeur d'eau.* — Divers corps ont été proposés ou essayés pour remplacer la vapeur d'eau [1]; les liquides volatils diminuent l'encombrement, mais les pressions très élevées obligent à diminuer l'écart des températures; en général donc, on ne peut guère espérer des diverses vapeurs un rendement supérieur à celui de la vapeur d'eau. Il ne faudrait pas cependant trop se hâter de conclure, en s'appuyant sur les propriétés des cycles de Carnot, à l'équivalence de toutes les vapeurs, car le rapport entre la chaleur du liquide et la chaleur de vaporisation, qui diffère lorsque l'on passe d'un corps à l'autre, peut rompre cette équivalence d'une manière sensible. En un mot, les vapeurs sont inégales parce que leurs cycles sont différemment altérés par la période d'échauffement du liquide, la limite adoptée pour la détente, l'influence plus ou moins grande des parois, affectée du reste par la nature du fluide.

140. — L'affinité de certains corps pour l'eau, vaincue par l'élévation de température, comme nous le verrons dans l'étude des machines à glace (189), peut servir à faire fonctionner des moteurs; le corps volatil est refroidi par un condenseur à surface, et repris par l'eau, qu'il échauffe; cette dissolution est réintroduite dans les régénérateurs. Il ne s'agit pas ici d'une vaporisation ou d'une condensation, mais de la décomposition et de la reconstitution successives d'une solution, (Haton de la Goupillière, t. I, p. 849).

141. — On peut ainsi utiliser des phénomènes d'affinité en se servant de la chaleur qu'ils dégagent, pour vaporiser un liquide, ou tout au moins pour contribuer à cette vaporisation; tel est par exemple le système de M. Honigmann, employé pour des locomotives de tramways; la vapeur d'échappement est absorbée, avec un fort dégagement de chaleur, dans une solution très concentrée de soude caustique, qui entoure la chaudière à vapeur d'eau. Pour que le phénomène puisse se produire, il faut commencer par introduire dans la chaudière une certaine quan-

que, pourraient être employées utilement à l'étude de machines fonctionnant au moyen de ces vapeurs. On a employé le chlorure et le sulfure de carbone; M. Lafond a fait usage du chloroforme.

1. Haton de la Goupillière, t. I.

tité d'eau surchauffée (1); la soude caustique se sature peu à peu et le phénomène cesse, mais elle peut être revivifiée par la chaleur (2). Une charge de soude modérée suffit pour entretenir la vaporisation pendant plusieurs heures.

Nous rencontrons ici un fait entièrement nouveau dans la théorie des moteurs thermiques, puisque le fluide qui abandonne la machine se met spontanément à une température supérieure à celle de la chaudière; mais on ne peut nullement invoquer ce phénomène contre le postulatum de Clausius, attendu qu'une action moléculaire intervient, et joue le rôle d'un véritable foyer.

142. — Parmi les diverses vapeurs essayées avec plus ou moins de succès, celle qui a donné lieu aux applications les plus importantes est la vapeur légère de pétrole; il ne faut pas confondre ces machines avec les moteurs dont il a été question au n° 117, dans lesquels l'hydrocarbure sert à produire dans le cylindre un mélange détonant.

L'huile choisie, qui présente une densité de 0,725, (un peu supérieure à celle du naphte), est vaporisée dans un serpentin, qui constitue la chaudière. MM. Yarrow et Cie, à Londres, qui construisirent ce genre de moteurs pour actionner des embarcations légères (3), se servaient primitivement d'un jet de la vapeur combustible pour chauffer le serpentin; plus tard, ils ont employé, pour alimenter le foyer, un brûleur consommant du pétrole ordinaire.

Des expériences ont été faites par ces constructeurs pour comparer les travaux recueillis au frein par un même moteur, alimenté successivement à la vapeur de naphte et à la vapeur d'eau, pour *une même dépense* de combustible. La machine essayée était un petit moteur à très grande introduction (4). La puissance a été à peu près deux fois plus grande pour la machine à hydrocarbure; la pression moyenne, pour cette dernière, a été notablement supérieure à celle de la vapeur d'eau pour la même température.

1. Comme dans le système de locomotive sans foyer de Lamm et Francq. La Locomotive sans foyer, Paris. Dunod, 1876. Engineering, 1882, 2e sem., p. 208. — Cette machine ne diffère en rien du moteur ordinaire, mais elle fonctionne au moyen d'une provision d'eau chaude emmagasinée sous forte pression, et dépensée à une pression réduite. Il y aurait lieu de faire l'étude du système au point de vue théorique.
2. M. Riedler a publié sur ces machines une étude intéressante. Voir Engineering, 1883, 2e sem., p. 155 et 177; 1884, 1er sem., p. 53.
3. Connues sous le nom de *Zéphir Launches*.
4. *Engineering*. 1888, 1er sem., pp. 349-517-610.

Les propriétés physiques de la vapeur de pétrole ne sont pas suffisamment connues pour permettre de trouver les causes de cette supériorité, qui peuvent être multiples (influence des parois, diminution relative des frottements, influence de la chaleur du liquide).

La maison Esscher Wyss, de Zurich, construit aussi des embarcations légères à vapeur de naphte; une dérivation de la vapeur employée sert à alimenter le brûleur, comme dans la disposition primitive des machines de Yarrow (1).

143. — *Turbo-moteurs.* — Différentes tentatives ont été faites pour recueillir l'énergie de la vapeur en la faisant agir comme l'eau dans les turbines, c'est-à-dire en employant d'abord l'énergie à communiquer de la vitesse au fluide, et en utilisant la quantité de mouvement ainsi obtenue pour produire une impulsion. La grandeur de l'effet obtenu ne dépend que de la force vive que le fluide peut acquérir, c'est-à-dire de sa masse, qui est faible, et de sa vitesse, qui peut devenir très grande.

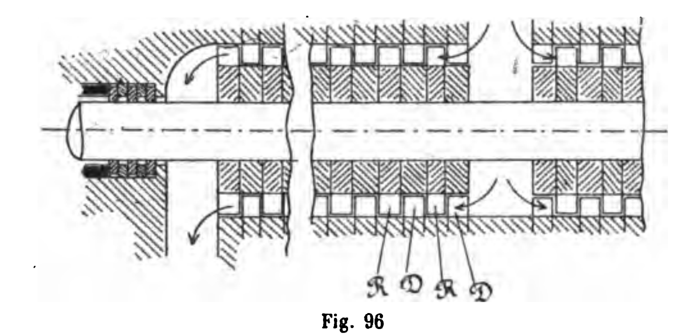
Le principe ci-dessus est très séduisant, car il permet de réaliser des machines extrêmement simples, sans organes à frottements, et sans avoir recours au mécanisme à bielle, dont l'inertie est une source de difficultés. La première idée du moteur à vapeur se trouve du reste dans l'*éolipyle* de Héron l'Ancien, appareil qui est au turbo-moteur ce que le tourniquet hydraulique est à la turbine.

Pour utiliser une chute de température assez élevée, on peut prévoir, d'après la théorie des turbines (2), que la vitesse d'entraînement doit être fort considérable; c'est en effet ce qui a lieu dans les machines réalisées jusqu'ici.

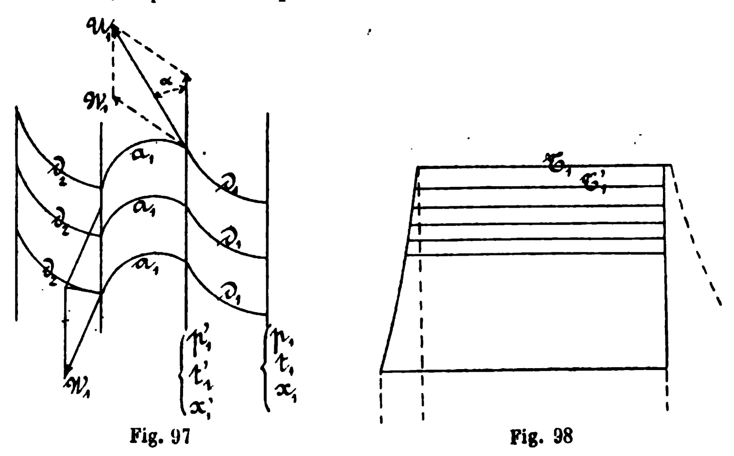
La voie dans laquelle *M. Parson* a trouvé un succès décisif consiste à employer un grand nombre de turbines (fig. 96) entre lesquelles la chute est partagée; la vapeur qui sort de la première roue R, avec une pression un peu réduite, est reçue entre des directrices fixes D qui l'amènent sur une deuxième série d'aubes mobiles, et ainsi de suite. Il y a jusqu'à 45 turbines montées sur le même arbre, et comme il en résulterait, pour celui-ci, une poussée longitudinale (2e fascicule, n° 39), on associe deux séries de turbines symétriques ; la vapeur est reçue, par exemple, à 6 atmosphères absolues, elle sort de la dernière roue à la pression atmosphérique, et s'échappe définitivement.

1. Engineering, 1892, 2e sem., p. 320.
2. 2e fascicule.

Sans vouloir formuler une théorie minutieuse de cette machine, cherchons à nous rendre compte des conditions de son fonctionnement.


Fig. 96

En coupant les séries successives de directrices et d'aubes par un cylindre médian, on obtient, par développement, les directrices d_1, les aubes a_1, les directrices d_2, etc, (figure 97). La vapeur, avant de s'engager entre les directrices d_1, se trouve à la pression p_1 de la chaudière, sa température t_1 et son titre x_1, sont connus ; elle s'écoule en vertu de la différence de pression, et possède, dans la première section de séparation entre d_1 et a_1, une vitesse absolue U_1, dépendant de la pression p'_1 et, par conséquent de la température t'_1 qui règne dans cette section; son titre, x'_1 est celui qui résulte de la condition d'adiabaticité.


Fig. 97 Fig. 98

Si nous suivons le diagramme entropique de la quantité de vapeur qui s'écoule par une portion quelconque des canaux choisie de manière

à ce que cette quantité soit précisément un kilogramme, nous aurons, par l'équation (58):

$$A\frac{U_1^2}{2g} = \int_{T'_1}^{T_1} dq + r_1 x_1 - r'_1 x'_1 + A(p_1 - p'_1)u$$

c'est-à-dire que l'énergie disponible sous forme de force vive est précisément, si l'on néglige le dernier terme, la surface comprise entre les horizontales T_1 T'_1 dans la figure 98 (¹).

C'est cette énergie qu'il s'agit d'utiliser en ramenant au repos la masse de vapeur; or cette modification peut se faire sans changer la pression ni le titre, car il suffit de supposer que la vitesse relative W_1 que prend le fluide à l'entrée de la première roue mobile, soit conservée pendant le passage sur cette roue; on y arrivera en maintenant constante la section du canal, ce que nous pouvons supposer réalisé. Nous admettons que l'inclinaison des aubes à l'entrée soit telle qu'il n'y ait pas de choc, et nous négligeons le frottement.

Le mélange doit du reste quitter la première turbine avec une vitesse nulle, cette condition ne peut être réalisée pratiquement d'une manière parfaite, (non plus que dans les turbines hydrauliques), mais théoriquement, elle revient à supposer que les canaux s'infléchissent à la sortie de manière à être tangents au plan qui les termine perpendiculairement à l'axe; de plus, la vitesse d'entraînement doit être égale à W_1; rien ne s'oppose, à la rigueur, à ce qu'il en soit ainsi, il suffit de supposer que le tracé des aubes est celui des turbines d'action (2ᵉ fascicule, nº 46).

Théoriquement, la vitesse absolue du fluide à la sortie de la turbine est nulle, sa température et son titre sont donnés par le diagramme entropique. Le mélange reprend de la vitesse en vertu de la chute de pression qui existe entre l'entrée et la sortie de la deuxième série de directrices; nous pouvons répéter, au sujet de chaque paire de couronnes, le raisonnement qui a été fait pour la première. Toutes les turbines ayant le même diamètre et étant montées sur le même arbre, ont la même vitesse circonférentielle; par conséquent, la vitesse relative W est la même dans tous les canaux mobiles et égale à W_1, ce qui oblige, à cause de l'augmentation du volume spécifique du fluide, à

1. Le diagramme entropique ne s'applique pas aux opérations non réversibles; il nous sert ici à représenter, d'une manière commode, en nous appuyant sur l'équation de l'écoulement, la quantité de chaleur qui se trouve dans la vapeur sous forme cinétique.



agrandir les canaux des directrices suivant une loi déterminée. Cette augmentation peut s'obtenir en agissant sur leur largeur seulement, si on veut conserver le même tracé.

Quoiqu'il en soit, et sous réserve qu'il n'y ait ni chocs, ni frottements, et que le fluide soit ramené au repos absolu en sortant de chacune des roues, on voit que la machine utilisera toute la surface du cycle d'une machine ordinaire entre les mêmes limites de température (1).

Lorsque les turbines successives ont le même tracé et ne diffèrent que par la largeur, l'égalité des vitesses relatives W entraîne celle des vitesses absolues U, c'est-à-dire que le diagramme entropique est partagé, par les températures successives, en bandes d'égale surface.

Comme on ne peut pratiquement annuler la vitesse absolue avec laquelle le fluide quitte chacune des roues, une certaine quantité d'énergie sera conservée au bénéfice de la turbine suivante; cette condition n'est évidemment pas favorable au rendement, puisqu'elle abaisse la température à laquelle la chaleur est transformée en travail.

Les frottements et les chocs ont aussi pour effet de retransformer en chaleur, mais à une température inférieure, de la force vive déjà acquise, et conséquemment d'abaisser le rendement, en augmentant, en fin de compte, la chaleur perdue à l'échappement.

Si, pour préciser les indications ci-dessus, on prend le cas de 45 turbines successives, la vapeur de la chaudière étant sèche et à la pression de 6 atmosphères absolues, et si la vapeur est abandonnée à 100°, on trouve pour le titre final 0,89; la quantité de chaleur transformée en travail dans chaque turbine, par kilogramme de vapeur qui y passe, est, après calcul, de $1^{cal},713$.

La chute de température d'une turbine à l'autre est supérieure à 1° au commencement de la série, et elle décroît jusqu'à la sortie; admettons, cependant, que cette chute ne soit que de 1° au commencement; la vitesse, calculée par la formule approchée 59 (*bis*) est:

$$U_1 = 97^m,00$$

1. Le terme $A\,(p_1 - p'_1)u$, que nous avons négligé pour chaque turbine, est même nécessaire pour rétablir l'égalité du turbo-moteur avec la machine ordinaire, car, en réunissant tous les termes analogues, on voit qu'ils représentent la chaleur équivalente au travail d'introduction de l'eau dans la chaudière.



On sait que, pour les turbines d'action, on a la relation :

$$W_1 = \frac{U_1}{2 \cos \alpha}$$

α étant l'angle des directrices avec le plan normal à l'axe ; si l'on admet, par exemple : $\alpha = 60°$ (angle qui serait considéré comme très grand pour une turbine hydraulique), on trouve :

$$W_1 = 97^m,00$$

Pour un diamètre de $0^m,10$, cette vitesse, égale à la vitesse d'entraînement, correspondrait à 18.400 révolutions par minute ; la vitesse réalisée n'est que la moitié environ de celle que nous donne ce calcul.

La consommation de vapeur de cette turbine, employée pour actionner des génératrices d'électricité, a été trouvée de 23 k., 5 par cheval électrique et par heure, soit probablement 19 kilogrammes rapportés au travail fourni à l'arbre. Ce chiffre est un peu supérieur à celui des machines ordinaires fonctionnant dans les mêmes conditions de pression, mais il lui reste cependant comparable, c'est-à-dire que les pertes dans les deux cycles, quoique provenant de causes différentes, sont du même ordre.

Le régulateur de vitesse des turbo-moteurs doit nécessairement agir sur la pression d'entrée, c'est-à-dire comme un détendeur, ce qui a pour effet d'abaisser le rendement lorsque la machine ne fonctionne pas à pleine puissance.

La turbine Parson, perfectionnée récemment, a été appliquée à une importante station électrique à Cambridge ; les machines fonctionnent au moyen de la vapeur surchauffée, et a condensation ; des essais minutieux, conduits par *M. Ewing*, ont établi qu'à pleine charge la nouvelle turbine ne consommerait que 7 kilogrammes de vapeur par cheval sur l'arbre, chiffre comparable, sinon inférieur, à celui des meilleures machines à vapeur compound qui se trouvent dans les mêmes conditions de pression. La surchauffe améliore le cycle, mais elle semble agir surtout dans ce cas en diminuant le frottement. Le nouveau régulateur agit en ouvrant plus ou moins longtemps, d'une manière rhythmique, la prise de vapeur.

Le principe des turbo-moteurs n'a donc rien d'irrationnel, ni en théorie, ni dans l'application ; l'obstacle qui en arrête le développement est la grande vitesse de rotation, qui ne convient guère que pour les machines électriques. Des dispositions très ingénieuses ont été prises pour réaliser cette vitesse ; dans l'impossibilité de faire coïncider l'axe prin-

cipal d'inertie avec l'axe de figure de l'arbre, on a laissé à ce dernier une certaine liberté, les coussinets, au lieu d'emboîter l'arbre, sont constitués par une série d'anneaux qui peuvent se déplacer dans le sens du rayon [1], tout en étant maintenus ensemble par la pression d'un ressort.

§ V

Action des parois.

144. — Lorsque l'on évalue la quantité de chaleur transformée en travail en prenant la surface de l'un des diagrammes thermiques examinés depuis le commencement de ce chapitre, on trouve un résultat économique toujours supérieur à celui que donne l'expérience. La différence, surtout pour les machines à condensation, est considérable (elle peut atteindre 40 %), et par le fait, la plupart des théories exposées au chapitre précédent ne conservent qu'une valeur relative ; très utiles pour indiquer qualitativement l'influence de certains facteurs, elles ne permettent pas de faire *a priori* des calculs précis sur le rendement ou les dimensions d'une machine. Elles peuvent même induire en erreur ; ainsi, d'après ce qui précède, il y aurait tout avantage, dans la machine à parois inertes, à réaliser une détente complète, alors que, dans la pratique, l'influence des parois assigne une limite à la détente, c'est-à-dire que les machines présentent un maximum de rendement (calculé sur la puissance indiquée) pour un rapport de détente relativement peu élevé.

M. Reech avait remarqué, dès 1850 [2], que la consommation réelle, rapportée au coup de piston, est notablement supérieure à celle que l'on peut déduire du diagramme en prenant, par exemple, le volume de vapeur lorsque l'introduction vient de se fermer ; il en a conclu qu'une notable quantité de la vapeur admise, condensée au début de la course, échappe au calcul.

1. Pour les essais de M. Ewing et la description du nouveau turbo-moteur voir *Engineering*, 1891, 1er sem., p. 504 ; 1892, 1er sem., p. 52 ; 2e sem., pp. 571, 571 ; l'ancien moteur a fait l'objet de nombreux articles dans la même publication, 1885, 1er sem., pp. 451, 461 ; 1887, 1er sem., p. 379 ; 1888, 1er sem., p. 35.
La nouvelle turbine Parson est radiale au lieu d'être axiale, comme les turbines *Dumoulin* et *Dow*, qui sont centrifuges. *Haton de la Goupillière*, t. II, pp. 423 à 434.
2. — *Madamet*, Appendice.

D'ailleurs, nous savons que, dans la détente adiabatique, la quantité de vapeur que l'on peut déduire du diagramme est variable en chaque point de la détente, mais les différences que l'on trouve en réalité ne sont pas celles qui résultent de la variation du titre que produirait la détente adiabatique ; il arrive même le plus souvent que le titre, au lieu de s'abaisser, s'élève pendant la détente.

Reech avait conclu de ces faits, que « l'on est conduit à des conséquences fausses en raisonnant sur un cylindre dont les parois n'auraient pas la faculté d'absorber ou de restituer du calorique. »

Qu'on remarque bien ici qu'il ne s'agit pas, pour les parois, de la faculté de *laisser passer* du calorique, ce qui ferait allusion à une perte par rayonnement ; le phénomène envisagé est tout autre, et d'une importance beaucoup plus grande.

Hirn poursuivait en Alsace, à peu près à la même époque, un ensemble de recherches calorimétriques tendant à vérifier, au moyen de la machine à vapeur, l'équivalent mécanique de la chaleur. Cette détermination devant comporter nécessairement la mesure du travail recueilli, L, celle de la chaleur reçue Q_1 et de la chaleur Q_2 rendue par la machine, on devait trouver, entre ces quantités, la relation :

$$Q_1 - Q_2 = AL$$

qui était vérifiée d'une manière suffisamment exacte en se servant de l'équivalent mécanique, connu avec une très grande approximation par d'autres expériences. Or, la dépense de chaleur Q_1 a toujours été trouvée supérieure à celle accusée par les diagrammes. Hirn a attribué, comme Reech, et indépendamment de lui, la perte de chaleur à l'action de la couche métallique superficielle, qui, refroidie pendant la détente et la communication avec le condenseur, se réchauffe pendant l'admission en condensant de la vapeur, et fournit ensuite de la chaleur au fluide qui se détend, mais sans vaporiser complètement le liquide déposé sur les parois ; ce liquide n'achève de se vaporiser que pendant l'échappement, en continuant à emprunter de la chaleur aux surfaces avec lesquelles il est en contact.

Le refroidissement qui résulte du phénomène qui vient d'être indiqué provoque une nouvelle condensation au moment de l'admission, et le même ordre de choses s'établit et se perpétue à chaque évolution, en produisant un effet analogue, dit *M. de Fréminville* (*cours pratique de machines à vapeur marines*, 1861), à une fuite de vapeur qui passerait

directement de la chaudière au condenseur par l'intermédiaire d'un canal qui serait ménagé dans la paroi du cylindre [1].

145. — Le phénomène hypothétique étudié au n° 126, bien qu'il ne puisse être assimilé complètement à l'action des parois, est de nature à bien faire comprendre le sens de cette action.

En se reportant à la figure 83, on voit que dans une machine sans espace nuisible et à détente incomplète recevant de la chaudière une certaine quantité de chaleur, l'effet d'une plaque conductrice qui prend constamment dans le cylindre la température de la vapeur, est de condenser, pendant l'admission, la quantité de vapeur correspondant à l'altération BB' du cycle entropique. Toute la chaleur correspondante n'est pas perdue néanmoins, attendu que la ligne B'M n'est pas adiabatique, mais la plus grande partie, représentée par la surface B'B*bm*M, passe au condenseur sans effectuer de travail.

Dans l'hypothèse qui a servi de base au raisonnement, la quantité de chaleur perdue au condenseur par l'effet de la paroi augmente lorsque la détente est de moins en moins complète ; l'expérience ne justifie pas entièrement cette déduction ; l'explication de ce désaccord est donnée au n° 166.

146. — Nous avons supposé qu'une plaque métallique se trouvait dans le cylindre, mais nous aurions pu obtenir les mêmes effets d'une certaine masse d'eau se retrouvant en quantité constante au commencement de l'évolution, c'est-à-dire échappant, par suite de son adhérence aux parois ou par toute autre cause, au courant qui balaye l'intérieur du cylindre pendant les premiers instants de l'échappement.

Soit μ le poids d'eau qui se trouve dans le cylindre (supposé à parois inertes). Lorsque l'on introduit 1 kilogramme de vapeur saturée sèche venant de la chaudière, une partie y de cette vapeur se condense pour échauffer l'eau que nous supposons refroidie à la température du condenseur, on a :

$$y = \frac{\mu (q_1 - q_2)}{r_1}$$

1. M. *Dwelshauvers-Dery* emploie une comparaison plus complète et plus exacte. (Voir Encyclopédie *Léauté*, Calorimétrie de la Machine à vapeur), car la chaleur ne s'écoule pas directement et intégralement; une partie est restituée pendant la détente, bien qu'à une température inférieure à la température *maxima* du cycle. Il n'y a de chaleur s'écoulant directement que celle qui passerait, par conductibilité longitudinale (d'une face à l'autre du piston), et par rayonnement extérieur).

le poids total qui subit les transformations du cycle est $1 + \mu$, et son titre est :

$$\frac{1 - \mu \dfrac{q_1 - q_2}{r_1}}{1 + \mu}$$

La quantité de vapeur présente au cylindre à la fin de l'admission est $1 - y$. Ces données nous permettent de tracer le diagramme entropique du poids $1 + \mu$ figure 99 ; AB, ligne de transformation du liquide $1 + \mu$ s'obtient en ajoutant les abscisses des lignes *ab* (1 kilog.) et *ee* (μ kilog.). La quantité de vapeur $1 - y$ étant connue [1], on portera :

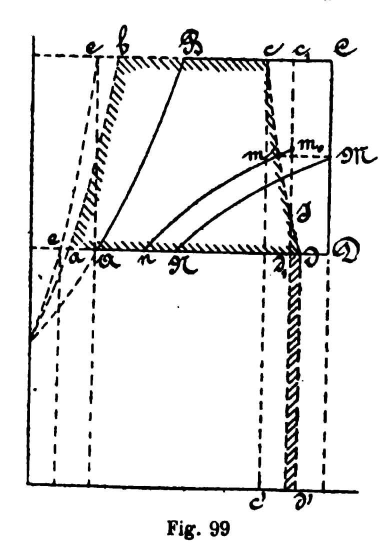


Fig. 99

$$BC = \frac{(1 - y)\, r_1}{T_1}$$

Le cycle s'achève au moyen des lignes CD, DA. Au point A la quantité de liquide est $1 + \mu$.

Pour comparer à la machine ordinaire celle qui nous occupe, et dans laquelle nous avons admis qu'un poids μ d'eau stagnante se trouve dans le cylindre au commencement de chaque course, nous pouvons rapporter tout le diagramme à la ligne *ab*, c'est-à-dire déplacer vers la gauche toutes ses abscisses de quantités égales aux abscisses de la ligne *ee*, relative au liquide μ ; nous obtenons ainsi la ligne *cd* (située par rapport à CD comme *ee* est située par rapport à l'axe des entropies nulles). La chaleur utilisée par le cycle est *abcd*.

Quant à la machine ordinaire fonctionnant avec cylindre sec à l'état initial et admettant 1 kilogramme de vapeur sèche, son diagramme sera abc_1d_1, car le point *b* est relatif au kilogramme du liquide, bc_1 se rapporte à 1 kilogramme de vapeur ; cc_1 est relatif au poids *y* de vapeur

1. Les choses se passent évidemment comme si la chaleur nécessaire pour porter le poids μ, de la température T_2 à la température T_1, était fournie directement par la chaudière ; mais, dans ce cas, ayant déjà tenu compte de cette quantité de chaleur dans le tracé AB, nous ne devrons augmenter l'entropie que de la quantité correspondante au poids $1 - y$ de vapeur.

dont la condensation était nécessaire pour échauffer le liquide μ. Le rectangle dont la base est cc_1, qui représente la chaleur de vaporisation (ou de condensation) du poids y, est équivalent à la surface $c'c\ dd'$.

Donc, pour une même dépense de chaleur, la machine qui renferme à l'état initial une certaine quantité d'eau, emporte au réfrigérant une quantité de chaleur supérieure; la différence est le rectangle $d_1\ d'$ couvert de hachures.

Il y a du reste identité absolue entre ce diagramme et celui du n° 126; le poids d'eau qui peut produire les mêmes effets qu'une plaque métallique mince est très faible, car sa chaleur spécifique est l'unité, tandis que celle de la fonte, égale à 0.115 (158), est 8, 7 fois moins grande. Comme la densité de la fonte est 7, 2 fois plus grande que celle de l'eau, il s'en suit que les quantités de fonte ou d'eau capables de produire les mêmes effets sont à peu près égales en volume.

Nous pourrions examiner sur les deux machines (avec ou sans eau initiale) l'effet d'une détente incomplète. L'opération irréversible pendant laquelle le cylindre se met instantanément en équilibre de pression avec le condenseur peut être remplacée, comme nous l'avons démontré, par une transformation réversible à volume constant MN dans le cas où il y a de l'eau stagnante, mais qui devient mn par le transport horizontal effectué sur tout le cycle ABCD. Dans la machine dont le cylindre est sec au moment initial, la transformation à volume constant qui met fin à la détente, doit aboutir au même point n, en supposant que le cylindre ait le même volume que dans l'autre cas; par conséquent, les transformations mn coïncident dans les deux machines, mais elles commencent en des points m_0, m un peu différents. La même observation pouvait être faite au n° 126.

Il résulte de cette remarque que la présence de l'eau dans le cylindre au moment initial aura pour effet de prolonger la détente jusqu'à une température plus basse (m au lieu de m_0), mais l'inverse pourrait se produire si les dimensions du cylindre étaient telles que la ligne $m_0 m$ tombât en dessous du point I.

147. — Les deux hypothèses examinées dans ce qui précède (effet d'une plaque de métal ou effet d'une certaine quantité d'eau stagnante) se rapprochent de celles qui ont été émises pour expliquer l'action des parois; la première est celle de Hirn, la seconde est celle que M. Zeuner admet comme possible; nous les avons appliquées à un phénomène



simplifié, l'intervention du métal ou de l'eau dans un cylindre est beaucoup plus compliquée, mais il était néanmoins utile de donner ce premier aperçu.

Il serait impossible, sans faire appel aux lois physiques plus ou moins connues de la transmission de la chaleur à travers les milieux, ou sans procéder à des expériences directes très difficiles et très délicates ([1]), de découvrir quelle est l'hypothèse la plus probable, car les essais calorimétriques ne peuvent élucider complètement la question, leurs résultats s'expliquent indifféremment au moyen des deux hypothèses; cependant, des circonstances en apparence très accessoires peuvent jeter un grand jour sur la nature des phénomènes physiques qui s'accomplissent réellement.

Deux voies différentes se présentent pour résoudre le problème qui nous occupe : l'une, surtout expérimentale, fournit le moyen, en se servant de quelques hypothèses, d'analyser la chaleur communiquée au cycle par les corps étrangers (fonte ou eau); l'autre, plus théorique, consiste à rechercher, en se basant sur les lois de pénétration de la chaleur, l'expression analytique de la chaleur absorbée ou rendue ([2]).

148. — *Méthode d'expérience de Hirn* ([3]). — Elle consiste à recher-

1. Analogues, par exemple, à celles qu'a faites M. Bryan Donkin Jr pour mesurer directement la température des parois à toutes profondeurs pendant le fonctionnement même, ou pour examiner, au moyen de parois transparentes, ce qui se passe effectivement dans le cylindre. Nous ferons encore allusion, plus loin, à ces belles et intéressantes expériences.

2. M. *E. Haerens* (*Annales des Ingénieurs de Gand*, 1889), dans un important mémoire consacré à la machine à vapeur, a exposé un procédé de calcul qui consiste à considérer la température de la paroi comme constante, et à évaluer cette température d'après la condition que la somme algébrique des échanges est nulle pour la période (si nous supprimons le rayonnement et l'enveloppe); connaissant cette température moyenne, qui dépend des conditions du diagramme, l'auteur établit une formule donnant *a priori* la quantité de chaleur cédée aux parois pendant l'admission, et, par conséquent, la condensation; puis il suppose qu'une partie de cette eau rentre dans le cycle pendant la détente. M. Haerens a appliqué sa théorie à la machine monocylindrique et à la machine compound, et déterminé l'effet des enveloppes.

M. Thomas English a proposé, à plusieurs reprises, l'emploi de formules empiriques pour déterminer la *condensation initiale*. — *Institution of Mechanical Engineers*, 1887-1889 et mai 1892.

3. *Hirn*. — Théorie mécanique de la chaleur, et de nombreux articles dans le Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse, par Hallauer, de 1873 à 1883.

Zeuner. — Civil Ingenieur, 1881-1882. — Mémoires traduits dans la Revue universelle des Mines.

Dwelshauvers-Dery. — Divers articles de la Revue universelle des Mines, dont la substance est résumée et complétée dans le récent ouvrage du même auteur : — Étude calorimétrique de la machine à vapeur. — Encyclopédie Léauté.

cher, sur une machine à vapeur étanche, fonctionnant à une admission constante et égale sur les deux faces du piston :

1°) La chaleur Q_1 empruntée à la source supérieure;

2°) La chaleur Q_2 versée au condenseur;

3°) La chaleur AL transformée en travail;

4°) La chaleur rayonnée *e*.

Entre ces quantités, on doit avoir la relation :

$$(a) \qquad Q_1 = AL + Q_2 + e$$

dont la vérification indique si l'expérience a été bien faite.

On analyse, en se servant du diagramme moyen de l'essai, et en faisant certaines hypothèses, le passage de la chaleur de la vapeur aux parois ou *vice versa*, en attribuant à la fonte un rôle capital et exclusif dans ce passage.

Ces hypothèses sont :

A) que la vapeur est sèche à la fin de l'échappement, au moment où la compression commence;

B) que le fluide emprisonné dans le cylindre se comporte comme un mélange uniforme, de température constante dans toute sa masse ; c'est-à-dire que, si de l'eau se forme sur les parois par condensation de vapeur, elle a toujours la température de la vapeur avec laquelle elle est en contact, bien qu'elle touche, d'autre part, une paroi métallique plus froide pendant l'admission, plus chaude pendant l'échappement.

L'hypothèse **A**) est nécessaire pour définir un état initial du fluide qui reste dans le cylindre à un moment déterminé et connu. L'hypothèse **B**) permet de calculer, à un instant quelconque, la chaleur interne du fluide d'après sa composition.

L'équation (*a*) permettrait, à la rigueur, de trouver la chaleur rayonnée *e*, mais par la différence de deux nombres très grands, sur lesquels une erreur relative assez faible aurait une influence considérable. D'ailleurs, une incertitude presque sans remède s'attache à la détermination de la quantité de chaleur Q_1, car si le poids de la vapeur fourni à la machine peut être déterminé avec une très grande approximation [1], son titre n'est pas connu avec précision.

1. Par le poids de l'eau d'alimentation fournie à la chaudière, et moyennant les corrections nécessaires. On peut aussi condenser la vapeur qui sort de la machine dans un condenseur à surface. On prendra la différence entre le poids d'eau d'injection et la décharge du condenseur; ce dernier moyen est incertain, à cause de la grandeur des nombres.

La vapeur des chaudières peut entraîner une quantité d'eau plus ou moins grande en suspension, et il n'existe aucun moyen pratique convenable de déterminer la proportion exacte d'eau entraînée (1). Mais la chaleur rayonnée *e* est toujours fort petite, on peut la connaître avec une approximation suffisante en laissant séjourner la vapeur dans la machine arrêtée, et en mesurant l'eau de condensation des purges. L'équation pourra, par conséquent, servir de vérification, notamment pour ce qui concerne l'eau entraînée.

Q_1 comprend aussi la chaleur cédée par la vapeur qui se condense dans les enveloppes, et que l'on calcule d'après le poids de l'eau évacuée par les robinets de purge.

Procédons à la détermination de la chaleur absorbée et rendue par les parois, et, à cette fin, supposons que, sur le diagramme du travail, on puisse déterminer les positions rigoureuses du piston pour lesquelles se produisent l'ouverture et la fermeture de l'admission et de l'échappement.

Première période. — La compression commence en A, figure 100, la vapeur emprisonnée est sèche en vertu de l'hypothèse **A** ; son volume, et par conséquent son poids sont connus. Tous les volumes sont comptés à partir de la ligne XX obtenue en portan l'espace nuisible à gauche du point correspondant à l'extrémité de la course. La période considérée s'arrête en B; le volume et la pression du mélange étant connus, ainsi que le travail reçu, on trouve le titre du mélange en B, et on calcule sa chaleur interne ; désignons par U le travail interne, en l'affectant d'un indice se rapportant à la position du piston, par R la chaleur positive ou négative fournie par les parois, par L le travail ac-

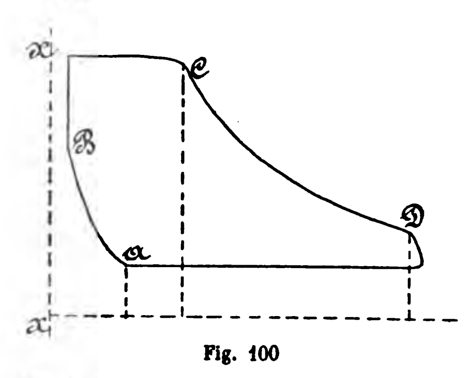


Fig. 100

1. Les méthodes employées à cet effet seront examinées à propos des chaudières. Le phénomène d'entrainement d'eau est contesté par quelques ingénieurs; d'après eux, il peut y avoir entrainement de paquets d'eau lorsque les dispositions de chaudières s'y prêtent, mais non entrainement continu. Le *procédé au sel*, sur lequel ils se basent pour énoncer ce fait, est sujet à objections.

compli, qui prend le signe négatif dans le cas où il est reçu par le fluide; R et L comprennent donc implicitement leur signe.

La quantité U, se rapportant à l'unité de poids, devra être multipliée par le poids μ du fluide emprisonné dans l'espace nuisible, et l'on aura :

$$\text{(I)} \qquad \overset{b}{\underset{a}{\mathrm{R}}} = \mathrm{A}\left[\mu\,(\mathrm{U}_b - \mathrm{U}_a) + \overset{b}{\underset{a}{\mathrm{L}}}\right]$$

Cette équation permet de calculer la chaleur fournie; pour cette période, on trouvera que la valeur de R est négative [1], c'est-à-dire que la paroi absorbe de la chaleur.

Deuxième période. — Au point B, l'admission s'ouvre brusquement, l'espace nuisible achève de se remplir, c'est-à-dire qu'une certaine quantité de vapeur, poussée du tuyau d'admission par un piston fictif sous la pression p_1, se précipite dans l'espace nuisible; la courbe d'indicateur montre que ce remplissage a lieu instantanément, et que la pression est déjà établie lorsque le piston se meut; pendant ce temps la vapeur continue à affluer, du travail extérieur est accompli, et les parois se réchauffent par une forte condensation de vapeur.

Soit C le point du diagramme pour lequel l'admission vient de se fermer. Pendant le trajet de B en C, l'opération accomplie n'est pas entièrement réversible, à cause du remplissage de l'espace nuisible, mais le principe de l'équivalence s'applique néanmoins à la transformation, si l'on suppose que C est un point d'équilibre. Soit ν le poids de vapeur pris à la conduite, et x_1 son titre; ce poids, connu par l'expérience, est introduit sous la pression p_1, et la chaleur fournie, comptée depuis zéro, est :

$$\nu\,(q_1 + r_1\,x_1 + \mathrm{A}p_1\,u)$$

ν ne comprend que le poids admis dans le cylindre, à l'exclusion de celui condensé dans l'enveloppe. L'expression ci-dessus est obtenue en

1. On peut hardiment supposer, dans toutes les machines à vapeur saturée, humide ou sèche, et même légèrement surchauffée, que la vapeur est en dessous du point de saturation pour tout état du diagramme; s'il en était autrement, on s'en apercevrait du reste dans le calcul préliminaire du titre, car celui-ci serait supérieur à l'unité. Il faudrait alors chercher par tâtonnements le point où le titre est égal à l'unité, et, à partir de ce point, se servir des propriétés de la vapeur surchauffée.



ajoutant, à la chaleur interne, celle qui correspond au travail d'introduction, c'est-à-dire :

$$A p_1 \nu \left[u + (u'_1 - u) x_1\right]$$

car le volume admis a été expulsé du tuyau vers le cylindre.

La chaleur $A\mu U_b$ s'ajoute à celle qui vient de la chaudière ; pendant l'introduction, c'est le poids total $\mu + \nu$ qui évolue ; on a donc, en continuant l'emploi des mêmes notations :

$$\text{(II)} \qquad \overset{c}{\underset{b}{R}} = A(\mu + \nu) U_c - A\mu U_b - \nu (q_1 + r_1 x_1 + A p_1 u) + A \overset{c}{\underset{b}{L}}$$

Le point C du diagramme fait connaître, par le calcul du titre, la valeur du terme

$$A(\mu + \nu) U_c$$

Le diagramme fait connaître également le terme du travail.

L'équation fournira donc la valeur de la chaleur cédée par la paroi, entre les points B et C, au mélange qui se trouve dans le cylindre.

Troisième période. — Depuis le point C jusqu'au moment où l'échappement s'ouvre (ou un peu avant), c'est-à-dire jusqu'au point D, le poids du fluide ne varie pas ; la transformation CD est réversible, et on pourrait en déduire, point par point, la chaleur interne du mélange ; si nous considérons tout l'ensemble de l'opération, nous pouvons poser l'équation :

$$\text{(III)} \qquad \overset{d}{\underset{c}{R}} = (\mu + \nu)(U_d - U_c) + A \overset{d}{\underset{c}{L}}$$

qui fait connaître la chaleur fournie au fluide par la paroi.

Quatrième période. — Pendant le parcours de la ligne DA du diagramme, le poids ν est expulsé du cylindre, et son titre s'annule, tandis que le poids μ est réintroduit dans le cycle à l'état de vapeur sèche. Le point D correspond à un état d'équilibre ; à l'instant A où la compression va commencer, les deux parties μ et ν du fluide qui a pris part à l'évolution DA ont également atteint un état d'équilibre, et on peut calculer leur chaleur interne. Comme ν est entièrement liquéfié à la tem-

pérature t_2 du condenseur, pour laquelle la chaleur du liquide est q_2 par kilogramme, la chaleur interne du poids $\mu + \nu$ sera, au point A :

$$A \mu U_a + \nu q_2$$

mais il faut compter comme gain de chaleur interne l'échauffement de l'eau de condensation qui s'ajoute au cycle de D en A [1]. Appelons Q_2 le nombre de calories employé à cet échauffement, nombre qui est l'une des mesures de l'expérience. De plus, l'eau provenant de la condensation de la vapeur expulsée du cylindre dans le condenseur, y dépose l'énergie correspondante à ce travail d'expulsion, c'est-à-dire $A\nu p_2 u$ [2].

$$\text{(IV)} \qquad \overset{a}{\underset{d}{R}} = A \mu U_a + \nu q_2 + A \nu p_2 u + Q_2 - A (\mu + \nu) U_d + A \overset{a}{\underset{d}{L}}$$

Rien n'empêcherait évidemment de se servir de cette dernière équation pour déterminer la chaleur fournie par la paroi à la vapeur pendant l'échappement, car on peut mesurer ou évaluer tous les termes qui composent le second membre.

En ajoutant membre à membre les équations des quatre phases, on doit retrouver l'expression du principe de l'équivalence pour tout le contour fermé du diagramme, cette addition donne, en effet :

$$\text{(V)} \qquad \overset{a}{\underset{a}{\Sigma}} R + \nu (q_1 - q_2 + r_1 x_1) - Q_2 = A \overset{a}{\underset{a}{\Sigma}} L - A \nu (p_1 - p_2) u$$

Le premier membre de cette équation exprime bien l'excès de la chaleur fournie au fluide, soit par le cylindre, soit par la chaudière, sur la chaleur abandonnée définitivement au réfrigérant, tandis que le second membre représente le travail moteur développé sur le piston diminué du travail résistant de la pompe alimentaire.

Cette dernière équation pourrait remplacer l'une des autres, par exemple la dernière, et, par différence avec la somme des trois premières, fournir la chaleur cédée par la paroi pendant la quatrième période.

1. Il faudrait même compter le travail fourni à l'eau d'injection pour la pousser dans le condenseur.

2. En d'autres termes, le travail accompli sur le fluide, par les forces extérieures, ne comprend pas entièrement le travail L du diagramme depuis le point D jusqu'au point A, parce que le fluide conserve le volume u lorsqu'il est condensé.



Mais il y a plus : on peut, par une simple remarque, faciliter le calcul de cette quantité de chaleur; en effet, le cylindre pendant le fonctionnement, atteint un régime pour lequel son état thermique est le même au commencement et à la fin de chaque période, c'est-à-dire que la chaleur qu'il cède pendant la période est précisément celle qu'il reçoit.

Si donc le cylindre est parfaitement isolé par sa surface extérieure et s'il n'y a pas d'enveloppe, on doit trouver

$$\sum_a^a \mathrm{R} = o$$

Si le cylindre perd par rayonnement une quantité de chaleur *e* que l'on mesure, on aura :

$$e + \sum_a^a \mathrm{R} = o$$

Enfin, si le cylindre est entouré d'une enveloppe de vapeur, peu importe comment celle-ci est disposée [1], il s'y condense une certaine quantité de vapeur, une partie de la chaleur mise en liberté par cette condensation sous la pression connue de l'enveloppe, passe à la paroi extérieure d'une manière continue, l'autre partie est cédée à la paroi intérieure; appelons e_1 et E_1 ces deux quantités dont la somme est donnée par l'expérience; e_1 peut être déterminé par une expérience préalable, ou évalué approximativement; on connaît donc E_1, chaleur fournie au cylindre par sa paroi *extérieure*, et l'on a :

$$\text{(VI)} \qquad - \mathrm{E}_1 + \sum_a^a \mathrm{R} = o$$

car l'équation doit exprimer que la paroi, pour l'ensemble des quatre opérations du diagramme, conserve le même état thermique. En faisant usage de la dernière relation, l'équation (V) devient celle que l'on pouvait poser *a priori* en vertu du principe de l'équivalence.

Les équations (I), (II), (III) et (VI) permettent de trouver successivement les quantités :

$$\overset{b}{\underset{a}{\mathrm{R}}}, \quad \overset{c}{\underset{b}{\mathrm{R}}}, \quad \overset{d}{\underset{c}{\mathrm{R}}}, \quad \overset{a}{\underset{d}{\mathrm{R}}}$$

1. Notre raisonnement et nos calculs s'appliquent également au cas où l'enveloppe est chauffée par le passage de la vapeur qui se rend dans le cylindre, car, dans ce cas, v s'obtient en défalquant, de la vapeur fournie par la chaudière, la condensation dans l'enveloppe, absolument comme lorsque celle-ci est chauffée par un tuyautage indépendant.

L'équation IV doit ensuite se vérifier identiquement; on pourrait, il est vrai, se servir des équations surabondantes (IV) ou (V) pour trouver Q_2, mais on n'a aucun intérêt à connaître cette quantité de cette manière; la seule utilité de l'une ou l'autre de ces équations est qu'elles fournissent le moyen de contrôler l'exactitude des expériences, qui donnent Q_2.

Ces calculs, appliqués à la machine de la filature de *Logelbach*, expérimentée par Hirn les 7 et 8 septembre 1875, ont donné les résultats consignés ci-dessous; la machine n'avait pas d'enveloppe, elle fonctionnait avec une détente assez longue eu égard à la pression d'admission, l'expérience a été faite avec de la vapeur saturée et avec de la vapeur surchauffée.

	VAPEUR saturée	VAPEUR surchauffée	OBSERVATIONS
R_a^b compression	— 1.41	— 1.80	Chaleur cédée à la paroi
R_b^c admission	— 49.97	— 34.31	» »
R_c^d détente	8.30	12.45	Chaleur rendue par la paroi.
R_d^a échappement	40.36	21.69	» »
e chaleur rayonnée	2.72	1.47	Par différence.

149.— La méthode de Hirn a fait l'objet de nombreuses discussions; les unes, portant sur quelques incorrections, ont perdu leur intérêt depuis que cette méthode a été mise en formules (²), et nous ne nous y arrêterons pas, mais les hypothèses sur lesquelles s'appuie la méthode elle même ont donné lieu à de sérieuses objections, faites surtout par M. Zeuner, et notamment sur les points suivants:

Les indications du diagramme à la fermeture de l'admission ne peu-

1. D'après M. Dwelshauvers-Dery.
2. Voir à ce sujet les nombreux travaux de M. Dwelshauvers-Dery, les deux Mémoires de M. Zeuner, et ceux de Hallauer, ceux de M. Pasquier (Annales de l'Union des Ingénieurs sortis des Écoles de Louvain, années 1879 et suivantes).

vent servir de base pour déterminer l'état du mélange emprisonné à ce moment derrière le piston, parce que le phénomène réversible de l'introduction de la vapeur avec un étranglement plus ou moins prononcé, et du remplissage de l'espace nuisible, n'est pas encore terminé; en un mot, le point C ne correspond pas à un état d'équilibre. Pour cette raison, il conviendrait de réunir les deux phases d'admission et de détente, afin d'éliminer l'état intermédiaire inconnu.

Toutefois, l'approximation que donne la méthode de Hirn en ce qui concerne la deuxième et la troisième périodes est une question d'appréciation, et la principale critique de M. Zeuner porte sur l'hypothèse **A**. Si, au lieu de supposer égal à 1 le titre de la vapeur emprisonnée au commencement de la compression, comme le fait Hirn, on laisse le titre indéterminé et représenté par exemple par x_3, la méthode conduit aux mêmes équations que précédemment, mais la chaleur fournie à la vapeur par la paroi pendant l'échappement dépend de x_3, de sorte qu'en interprétant la même expérience, on trouve des valeurs très différentes pour cette perte (dont la recherche est évidemment l'objectif de la méthode), suivant l'hypothèse admise pour x_3.

Sans doute, la chaleur abandonnée au réfrigérant est la même au total, mais elle se compose de R, de l'énergie du travail de refoulement, et de la chaleur interne que possède le fluide au point D; le travail de refoulement, donné par le diagramme, est connu ; la valeur donnée à x_3 n'a en réalité pour effet que de modifier le partage, entre deux termes complémentaires, de la chaleur totale qu'ils représentent. Mais, pratiquement, la question est du plus haut intérêt, car les moyens à mettre en œuvre pour se débarrasser de l'eau stagnante dans un cas, et de l'influence des parois dans l'autre, sont différents.

Dans son premier mémoire ([1]) M. Zeuner, en discutant les résultats d'une expérience de Hallauer, cherche l'expression de la chaleur cédée par la paroi pendant la quatrième période, en donnant à $1 - x_3$ des valeurs qui varient de 0 (hypothèse de Hirn) à 0,50, et trouve :

1. *Revue des Mines*, 2e série, t. XI, pp. 16 à 55, en traduction du *Civil Ingenieur*, t. XXVII.
» 2e série, t. XI, pp. 56 à 68. — Réponse de Hirn au mémoire précédent.
» 2e série, t. XIII, pp. 1 à 26. — Deuxième Mémoire de M. Zeuner.

$1 - x_3 =$	0.00	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5
$\frac{a}{d}$ R =	20.050	19.673	19.107	18.163	16.276	11.616

On voit que, dans ce cas au moins, l'hypothèse de Hirn a pour effet, non d'exagérer la perte de chaleur au condenseur (qui est évidemment toujours la même dans une même expérience) mais d'exagérer la contribution de la paroi dans cette perte.

M. Dwelshauvers-Dery suppose que la paroi prend toujours superficiellement la température de la vapeur, et que l'équilibre s'établit très rapidement [1]; M. Anspach [2] trouve que, dans la théorie alsacienne, cette hypothèse est rendue nécessaire par l'étude des courbes de compression; il établit, d'autre part, par les théories admises sur la conductibilité, que cet équilibre est impossible, et que la température de la pellicule interne ne varie pas beaucoup; nous trouverons une confirmation du peu d'étendue de cette variation dans la discussion de la théorie de *M. Kirsch* (§ VI).

Les phénomènes de condensation et de revaporisation d'une partie de la vapeur admise au cylindre ne sont pas mis en doute par les objections faites à la théorie alsacienne, et l'expérience, si intéressante qu'elle soit, au moyen de laquelle M. Donkin est parvenu à rendre ces phénomènes visibles sur une paroi de cristal, ne peut être invoquée ni dans un sens ni dans l'autre [3].

1. *Dwelshauvers-Dery*.
Étude calorimétrique, etc., n° 27. — Nous nous bornons à citer ici cette hypothèse, qui sera discutée au paragraphe VI.
2. *Lucien Anspach*. — Le Rôle de l'eau dans les cylindres à vapeur. Revue universelle des Mines, 3e série, tt. XVII et XVIII.
3. Bulletin de Mulhouse. — Le Révélateur de Donkin, 1889, pp. 128 et 458, 1890, p. 289. — Revue universelle des mines 1893, *Donkin, Sur la forme de l'eau dans les cylindres*. — Nous donnons, en tête de ce volume, un spécimen d'instantané photographique, montrant l'état des parois du révélateur, d'après un cliché que nous devons à l'obligeance de M. Sidney Donkin; les ombres visibles dans les deux images proviennent de douilles et tubulures qui se trouvent vers l'intérieur du manchon en cristal, pour le mettre en communication avec le cylindre de travail, et pour la mesure de la température de la vapeur.
On observe généralement que de grosses gouttes d'eau ruissellent sur les parois pendant l'admission, en même temps que le verre se couvre d'une buée continue et dense; pendant l'échappement, les parois deviennent d'une transparence relative, et le volume des gouttes diminue; dans les limites où l'expérience a été faite, la vitesse de rotation (30 à 150 tours par minute) ne semble apporter aucun changement au phénomène.

150. — *Représentations graphiques.* — Plusieurs modes de représentation permettent de mettre en évidence l'échange de chaleur, qui, d'après l'hypothèse alsacienne, se fait entre la paroi et la vapeur; ils peuvent être utiles pour faire apparaître les phénomènes secondaires que l'on découvrirait difficilement à l'inspection des tableaux de chiffres, toujours assez compliqués, auxquels conduit l'application de la méthode de Hirn.

Le procédé de M. Dwelshauvers-Dery [1] consiste à porter en ordonnées positives ou négatives, sur le diagramme même du travail, comme l'ont fait Ayrton et Perry pour les machines à gaz (**24** et **110**), la quantité d'énergie fournie ou enlevée à la vapeur par unité d'accroissement de volume du fluide, cette énergie étant exprimée en kilogrammètres. Si dR est la quantité de chaleur échangée pendant l'accroissement dv de volume, EdR est l'énergie correspondante, en kilogrammètres; on porte en ordonnée la quantité :

$$E \frac{dR}{dv}$$

et l'on obtient une courbe délimitant une surface dont l'élément représente l'énergie fournie, de même que les éléments de la courbe des pressions représentent les travaux effectués.

Le diagramme en question pourrait s'appeler la courbe différentielle d'échange; sa surface totale, intégrée par rapport au volume, ou :

$$\int E \frac{dR}{dv} dv$$

représente la quantité d'énergie échangée depuis une origine déterminée [2].

En vertu du principe de l'équivalence, on a du reste:

$$E\, dR = dU + pdv$$

ou :

$$dU = E\, dR - pdv$$

ou encore:

$$\frac{dU}{dv} dv = \left(E \frac{dR}{dv} - p\right) dv$$

1. Bulletin de Mulhouse, 1888.
2. *M. Anspach*, mémoires cités, s'est servi de la courbe intégrale des échanges, superposée à la courbe intégrale du travail.

La différence entre les ordonnées de la courbe différentielle d'échange et celles du diagramme du travail exprime donc la variation d'énergie interne, par unité d'accroissement de volume, du fluide soumis à la transformation; on peut rapprocher cette remarque de celle qui figure en note au n° 24.

La courbe des échanges ne peut être déterminée par points que pour les opérations réversibles (compression et détente), tandis que les intégrales qui se rapportent à chacune des périodes du diagramme sont connues; M. Dwelshauvers-Dery se contente généralement de figurer par des rectangles les surfaces qui représentent l'échange total de chaque période. On tient compte du signe en portant ces surfaces au-dessus ou au-dessous de l'axe horizontal sur lequel sont comptés les volumes (ou les courses). Les rectangles se rapportant aux quatre périodes sont désignés dans la figure 101 par les numéros 1 à 4. En suivant le contour des rectangles successifs dans le sens des flèches, on forme une figure à deux boucles, dont les surfaces seraient évidemment égales si e ou E_1 étaient nulles (148); car, en ajoutant à chacune de ces boucles la partie des rectangles qui se recouvrent, elles exprimeraient, l'une la chaleur reçue, l'autre la chaleur rendue par la paroi.

Dans la machine sans enveloppe, la chaleur reçue par la paroi est en excès, sur la chaleur rendue, de la quantité e; lorsqu'il y a une enveloppe l'inverse a lieu, et l'excès de l'une des boucles sur l'autre est E_1.

Fig. 101

Lorsque l'on fait usage de la courbe intégrale des échanges en supposant uniforme le flux de chaleur en fonction du volume pendant chaque période, le diagramme est formé d'une série de lignes droites qu'on trace facilement au moyen d'un pôle. L'ordonnée en un point quelconque est la quantité de chaleur reçue à travers la paroi interne; l'ordonnée finale sera donc $- E_1$ ou e (fig. 102), suivant que la machine

1. Voir de nombreux tracés de diagrammes d'échanges dans diverses publications, et notamment la Revue universelle des Mines; 3e série, t. VII, Machines Willans.

Dwelshauvers-Dery. — Minutes of Proceedings of C. E, 1888-1889, 4e partie.

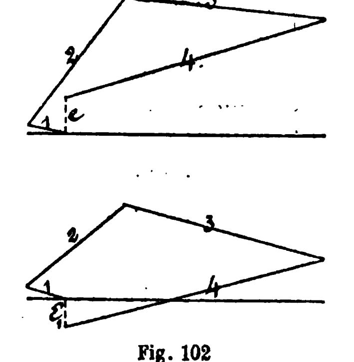


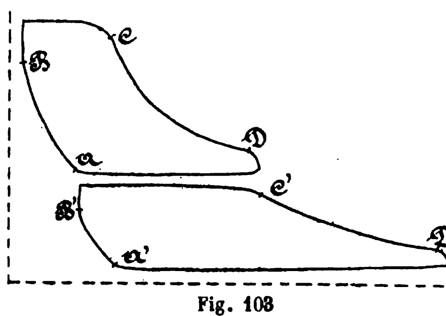
Fig. 102

est à enveloppe de vapeur, on n'en possède pas.

151. — La méthode de Hirn peut être appliquée aux machines compound (1); les équations (I), (II), (III), (IV) du n° 148 sont applicables au petit cylindre, et font connaître le terme :

$$\overset{a}{\underset{d}{\mathrm{R}}}$$

Pour le grand cylindre (fig. 103), on commencera l'analyse par le point A', la période de compression A'B' porte sur un poids μ' de fluide, et fait connaître :


Fig. 103

$$\overset{b'}{\underset{a'}{\mathrm{R}}}$$

Pour la période d'admission B'C', il faut observer, en faisant le calcul de la chaleur interne du poids de fluide $\mu' + \nu'$ au point C', que le poids ν' peut différer de ν, par exemple à cause du drainage du réservoir intermédiaire, dans lequel l'eau se condense, ou parce que la vapeur chauffe l'enveloppe du grand cylindre ; dans ce cas, soit π la somme des poids condensés, et q' la chaleur du liquide qui en résulte (2) ; appelons e_1 et E_1 les quantités de chaleur rayonnée et cédée utilement au grand cylindre, c'est-à-dire par la face active de l'enveloppe. Nous aurons :

$$\overset{a}{\underset{d}{\mathrm{R}}} + \overset{c'}{\underset{b'}{\mathrm{R}}} = \mathrm{A}\left[(\mu'+\nu')\mathrm{U}_{c'}+\mu\mathrm{U}_a\right]+\pi q'-\mathrm{A}\left[\mu'\mathrm{U}_{b'}+(\mu+\nu)\mathrm{U}_d\right]+\mathrm{A}\left(\overset{c'}{\underset{b'}{\mathrm{L}}}+\overset{a}{\underset{d}{\mathrm{L}}}\right)+e_1+\mathrm{E}_1$$

1. M. *Longridge* a fait cette application en 1881. — Engineering 1882, 1er sem. p. 200, Voir aussi Dwelshauvers, ouvrage cité. — *Minutes of Proceedings of C.-E.* vol. LXX et LXXIX, (John Mair). — Madamet, ouvrage cité.

2. Les purges sont recueillies séparément, et on pourra en déduire la chaleur e_1 rayonnée par le réservoir et le grand cylindre, ainsi que la chaleur E_1 absorbée par le fourreau intérieur du grand cylindre.

Cette relation exprime, comme celles que l'on pose pour les autres périodes, que la chaleur fournie au fluide par les parois du petit et du grand cylindre, pendant le transvasement, est égale à la chaleur disparue sous forme de travail effectué par le fluide, augmentée de l'accroissement de la chaleur interne depuis le commencement jusqu'à la fin de l'opération, et de la chaleur $e_1 + E_1$ cédée directement, peu importe à quels corps.

L'équation se simplifierait beaucoup si le transvasement pouvait s'opérer sans aucune condensation, ni perte de pression, et si l'espace nuisible au grand cylindre était nul, en un mot, si les lignes DA, B'C' coïncidaient ; on aurait alors :

$$\overset{a}{\underset{d}{R}} + \overset{c'}{\underset{b'}{R}} = o$$

c'est-à-dire que la chaleur fournie par la paroi du petit cylindre pendant l'échappement serait simplement absorbée par la paroi du grand cylindre pendant l'admission, mais ce serait là une approximation très grossière dans la plupart des cas.

On voit cependant qu'il n'est pas absurde de supposer que, dans la machine compound, la chaleur pendant le transvasement ne fait que changer de paroi, sans passer dans la vapeur au moment du transvasement, comme on l'a quelquefois supposé pour donner la raison de l'économie réalisée dans ces machines (1). A en juger par les résultats d'application de la méthode de Hirn aux machines compound, la chaleur absorbée par les parois du grand cylindre pendant l'admission est même beaucoup plus grande que celle que les parois du petit cylindre cèdent à la vapeur pendant l'échappement (Essai Longridge de 1889.) (2).

1. Dans le mode de raisonnement auquel nous faisons allusion, on dit que la machine compound permet à la chaleur emmagasinée par les parois de rentrer dans le cycle à une température plus élevée que dans la machine monocylindrique. On perd de vue que la vapeur en se transvasant rencontre des parois refroidies, de sorte que si elle apporte effectivement avec elle la chaleur des parois du petit cylindre, elle ne peut la garder. Le bénéfice de la machine compound provient d'une diminution dans l'action de la paroi (155).

2. L'application de la méthode de Hirn est traitée avec de nombreux développements dans le *Traité des Machines à vapeur de Sinigaglia*, Traduction De Billy — Paris, Doin, 1890.

152. — *Représentation des échanges au moyen du diagramme entropique.* — Nous avons étudié, au moyen de ce diagramme, l'effet produit par une plaque de métal ou par une certaine quantité d'eau stagnante (126, 145, 146), mais en partant d'hypothèses, et par un procédé synthétique ; le même diagramme peut être appliqué au procédé expérimental de Hirn, mais les résultats auxquels il conduit sont naturellement subordonnés aux hypothèses sur lesquelles s'appuie la méthode alsacienne.

Le diagramme entropique du fluide total contenu dans le cylindre pourrait être déduit entièrement de la courbe des pressions (n°s 60 et 122), si toutes les opérations du cycle, réelles ou fictives, étaient réversibles. Malheureusement, le diagramme usuel des machines comprend deux transformations non réversibles : le remplissage de l'espace nuisible lorsque celui-ci n'est pas nul ou lorsque la compression n'est pas complète, et l'échappement.

Dans certains cas particuliers, (par exemple espace nuisible nul, ou compression complète ramenant la pression d'admission au moment où l'introduction s'ouvre), on peut cependant tracer approximativement un diagramme entropique fermé. Nous examinerons successivement ces deux cas.

153. — *Espace nuisible nul.* — La courbe d'indicateur présente la forme AA' BC (fig. 104). Soit ν le poids de vapeur admis au cylindre ; supposons que la chute de pression pendant l'introduction soit insensible, et considérons, non la quantité de chaleur fournie au kilogramme d'eau qui serait dans le cylindre, mais celle fournie à l'eau de la chaudière pendant le cycle. La différence entre ces quantités est celle qui correspond au travail $p_1 u$ d'introduction de l'eau dans la chaudière ; en réalité le cycle s'établit, non avec la quantité de chaleur communiquée par le foyer à l'eau de la chaudière, mais avec une quantité supérieure de Ap_1u (n° 148, 2e période), la différence est, du reste, négligeable. La chaleur fournie pendant le trajet AB, et apportée par la vapeur dans le cylindre, correspond à la transformation KMN

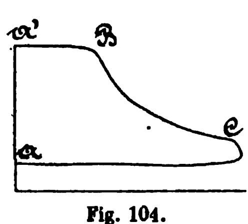


Fig. 104.

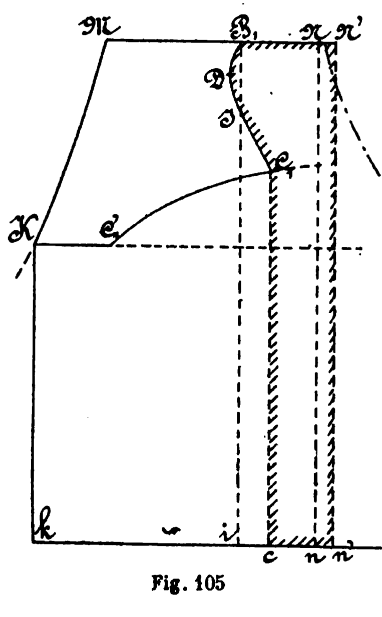


Fig. 105

(fig. 105) de ν kilogrammes de fluide depuis l'état liquide à la température de l'alimentation jusqu'à l'état de vapeur au titre x_1, on a donc :

$$MN = \frac{\nu r_1 x_1}{T_1}$$

mais l'état du fluide qui se trouve dans le cylindre à la fin de l'admission est figuré par le point B_1, qu'on déduit facilement du volume de vapeur présent au diagramme. La chaleur absorbée par la paroi interne pendant l'introduction est donc représentée par le rectangle $B_1\,n$.

La transformation réversible BC, peut être traduite soit par le calcul, soit par le procédé graphique (n°s 60, 122) sur le diagramme entropique, et donne la ligne B_1C_1; on a, par conséquent, en prenant les notations du n° 148 :

$$\overset{b}{\underset{a}{R}} = -\,\text{rect. } B_1\,n$$

$$\overset{c}{\underset{b}{R}} = -\,B_1\,DI + IC_1ci$$

Soit toujours E_1 la quantité de chaleur cédée par l'enveloppe pendant tout le parcours du diagramme ; E_1 provient de la condensation, sous la pression p_1, d'un certain poids de vapeur connu; c'est, par conséquent, la chaleur de vaporisation de cette vapeur, et on peut la représenter par le rectangle Nn' [1]. Puisque la période de compression du cycle est supprimée, on a :

$$\overset{a}{\underset{a}{\Sigma}}\, R = E_1$$

et, par conséquent :

$$\overset{a}{\underset{c}{R}} = \text{surf. } n'\,N'\,B_1\,DC_1\,c$$

1. Nous supposons que l'eau de l'enveloppe est réintroduite dans la chaudière sans abaissement de température.

On voit que la dernière transformation du cycle n'intervient pas dans la recherche de la perte à l'échappement due à l'influence des parois.

L'égalité ci-dessus est purement quantitative, ainsi, il faudrait bien se garder d'en conclure que la bande Nn' due à l'intervention de l'enveloppe, a pour effet d'augmenter la perte due aux parois pendant l'échappement; si l'enveloppe n'existait pas, la courbe $B_1 C_1$ serait différente, et empiéterait sur le diagramme, le point B_1 serait plus rapproché du point M. D'ailleurs, la bande Nn' ne représente que la chaleur utilement cédée par l'enveloppe; la dépense effective est, dans la pratique, augmentée de la chaleur du liquide lorsqu'on n'utilise pas l'eau de purge pour réchauffer l'eau d'alimentation.

Pour annuler la chaleur cédée par les parois pendant l'échappement, il faudrait, soit en diminuant la condensation initiale, soit en prolongeant la détente, annuler la surface qui représente cette perte, mais il faut se garder de croire que l'on aurait ainsi annulé l'influence des parois elles-mêmes. Supposons par exemple que, grâce à l'emploi d'une enveloppe plus active et d'une détente plus prolongée, on ait pu modifier le diagramme comme dans la figure 105 *bis* de manière que les surfaces couvertes de hachures soient égales, et que leur somme soit nulle lorsque l'on tient compte de leurs signes : il n'y aura plus de chaleur cédée par les parois pendant l'échappement, mais leur action nuisible s'exercera encore en élevant le titre du mélange qui s'échappe au condenseur, cette élévation de titre provenant, en définitive, de ce que la chaleur enlevée par les parois pendant l'admission rentre dans le cycle, avec une partie de la chaleur de l'enveloppe, à une température inférieure à T_1 (1).

L'état de choses que nous venons d'indiquer ne se réalise jamais; il est théoriquement possible, à la condition que le point C_1 soit amené sur la courbe de saturation du poids de fluide admis dans le cylindre, ou en dehors de cette courbe (vapeur sèche ou surchauffée); car, s'il en est ainsi, les parois du cylindre étant sèches, la quantité de chaleur qu'elles peuvent céder pendant l'échappement est très réduite.

Il est possible aussi qu'au point de vue de l'action des parois, l'eau due à l'altération du titre, qui se forme au sein de toute la masse, se

1. Pour *un même volume* de cylindre recevant intérieurement le même poids de vapeur, la chaleur perdue au réfrigérant à l'exclusion de celle de la paroi, (surf. k K C'_1 C_1 c), augmente lorsque l'on parvient par l'effet d'une enveloppe plus active à relever la courbe de détente. Tout n'est donc pas bénéfice dans les moyens par lesquels on combat l'action de la paroi.



comporte d'une manière bien différente que celle qui est formée par la condensation superficielle ; quoi qu'il en soit, la vapeur à la fin de la détente est toujours loin d'être sèche.

154. — *Compression remplissant l'espace nuisible.* — La vapeur sèche de poids μ, emprisonnée au moment où commence la compression, donne lieu à la transformation $A_1 B_1$ (fig. 106), qui se déduit de la courbe

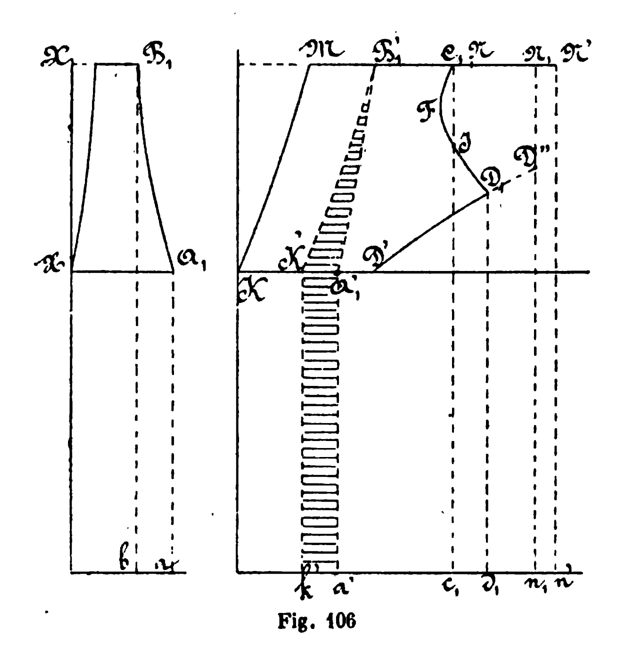


Fig. 106

du diagramme, attendu que l'opération est réversible. Les calculs effectués sur les machines expérimentées jusqu'ici montrent que non seulement la vapeur supposée sèche au début de l'opération cède de la chaleur à la paroi, mais encore qu'elle en cède suffisamment pour abaisser le titre en dessous de l'unité (il peut cependant y avoir des exceptions).

Le diagramme tracé pour le poids μ (que l'on a exagéré à dessein dans la figure) met en évidence le terme

$$\overset{b}{\underset{a}{\mathrm{R}}} = -\ \text{surf. } b\mathrm{B}_1\mathrm{A}_1 a$$

Le poids ν introduit dans le cylindre s'ajoute au poids μ, qui d'après notre hypothèse, se trouve à la même pression. Nous supposons aussi que la vapeur de l'espace nuisible n'est pas surchauffée. Traçons séparément le diagramme KMN, relatif au poids ν sorti de la chaudière avec le titre x_1 ; et rapportons sur ce diagramme, en prenant KM comme origine, l'entropie du poids μ (il suffit de porter $KA'_1 = XA_1$, $MB'_1 = XB_1$). La chaleur cédée à la paroi pendant la compression sera aussi représentée par la surface marquée de hachures horizontales, et l'entropie du poids $\mu + \nu$, à la fin de l'introduction, s'il n'y avait pas de condensation pendant cette période, serait l'abscisse du point N_1 choisi de telle manière que $NN_1 = MB'_1$.

Or, la vapeur se condense pendant l'introduction, et cède à la paroi sa chaleur de vaporisation, ce qui ramène le point N_1 en C_1, on a donc :

$$\overset{c}{\underset{b}{R}} = - \text{rect. } C_1\, n^1$$

La courbe de détente est $C_1 D_1$; l'enveloppe cède la quantité de chaleur $N_1 n'$.

L'équation de condition entre les échanges de chaleur de la vapeur à la paroi, et *vice versa* donnera :

$$\overset{a}{\underset{d}{R}} = k' K' B_1' A_1' a' + N' C_1 F I D_1 d_1$$

L'effet de la compression est aussi de contribuer au réchauffement des parois; par conséquent, si, d'une part, la chaleur correspondante est perdue par le poids μ, d'autre part, la condensation pendant l'introduction (et par conséquent la ligne $N_1 C_1$) est moindre. Nous ferons donc ici la même observation qu'au numéro précédent relativement à l'interprétation du diagramme ; si la compression n'existait pas, la ligne C_1D_1 serait différente. Il est utile de faire remarquer que la machine à parois neutres avec compression adiabatique ramenant la pression initiale dans l'espace nuisible aurait le diagramme $K'B'_1N_1D''D'$, tandis qu'en tenant compte de l'effet des parois, et malgré une dépense plus grande de E_1 (enveloppe), l'énergie recueillie n'est que $A'_1B'_1C_1D_1D'$.

Les lignes d'égal volume $D''D'$, D_1D', se superposent, parce que, dans les deux machines, nous supposons que le cylindre aît les mêmes dimensions ; cependant, cette coïncidence n'est qu'approximative, car dans la

machine à parois inertes, le titre de la vapeur emprisonnée dans l'espace nuisible est inférieur à l'unité.

155. — Il ne faut voir, dans les diagrammes que nous venons d'exposer, qu'un simple procédé qui permet de représenter les résultats d'une hypothèse; soit que l'on opère par le calcul ou par les relations graphiques, on trouvera nécessairement qu'en dernière analyse le calcul ou les diagrammes sont d'accord avec les faits, mais cet accord ne justifie pas les hypothèses qui servent de base à la méthode alsacienne, il est une conséquence nécessaire du principe de l'équivalence.

Le diagramme entropique permet encore, en se basant sur les mêmes hypothèses, de montrer assez clairement la raison d'être du système compound. Supposons, en effet, que chacun des cylindres soit sans espace nuisible et à détente complète, et qu'il n'y ait pas de chute de pression entre les deux cylindres; supposons encore qu'il n'y ait pas d'enveloppes de vapeur, et que le rayonnement soit nul (1).

Dans ces conditions, le diagramme entropique du petit cylindre accuse une perte de chaleur par la paroi pendant l'échappement, et elle est représentée (154) par la surface $c_1 C_1 B_1 Nn$, (fig. 107).

Rien ne nous empêche de supposer que cette quantité de chaleur soit précisément celle qu'absorbe la paroi du grand cylindre pendant l'admission, car le volume du petit cylindre peut toujours être choisi de manière qu'il en soit ainsi.

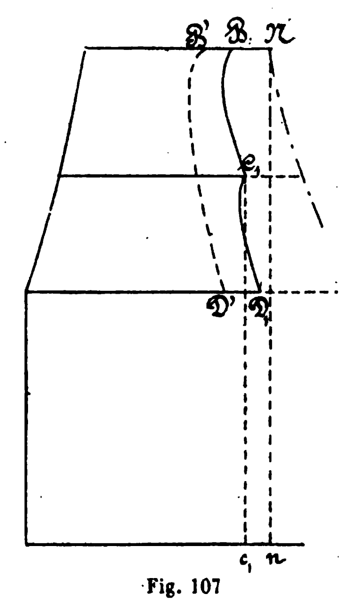


Fig. 107

Le mélange sera donc transvasé sans subir aucune condensation, et la courbe de détente C_1D_1 du grand cylindre sera dans le prolongement de celle du cylindre admetteur.

C'est donc la condensation initiale du petit cylindre (qui règle B_1N) qui détermine en quelque sorte la perte dans la machine totale; une partie de la chaleur perdue dans le cycle du petit cylindre rentre même utilement au cylindre à basse pression, or, la condensation est évidemment plus faible

1. Cette dernière hypothèse tend à invalider la démonstration, car le rayonnement est plus grand dans la machine compound que dans la machine mono-

que dans la machine monocylindrique, attendu que la surface du petit cylindre seule est en jeu, et que la chute de température est réduite. Dans la machine monocylindrique, on aurait, par exemple, la ligne de détente B'D'.

Les choses ne peuvent se passer ainsi en réalité, l'avantage que nous venons de signaler est partiellement compensé (137).

§ VI

Mouvement de la chaleur dans la paroi.

156. — La pénétration de la chaleur à la surface interne de la paroi pendant l'admission, et son passage en sens inverse, dépend de conditions qui paraissent, au premier abord, donner prise à l'analyse mathématique.

M. Grashof[1] a étudié le cas, relativement simple, d'une paroi alternativement en contact, sur sa surface interne, et pendant des temps égaux, avec de la vapeur à deux températures différentes : celles de la chaudière et du condenseur, par exemple ; le même auteur a aussi résolu le cas où la surface extérieure serait en contact avec de la vapeur à température constante, comme dans le cas d'une enveloppe.

M. Kirsch, professeur à Chemnitz, a cherché à se rapprocher davantage des conditions où se trouve le cylindre de la machine à vapeur, en partant d'une hypothèse *à priori* sur l'état de la surface interne, à savoir que celle-ci possède toujours la température de la vapeur avec laquelle elle est en contact. Cette température peut s'exprimer en fonction du temps, d'après le diagramme des pressions, tout au moins lorsqu'on suppose la vapeur saturée, ce qui est le cas ordinaire.

Pour pouvoir effectuer l'intégration, M. Kirsch a exprimé analytiquement la température de la surface interne au moyen de la série de Fou-

cylindrique de même puissance et fonctionnant dans les mêmes conditions de détente, mais la différence est fort petite, attendu que la chaleur perdue par rayonnement se chiffre par 2 ou 3 pour 100 seulement de celle reçue par les machines, au moins dans les conditions ordinaires.

1. Zeitschrift des Vereines D. I. 1881.

rier, qui permet d'exprimer, assez fidèlement pour les besoins des applications, la température de la vapeur.

Mais l'hypothèse de l'égalité de la température entre la vapeur et la paroi, si elle pouvait être adoptée, conduirait, avec les coefficients que fournit la Physique, à un mouvement beaucoup plus intense que celui qu'on observe en réalité, ainsi que nous le verrons par la suite.

La chaleur éprouve, à la surface de séparation des milieux, une résistance qui se traduit par un coefficient spécial (coefficient de conductibilité extérieure), de sorte que, pour traiter le problème dans toute sa généralité, il faudrait tenir compte de ce coefficient pour trouver l'intégrale qui donne la solution; il faudrait aussi supposer que l'état initial de la paroi en tous les points de son épaisseur intervient dans la détermination des constantes d'intégration.

Le problème ainsi posé est très difficile, sinon insoluble; les phénomènes qui se passent réellement au contact de la paroi sèche ou humide suivant les cas, ne sont du reste pas bien définis, de sorte que la théorie de M. Kirsch ne saurait traduire exactement les faits. Toutefois, cette remarquable analyse explique, mieux que ne l'avaient fait toutes les conjectures plus ou moins vagues émises auparavant, et l'action des parois, et celle des enveloppes; elle met en outre en évidence l'effet de la vitesse de rotation des machines sur les phénomènes d'échange (1).

157. — Considérons une paroi métallique homogène, d'une épaisseur assez grande, en contact par la surface A avec de la vapeur à tempé rature constante (fig. 108), et, par la surface B, avec l'air extérieur; lorsque le régime est établi, les températures décroissent, de A vers B, suivant une loi représentée par les ordonnées de la droite inclinée. La quantité de chaleur qui traverse la paroi par seconde et par mètre carré de surface est proportionnelle à la différence de

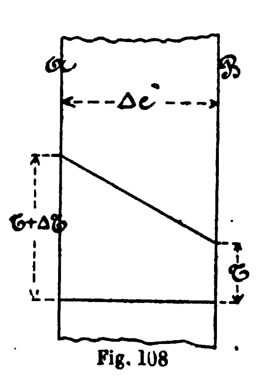


Fig. 108

1. *Dr Kirsch.* Die Bewegung der Waerme in den Cylinderwandungen der Dampfmaschinen. Leipzig, Arth. Félix 1886. Le lecteur qui, sans recourir au mémoire ci-dessus, voudrait obtenir plus de développements que ne le comporte notre exposé, consultera utilement le résumé très élégant de *M. M. J. Henrotte* et *J. H. A. Yssel de Schepper*, Revue Universelle des Mines, 3e série T. VI pp. 40 à 87, ainsi que le Cours de Machines de M. Haton de la Goupillière T. II. pp. 60 à 74. M. Cotterill expose également d'une manière claire et concise la théorie du mouvement de la chaleur dans les parois.

température ΔT des deux faces et en raison inverse de l'épaisseur Δe de la cloison ; elle est en outre proportionnelle à un coefficient λ qui caractérise la matière ; soit q cette quantité de chaleur, on a :

$$q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta e}$$

le second facteur de q est représenté par l'inclinaison de la droite sur la normale commune aux parois, que nous supposons planes (ou à faible courbure) et parallèles.

L'expression de q s'applique aussi à une tranche infiniment mince de la paroi lorsque les températures des faces, ou l'une d'elles seulement, varient avec le temps τ ; dans ce cas, la droite fixe devient une courbe mobile avec le temps ; $\frac{dT}{dx}$, qui est proportionnel à l'intensité du passage de la chaleur à travers un plan quelconque intermédiaire, dépend à la fois du temps τ et de la distance x du plan à l'une des faces.

Prenons deux plans distants de dx, à une profondeur quelconque dans la cloison ; la différence entre les quantités de chaleur qui traversent ces plans entraîne une variation de température de la tranche, variation qui est :

$$\frac{dT}{d\tau} d\tau$$

et, en appelant c la chaleur spécifique de la matière, la quantité de chaleur gagnée par la tranche pendant le temps $d\tau$ est pour l'unité de surface et l'épaisseur dx, en appelant δ le poids spécifique du métal :

(I). $$c \delta \frac{dT}{d\tau} d\tau \ dx$$

D'autre part, la chaleur qui traverse le plan qui se trouve à la profondeur x est, par unité de temps :

$$\lambda \frac{dT}{dx}$$

et la différence entre cette quantité de chaleur et celle qui sort par la face $x + dx$ est :

$$\lambda \frac{d^2T}{dx^2} dx$$

ou, pendant le temps $d\tau$:

(II) $$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} dx \, d\tau.$$

En égalant les expressions (I) et (II), on obtient :

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{c\delta}{\lambda} \frac{dT}{d\tau}$$

posons

$$k = \frac{\lambda}{c\delta}$$

k est constant pour une matière déterminée, et l'équation devient :

(III) $$k \frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{dT}{d\tau}$$

Il faut intégrer cette équation, c'est-à-dire trouver la température en fonction du temps et de la position de la couche considérée, et déterminer les constantes de manière à tenir compte des conditions initiales ; en supposant un état de régime atteint, on aura par exemple, pour $x = o$:

$$T = f(\tau)$$

et pour $x = \infty$:

$$T = \text{constante.}$$

Il est avantageux d'introduire, au lieu du temps, l'angle α décrit par la manivelle depuis un instant initial, en admettant, ce qui est est suffisamment vrai ici, que la vitesse angulaire de l'arbre est constante. Si l'on désigne par *n* le nombre de tours de la manivelle, par minute, on a :

$$\alpha = \frac{2\pi n}{60} \tau$$

et l'équation III devient :

III') $$\frac{60 \, k}{2\pi n} \frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{dT}{d\alpha}$$

On reconnait qu'elle est vérifiée par l'intégrale suivante, qui donne la température d'une tranche quelconque, à la profondeur x, pour l'angle α de la manivelle.

$$T = B + C \, e^{-mx} \cos (\alpha - mx)$$

m doit avoir une valeur déterminée, que l'on obtient en introduisant dans l'équation différentielle les dérivées partielles qui y figurent :

$$\frac{dT}{d\alpha} = - C e^{-mx} \sin (\alpha - mx)$$

$$\frac{dT}{dx} = - Cme^{-mx} \cos(\alpha - mx) + Cme^{-mx} \sin(\alpha - mx)$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 2\, Cm^2e^{-mx} \sin(\alpha - mx)$$

Ces valeurs vérifient l'équation, pourvu que l'on ait :

$$m = \sqrt{\frac{\pi n}{60\, k}}$$

L'intégrale peut aussi s'écrire :

$$T - B = Ce^{-mx} \cos(\alpha - mx)$$

Sous cette forme, T — B représente l'excès positif ou négatif de la température de la tranche sur la température fixe et arbitraire B.

Il s'agit maintenant de déterminer la constante C d'après les conditions de la paroi intérieure ; or, pour $x = o$, on a :

$$T_i - B = C \cos \alpha$$

Lorsque l'on suppose que la température T_i varie suivant la loi sinusoïdale représentée figure 109, on a, en appelant T_o la température moyenne, et T_M la température maxima :

$$T_i - T_o = (T_M - T_o) \cos \alpha$$

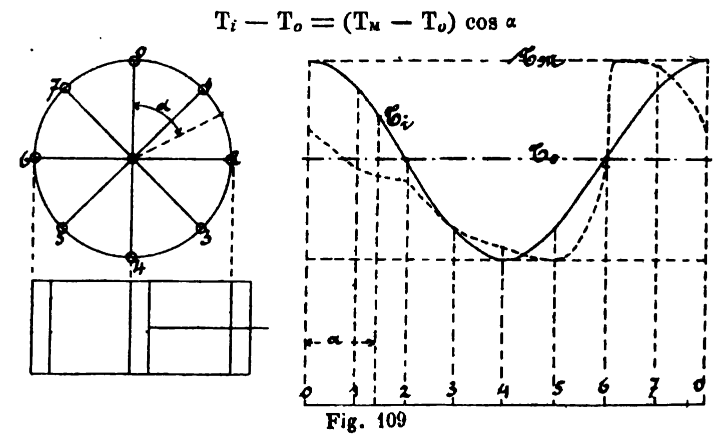


Fig. 109

Nous supposons que l'on ait pris pour l'origine des angles le point pour lequel la manivelle a décrit un angle droit depuis le point mort correspondant à l'admission.

Pour concilier les deux dernières équations, il faut faire :

$$B = T_o$$
$$C = T_M - T_o$$

et l'intégrale devient :

$$\text{(IV)} \qquad T - T_o = (T_M - T_o)\, e^{x - \sqrt{\frac{\pi n}{60\,k}}} \cos\left(\alpha - x\sqrt{\frac{\pi n}{60\,k}}\right)$$

Lorsque x augmente, le facteur trigonométrique conserve une valeur finie, tandis que l'exponentielle diminue très rapidement dans l'épaisseur de la paroi ; l'excès positif ou négatif de la température de la tranche x, sur la température moyenne de la paroi intérieure exposée à la vapeur, tend par conséquent vers zéro, et un calcul numérique fait reconnaître que, pour la fonte, la température ne varie plus d'une manière sensible à quelques millimètres de la face intérieure [1].

1. La courbe des températures, dont l'ordonnée est $T - T_o$, peut être construite de la manière suivante : supposons d'abord que α soit nul (la face interne est au maximum de température), on calcule, pour différentes tranches équidistantes, I, II,..... la valeur :

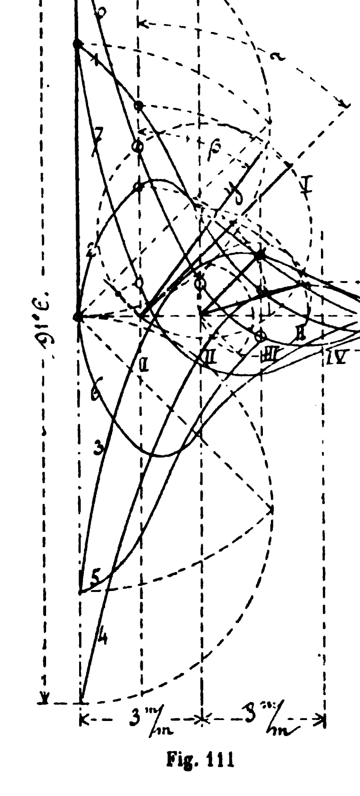


Fig. 111

$$y = (T - T_o)\, e^{-x\sqrt{\frac{\pi n}{60\,k}}}$$

ainsi que l'angle

$$\beta = x\sqrt{\frac{\pi n}{60\,k}}$$

qui augmente proportionnellement à x, et dont il suffit, par conséquent, d'avoir une seule valeur; on construit, à partir des lignes verticales I, II..... (fig. 111) l'angle β, et on porte, sur le côté de cet angle, la valeur y, sur laquelle on décrit une circonférence. La température, lorsque α est nul, est donnée, dans chaque section, par le rayon vecteur vertical de cette circonférence; lorsque la manivelle a tourné de l'angle α, la température est donnée par un rayon vecteur qui suivrait la manivelle dans son mouvement.

Les courbes de température sont tracées dans l'hypothèse où le rayonnement serait nul, pour huit positions équidistantes de la manivelle, et jusqu'à la profondeur de 6 millimètres seulement. L'écart maximum du diagramme sinusoïdal de la température de la vapeur est supposé le même que dans la figure 110, et l'on a admis que l'arbre fait 60 révolutions par minute.

158. — Nous avons admis que la paroi intérieure suit, dans ses variations de température, la loi sinusoïdale. Le trait pointillé de la figure 109, montre quelle serait, pour une machine à condensation dont le diagramme est donné figure 110, la loi des températures déduite de la courbe des pressions, en portant en abscisses les angles α compris depuis la position initiale que nous avons choisie (90° en avant du point mort).

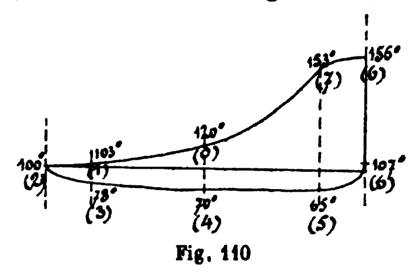


Fig. 110

La paroi du cylindre exposée à la vapeur d'un même côté du piston comprend :

1° Des surfaces constantes et toujours en contact avec le fluide qui évolue (couvercle, face du piston qui regarde la vapeur, canal d'admission) ;

2° Une surface peu importante masquée par le piston lorsque celui-ci est aux extrémités de sa course ;

3° Une surface variable avec α, exposée d'un côté à l'échappement, de l'autre côté à l'admission ; le piston, en se mouvant, fait constamment varier la partie de cette surface exposée au diagramme de gauche ou de droite.

Les surfaces du *type-couvercle* sont les plus simples à considérer ; nous pouvons, avec quelque raison, admettre qu'elles se trouvent dans les conditions de notre hypothèse ; la surface 2°, peu importante, peut être ajoutée à celles du type couvercle.

La surface 3° peut être partagée en anneaux cylindriques de longueur égale ; si nous considérons par exemple celui qui se trouve au milieu de la longueur, il est exposé successivement à toutes les températures suivantes :

Échappement sur la face de droite,
Détente sur la face de gauche,
Échappement sur la face de gauche,
Détente sur la face de droite.

Occupons-nous des surfaces du *type couvercle*, et déterminons la quantité de chaleur qui les traverse à chaque instant ; nous en déduirons ensuite la quantité de chaleur totale qui y pénètre et qui en sort pendant un tour.

Par mètre carré de paroi, et pour l'intervalle de temps $d\tau$, en consi-

dérant comme positive toute quantité de chaleur dQ qui passe de la vapeur à la paroi, on aura :

$$\frac{dQ}{d\tau} d\tau = - \lambda \frac{dT}{dx} d\tau$$

En effet, la chaleur entre dans la paroi lorsque la température décroît de la surface vers l'intérieur de celle-ci, et *vice versa* [1] ; or, on tire de l'équation (IV) en faisant $x = o$ dans la dérivée :

$$\text{(V)} \qquad - \frac{dT}{dx} = \sqrt{\frac{\pi n}{60\, k}} (T_M - T_o) (\cos \alpha - \sin \alpha)$$

Le flux de chaleur dans un sens ou dans l'autre s'annule avec $\frac{dT}{dx}$, c'est-à-dire lorsque :

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \quad \text{ou} \quad \pi + \frac{\pi}{4}$$

cet angle correspond aux positions 1 et 5 de la manivelle lorsque l'on suppose que la rotation a lieu dans le sens des numéros. La chaleur entre dans la paroi depuis la position 1 jusqu'à la position 5, puis elle passe en sens contraire [2]. Le maximum du *flux* et du *reflux* se produit aux points 3 et 7 situés à angle droit sur les précédents.

Ainsi, la restitution de chaleur par la paroi commence 45° après que le maximum de température s'est produit, et le flux vers la vapeur possède sa plus grande intensité lorsque la manivelle a dépassé de 45° la position pour laquelle la température du fluide atteint la valeur moyenne;

1. C'est ici que s'accuse le côté défectueux de la théorie, car, lorsque l'on se place à l'intérieur de la paroi, la température varie d'une manière continue, puisque λ est lui-même continu; mais à l'entrée, il y a un changement de milieu qui nécessiterait une chute brusque de la température entre le fluide et la première couche de métal; on ne peut donc supposer que la face interne prend la température de la vapeur, dans les conditions ordinaires des machines à condensation, au moment où l'échange est maximum. On trouve que la variation de température, pour rester d'accord avec le coefficient d'absorption ou d'émission entre la vapeur et la fonte, doit être incomparablement moindre que ne le suppose la théorie ci-dessus; il est vrai que ce coefficient n'est pas connu avec beaucoup de certitude, mais, même en prenant les valeurs les plus élevées pour la transmission entre la paroi et la vapeur, l'écart des températures extrêmes devrait être considérablement réduit.

2. Les courbes 1 et 5, dans la figure 111, devraient être normales à la paroi, au point de départ; c'est par une erreur de tracé qu'elles ne satisfont pas à cette condition.



la paroi continue à restituer de la chaleur même lorsque la température de la vapeur s'élève.

La quantité de chaleur totale qui forme le flux ou le reflux est :

$$Q = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi+\frac{\pi}{4}} \lambda \frac{dT}{dx} d\tau$$

équation dans laquelle on prendra la valeur $\frac{dT}{dx}$ de l'équation (V), et où l'on exprimera τ en fonction de α.

On trouve, après intégration :

(VI) $$Q = \lambda \sqrt{\frac{2 \times 60}{\pi n k}} (T_M - T_o)$$

Les valeurs de λ données par M. Kirsch, d'après le petit nombre des expériences connues, correspondent à une tranche d'un millimètre d'épaisseur et un degré centigrade de différence entre les températures des parois ; δ est le poids de la tranche pour 1 m. c. de surface et un millimètre d'épaisseur. Bien que k varie légèrement avec la température, on peut lui donner la valeur moyenne qui correspond à 100° C. et qui est la suivante :

VALEURS DE k

Acier Bessemer (Kirchhoff)	9,9
— puddlé —	14,1
Fer (Kirchhoff).	14,1
Fer (Weber).	15,8
Fer (Angstrœm).	17,2
Fer (Lorenz).	17,91

Pour la fonte, à défaut d'indications, on peut prendre $k = 18$; on a, du reste, pour ce métal :

$c = 0,115$ (Regnault a donné 0,1298)
$\delta = 7,73$ [1]

1. Chiffre plus élevé que celui que l'on adopte (7,2), mais nous citons d'après l'original.

D'où

$$\lambda = c\delta k = 16$$

D'après *Lorenz*, λ vaut, vers 100°:

VALEURS DE λ

Cuivre.	72,3	Etain.	14,2
Bronze.	28,3	Plomb.	7,3
Laiton.	25,4	Antimoine . . .	4,0
Fer	16,3	Bismuth	1,6

L'équation (VI) permet de faire rapidement le calcul numérique de la quantité de chaleur absorbée par la paroi et par mètre carré de surface du type couvercle; soit, par exemple, une machine à condensation fonctionnant entre les températures centigrades de (160° et 40°), et prenons $n = 60$. Il vient:

$$T_M = 160$$

$$T_o = \frac{160 + 40}{2} = 100$$

d'où :

$$Q = 179 \text{ calories.}$$

Supposons que le piston ait 0m,50 de diamètre ; sa surface est 0m²,196 et, en admettant comme minimum que la somme des surfaces du type couvercle soit le double de cette quantité, nous aurons pour cette machine et par tour, mais pour une face seulement:

$$Q = 179 \times 0,196 \times 2 = 70 \text{ calories.}$$

En comptant les deux faces, la quantité de chaleur absorbée et restituée par la paroi serait par heure

$$2 \times 70 \times 3.600 = 505.600 \text{ calories}$$

ce qui équivaut à la chaleur de condensation d'environ 1000 kilogrammes de vapeur à 6 atmosphères absolues.

Ce chiffre, qui représente la somme des quantités condensées pendant une heure, relevées au moment où le diagramme accuse le titre le plus faible, dépasse même la quantité de vapeur totale admise au cylindre pour une machine ayant les dimensions que nous venons d'indiquer et fonctionnant dans des conditions moyennes. Cependant, nous avons négligé les surfaces intérieures des canaux d'admission, et nous n'avons tenu compte que des surfaces du type couvercle. La différence

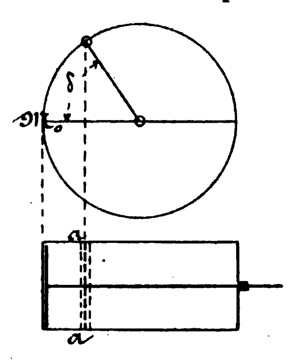
entre le résultat du calcul et la réalité est trop considérable pour être mise sur le compte de la valeur adoptée pour λ ; elle provient, pour une certaine part, de ce que la loi réelle de variation de la température n'est pas la loi sinusoïdale, mais elle est due surtout à ce que la température de la face interne du cylindre n'est pas égale à celle de la vapeur.

Relativement à la première cause signalée, M. Kirsch s'approche de la courbe des températures de la vapeur en représentant celle-ci, non par une sinusoïde, mais par la somme des termes constituant la série de Fourier :

$$A_o + A_1 \sin \alpha + A_2 \sin 2\alpha + A_3 \sin 3\alpha \ldots$$

Les conclusions du calcul sont cependant peu modifiées.

La surface du *type cylindre* exerce une influence comparable à celle que nous avons étudiée pour les parois du type couvercle; si nous fixons notre attention sur l'un des anneaux, *a*, composant le pourtour du cylindre (fig. 112), nous voyons qu'il est exposé, lorsque la manivelle effectue une révolution entière à partir du point mort M_o, à toutes les températures successives représentées par les ordonnées de la courbe marquée en trait fort. Nous supposons que l'épaisseur du piston soit négligeable, et que l'anneau change brusquement de face au passage du piston; la courbe des températures de la face interne en fonction du temps ou de l'angle est différente d'un anneau à l'autre, mais tout compte fait, l'ensemble de la surface se trouve à peu près dans les conditions de l'anneau moyen, et l'on voit que l'excès de sa température sur la température moyenne T_o change quatre fois de signe pendant un tour de manivelle. M. Kirsch substitue à la température réelle celle qui serait



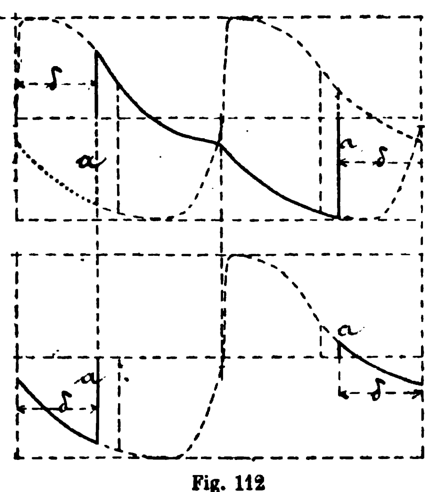


Fig. 112

donnée par :

$$T_i - T_o = -(T_M - T_o) \sin 2\alpha$$

qui, pour :

$$\alpha = o\ ,\ \frac{\pi}{2}\ ,\ \pi\ ,\ \frac{3}{2}\pi\ ,\ 2\pi,$$

donne :

$$T_i - T_o = o$$

et pour :

$$\alpha = \frac{\pi}{4},\ \frac{3\pi}{4},\ \frac{5\pi}{4},\ \frac{7\pi}{4}$$

donne :

$$T_i - T_o = \mp (T_M - T_o$$

En intégrant l'équation différentielle (III') de manière à introduire les conditions définies ci-dessus, on démontre que les variations de température se propagent à l'intérieur de la paroi, mais l'amplitude des variations décroît plus rapidement que pour les surfaces du type couvercle. On peut aussi chercher l'expression de flux de chaleur, et l'on constate qu'il change deux fois de sens pendant un tour, c'est-à-dire que la chaleur passe deux fois de la vapeur vers la paroi et deux fois en sens inverse. Dans des conditions ordinaires de pression et de détente, on démontre que l'intensité de l'échange dû à la partie cylindrique est à peu près égale à la moitié de celui qui est produit par les surfaces du type couvercle. Il faut tenir compte, évidemment, en superposant les effets dûs aux deux genres de surfaces, du sens dans lequel ils se produisent à un moment donné.

159. — La restitution de chaleur à la paroi par la vapeur coïncide presqu'entièrement avec la période d'échappement, non seulement pour les surfaces du premier genre, mais encore pour celles du manteau; elle explique donc la perte à l'échappement, mais comme nous l'avons fait remarquer déjà, cette théorie exagère l'influence de la paroi.

L'équation VI donnerait immédiatement le bénéfice que l'on peut réaliser au moyen du système compound, où la chute des températures est partagée entre deux cylindres, dont l'un présente en outre une surface réduite; nous avons établi (155) que la perte due aux parois dans le système compound est réglée par le petit cylindre seul; même en faisant la part de ce qu'il y avait d'approximatif dans le raisonnement, on voit

qu'il reste une marge considérable pour expliquer la diminution de la perte à l'échappement résultant de l'adoption de deux cylindres; pour rendre égaux les flux de chaleur des deux cylindres, on constate que la pression initiale du réservoir devrait être abaissée notablement en dessous de celle qui convient pour réaliser l'égalité des travaux, condition que l'on tient presque toujours à obtenir pour des raisons d'un ordre différent. Il serait du reste dangereux, on le comprendra, de baser sur les formules de la théorie de M. Kirsch des calculs quantitatifs.

160. — *Influence du rayonnement et des enveloppes.* — La perte par rayonnement équivaut à un flux uniforme vers l'extérieur, phénomène qui se greffe sur celui de la chaleur participant au mouvement de flux et de reflux. La courbe des températures, dont l'inclinaison en chaque point caractérise le passage de la chaleur à travers une section déterminée, devra traduire le nouvel état de choses.

Soit q la chaleur rayonnée par mètre carré et par seconde, T la température à la profondeur x à un instant donné, lorsqu'il n'y a pas de rayonnement, et T' la température lorsque l'on tient compte de cette perte; on devra avoir :

$$\lambda \frac{dT'}{dx} = \lambda \frac{dT}{dx} + q$$

ou

$$\frac{dT'}{dx} = \frac{dT}{dx} + \frac{q}{\lambda}$$

Comme la température de la surface intérieure n'a pas changé, on voit que les courbes de température, mobiles d'un instant à l'autre dans tous les cas, aboutiront sur la face intérieure aux mêmes points que précédemment, et pourront être obtenues au moyen des ordonnées que donne l'équation (IV), mais en les rapportant à un axe incliné, $\frac{q}{\lambda}$ mesurant la tangente de cette inclinaison (fig. 113).

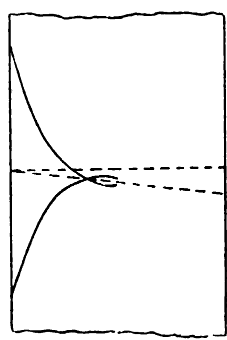


Fig. 113

Le flux de la vapeur vers le métal augmente de la quantité q, appliquée au temps correspondant à une demi-révolution, le reflux du métal vers la vapeur diminue d'autant (1).

1. Le fait n'est qu'approximatif; il est basé sur la supposition que la température de la paroi extérieure ne varie que très peu, sinon la perte q, qui doit

Ce raisonnement est aussi applicable au cas où il existe une enveloppe de vapeur, mais la température extérieure est alors maintenue constante, et le flux de chaleur est dirigé vers l'intérieur ; la température de la paroi extérieure peut être supposée égale à celle de la vapeur de l'enveloppe, et, dans ce cas, être la même que la température *maximum* de l'entrée au cylindre (fig. 114). Cependant, la présence d'un voile d'eau sur la surface condensante de l'enveloppe, c'est-à-dire à l'extérieur du fourreau, peut opposer une résistance assez grande au passage de la chaleur vers l'intérieur et abaisser la température des couches de métal voisines. Les courbes de température dans le cas de l'enveloppe présentent les formes indiquées (fig. 114) ; on ne devra pas perdre de vue que ces courbes sont mobiles, les positions indiquées se rapportent au flux et au reflux. On peut facilement établir que la surface comprise entre deux courbes est proportionnelle à la quantité de chaleur reçue ou donnée par le métal.

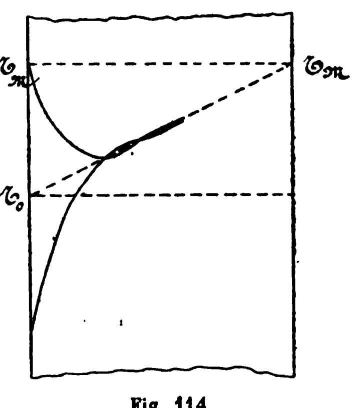


Fig. 114

Lorsque l'on calcule d'après ce que nous venons de voir la quantité de chaleur que l'enveloppe introduit dans le métal en prenant la valeur de λ dont nous avons déjà fait usage, on trouve que la condensation y serait considérable et bien supérieure à ce qu'elle est en réalité ; l'erreur provient en grande partie de ce que la température de la paroi intérieure ne suit pas celle de la vapeur. La température moyenne de paroi à la face intérieure du cylindre est nécessairement plus élevée, si l'on en juge par la condensation que l'on recueille d'ordinaire dans les enveloppes, que la moyenne des températures maximum et minimum du diagramme. Les expériences de M. Donkin rendent ces conjectures assez probables ; très incertaines lorsqu'il s'agit de la température de la couche interne, où le mouvement de la courbe est grand et par conséquent rapide, les expériences thermométriques directes donnent, sans doute avec exactitude, la température moyenne des couches un peu moins rapprochées de l'intérieur du cylindre.

s'écouler à l'extérieur par convection et par rayonnement, serait évidemment variable, mais la loi exponentielle trouvée pour l'état thermique de la paroi justifie entièrement notre manière de voir.

Les températures trouvées par M. Donkin dans l'enveloppe et l'intérieur de la paroi, par exemple dans son expérience 107 [1], expliquent les condensations que l'on trouve dans les enveloppes, et qui s'élèvent rarement au-dessus de 6 % de la quantité de vapeur qui passe au cylindre, il s'agit de machines monocylindriques à longue détente et condensation ayant une vitesse de piston peu supérieure à 2 mètres par seconde.

L'effet de l'enveloppe a longtemps paru inexplicable, à cause du manque apparent de proportion entre le résultat produit et la faible quantité de vapeur condensée.

L'enveloppe diminue le flux de chaleur vers la paroi, et augmente le reflux; son effet est, d'une part, d'augmenter la quantité de chaleur restituée pendant la période motrice, d'autre part de hâter la dessiccation de la surface du cylindre pendant l'échappement même [2]; or, la chaleur de la paroi ne passe à la vapeur que par l'intermédiaire de l'eau qui sert de véhicule, il en résulte que la petite quantité de chaleur qui vient de l'enveloppe exerce un effet indirect considérable.

Telle est du moins l'explication généralement admise et qu'il serait assez difficile de tirer des théories exposées dans ce paragraphe, attendu que l'hypothèse sur laquelle est basée l'intégration des équations est surtout en défaut à partir du moment où la paroi est sèche.

161. — Il resterait de plus à examiner dans quelles circonstances l'eau peut ne pas être entièrement revaporisée à la fin de l'échappement; si tel était le cas, elle pourrait facilement s'accumuler dans les cavités qui existent dans certaines conformations de cylindres: un calcul plus ou moins analogue à celui que nous avons fait pour la paroi s'appliquerait à cette eau, qui deviendrait, non plus l'agent de l'échange comme le suppose la théorie alsacienne, mais le siège même de la déperdition du calorique [3].

1. Minutes of Proceedings of C. E., mémoire cité (fig. 6., pl. VI). Dans les machines compound à deux cylindres, l'ensemble des condensations dans les deux enveloppes s'élève parfois jusqu'à 10 et même 12 °/. de la vapeur qui passe dans la machine.

2. On trouvera des renseignements fort complets sur l'enveloppe de vapeur dans le compte rendu de la Commission formée au sein de l'*Institution of Mechanical Engineers* pour l'étude expérimentale de cette question. Le premier rapport a été publié en octobre 1889; le second, en octobre 1892, dans les *Minutes of Proceedings* de cette Société. Voir aussi Engineering, 1892, 2e sem. pp. 556, 737, 766, 797.

3. Willans a observé directement l'effet nuisible dû à l'accumulation de l'eau dans une cavité du cylindre. — Engineering 1890, 1er sem., p. 556.

La grande difficulté de ce genre d'analyse provient du rôle que l'on doit attribuer au liquide qui se trouve dans le cylindre ; peut-il simplement être considéré comme prenant part à l'évolution générale au même titre que l'humidité qui modifie le titre dans la détente ou la compression, ou bien, par suite d'une différence de température notable avec le fluide qui participe à l'évolution, l'eau des parois fonctionne-t-elle, pendant une partie plus ou moins grande du cycle, à peu près comme un corps solide ? Les conséquences des deux hypothèses peuvent être très différentes, et il paraît difficile de trancher la question. La valeur de λ est environ 100 fois moins grande pour l'eau que pour la fonte, et comme on a :

$$k = \frac{\lambda}{c\delta}$$

il vient pour les deux corps :

	λ	k	$\frac{\lambda}{\sqrt{k}}$
Fonte. . .	16	18	3,76
Eau. . . .	0,16	0,16	0,40

Toutes choses égales, en admettant qu'une couche d'eau en contact avec la vapeur prenne superficiellement la température de celle-ci, l'importance du flux est, d'après l'équation (VI) proportionnelle à la troisième colonne du tableau, et la variation de température à l'intérieur de la masse d'eau est, d'après l'équation (V) qui s'applique à la première couche, environ 10 fois plus forte que pour la fonte ; ces chiffres mettraient en évidence l'inaptitude de l'eau à prendre part à l'évolution du fluide actif, comme le suppose, par exemple, la méthode alsacienne dans le calcul de la chaleur interne en chaque point du diagramme [1].

162. — ***Influence de la vitesse de rotation sur l'échange.*** — En réunissant les surfaces du type couvercle et celle du cylindre proprement dit,

1. On peut objecter, il est vrai, que l'eau se trouve dans un état de grande division et de violente agitation ; mais tel n'est pas toujours le cas. M. Cotterill a développé d'autres considérations du plus haut intérêt à propos de la question qui nous occupe.
Voir aussi le nouveau mémoire de M. Donkin, *Minutes of P. of C. E.* 1892-93.

on démontre, dans l'hypothèse de M. Kirsch, que le flux total est proportionnel par unité de surface, à :

$$\frac{\lambda}{\sqrt{n k}}$$

et à une série de constantes ; d'ailleurs comme les parois sont toujours en fonte, λ et k ont des valeurs déterminées et constantes lorsque l'on passe d'un cylindre à l'autre ; mais les surfaces du type couvercle ont une influence spécifique à peu près double, au point de vue de l'échange, de celle du manteau ; en appelant Σ et Σ' ces surfaces, Σ ne se rapportant qu'à l'une des extrémités du cylindre, la valeur totale de l'échange serait exprimée, par tour, par la fonction :

$$Q = M \frac{2\,\Sigma + \frac{1}{2}\,\Sigma'}{\sqrt{n}}$$

M étant un facteur constant.

Lorsque l'on compare des cylindres semblables, c'est-à-dire dans lesquels le rapport de la longueur au diamètre est constant, si on appelle R le rapport des volumes, les surfaces varient comme $R^{\frac{2}{3}}$, et, pour la même puissance, les nombres de tours varient en raison inverse de R, les conditions de pression de détente et de condensation étant identiques ; ainsi pour une machine dont le cylindre serait R fois plus grand que celui du moteur considéré, et qui développerait la même puissance, l'échange serait :

$$Q_1 = M \frac{\left(2\,\Sigma + \frac{1}{2}\,\Sigma'\right) R^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{\frac{n}{R}}}$$

ou :

$$Q_1 = Q R^{\frac{7}{6}}$$

Ainsi, l'échange augmente lentement, pour la même puissance développée, lorsque le volume du cylindre augmente, ou *vice versa* ; mais pour obtenir l'échange en fonction du temps, les quantités Q et Q_1 doi-

vent être multipliées par les nombres de tours proportionnels des machines, c'est-à-dire par n et par $\frac{n}{R}$; en résumé, on aura :

$$\frac{Q_1 \frac{n}{R}}{Qn} = R^{\frac{1}{6}}$$

Lorsque l'on diminue les dimensions des cylindres, et que, pour obtenir la même puissance, on fait varier en sens inverse le nombre de tours par minute, l'échange diminue comme la racine sixième du nombre de tours; la vitesse permet donc de combattre l'action de paroi, mais dans une mesure très faible (1).

163. — Lorsque le nombre de tours par minute figure parmi les données d'établissement d'un moteur, le volume du cylindre s'en déduit; en appelant d le diamètre, et l la course du piston, dimensions qui déterminent les valeurs Σ et Σ' des surfaces participant aux échanges, on peut chercher, pour le volume donné, le rapport $\frac{l}{d}$ qui réduit l'échange au minimum; on trouve :

$$\frac{l}{d} = 4$$

Il y aurait des difficultés à adopter d'aussi longues courses, mais la fonction des surfaces ne varie que très lentement dans une zone étendue de valeurs $\frac{l}{d}$; on reconnait, par exemple, qu'elle augmente de 5,5 pour cent lorsqu'on descend à :

$$\frac{l}{d} = 2$$

valeur assez souvent admise pour les machines monocylindriques, ou

1. Les expériences de Willans ont montré que l'influence de la vitesse sur l'action de la paroi est à peu près celle qu'indique cette théorie; lorsque la vitesse était triplée ou quadruplée, on a généralement trouvé, sur une *même machine*, que la condensation à l'admission était réduite, par tour, dans le rapport de la racine carrée de cette augmentation. Pour les machines compound, la somme des condensations aux deux cylindres paraît suivre très approximativement la même loi. Les machines Willans n'ont pas d'enveloppes de vapeur.



pour les petits cylindres des machines compound (il s'agit de machines horizontales).

Si l'on tient compte, du reste, de ce qu'il est difficile de munir les couvercles, et surtout le fond d'avant, d'enveloppes de vapeur bien disposées, on voit qu'il y a intérêt, abstraction faite de toute autre considération, à allonger la course des machines à vapeur.

164. — Le flux constant dû à l'enveloppe ne dépend (160) que de la surface et de la température moyenne de l'intérieur du cylindre, relativement à celle de la vapeur de l'enveloppe; lorsque, pour une même puissance, on augmente le nombre de tours par minute dans un certain rapport R, on réduit toutes les surfaces, et par conséquent l'action de l'enveloppe, dans le rapport $R^{\frac{2}{3}}$. Cette considération achève d'expliquer pourquoi, malgré ce qui a été dit au numéro 162, les petites machines à rotation rapide ne sont pas plus économiques que les grands moteurs.

165. — Enfin, M. Kirsch a signalé aussi l'influence que la position des parois peut exercer sur les phénomènes d'échange; les surfaces verticales se débarrassent facilement de l'eau qui les couvre, et qui ruisselle vers le bas: leur dessiccation s'opère donc beaucoup plus vite; l'eau qui se ramasse au fond du cylindre s'y trouve sous une forme plus compacte, ce qui est de nature à réduire l'échange; il peut même arriver que l'eau soit balayée mécaniquement au condenseur, ce qui met fin à son action nuisible. D'après une expérience de M. Kirsch, la quantité d'eau qui peut adhérer à une surface verticale de tôle unie est de 20 grammes par mètre carré.

166. — *L'influence des parois limite le rapport de détente.* — La plupart des expériences entreprises à charge variable sur une même machine ont démontré que la consommation de chaleur du cycle, par cheval-heure, diminue lorsque l'introduction augmente, et atteint son minimun pour une détente qui, dans les machines à condensation, est encore loin d'être complète. Il y a donc, pour chaque machine, un rapport de détente plus avantageux que les autres: il dépend de la pression initiale, avec laquelle il augmente. Lorsqu'on augmente la pression, et que l'on adopte l'introduction la plus avantageuse qui correspond à cette pression, on trouve des consommations de plus en plus réduites, mais le



maximum d'économie n'augmente pas indéfiniment, et l'on ne trouve aucun avantage, pour un type donné (monocylindrique, par exemple), à dépasser une certaine pression, car la consommation finit par augmenter.

Ces faits seraient inexpliquables si l'on supposait les parois inertes, comme nous l'avons fait dans le § I de ce chapitre; ils sont dus au phénomène parasite de l'échange, ainsi qu'il est facile de s'en rendre compte.

Lorsque la détente est très prolongée, la perte par detente incomplète est faible, la perte due à la paroi a une certaine valeur, tout à fait comparable, sinon plus grande, à ce qu'elle serait pour une machine à détente moins complète. Pour une machine donnée, la perte de paroi est donc à peu près constante lorsque l'on augmente l'introduction, mais sa valeur diminue relativement au travail accompli, tandis que la perte due à la détente incomplète augmente relativement au même travail. C'est la compensation particulière qui s'établit entre ces deux actions qui place le maximum de rendement aux détentes modérées.

Plus l'action de la paroi est réduite par l'enveloppe de vapeur, plus la détente peut être prolongée; cette conclusion est vraie aussi pour les machines compound. L'expérience vérifie absolument cette déduction.

La limitation de l'économie par l'augmentation de la pression s'explique d'une manière analogue, mais ici plusieurs circontances concourent simultanément à combattre l'effet de l'élévation de la température initiale; d'une part, l'action de paroi devient de plus en plus grande pour un poids donné de vapeur consommée; d'autre part, la supériorité théorique du cycle est de moins en moins grande (1).

Si l'on pouvait chiffrer avec certitude la perte due aux parois, on pourrait trouver analytiquement, dans chaque cas, l'introduction qui procure la plus grande économie (2). Le résultat dépend de la combinaison de deux influences qui agissent en sens contraire, et l'on conçoit que les solutions peuvent différer beaucoup d'une machine à l'autre, suivant la disposition plus ou moins heureuse de l'enveloppe, la grandeur de l'espace nuisible, le degré de compression adopté, etc.

1. Nous ne devons pas perdre de vue que la période d'échauffement du liquide éloigne le cycle de celui de Carnot.

2. Le diagramme entropique peut faciliter beaucoup cette recherche, que nous ne ferons pas ici.



Jusqu'ici, on a résolu le problème expérimentalement, mais, comme dans toute question dont la solution dépend d'un maximum, on peut heureusement s'écarter beaucoup de la valeur rigoureuse qui donnerait le meilleur rendement sans altérer le résultat d'une manière notable.

Pour la machine sans condensation, où l'influence de paroi est plus faible, on s'attache assez généralement à terminer le diagramme par une pression motrice qui équilibre les résistances passives, c'est-à-dire que la détente est poussée aussi loin que possible ([1]). Pour les machines à condensation, au contraire, on trouve entre la pratique courante des constructeurs de grandes différences, qui s'expliquent par les considérations citées plus haut.

En général, dans les machines fixes, la détente est poussée beaucoup plus loin que dans les machines marines, sans aboutir à des consommations notablement plus avantageuses ; ce fait est motivé par des considérations d'ordre pratique : lorsque l'on établit une machine neuve d'usine, il est prudent de calculer ses dimensions largement, en vue de surcharges éventuelles dues au développement de l'industrie qu'elle active ; à bord des navires, au contraire, le moteur reçoit toute sa charge dès le début ; l'emplacement des appareils et leur poids est du reste parfaitement déterminé, et une augmentation de puissance serait rendue impossible à cause des générateurs.

1. Des expériences fort complètes, ayant pour but principal d'élucider la question du meilleur rapport de détente à adopter, ont été faites aux usines du Creuzot. Rapport de M. *Delafond*, Annales des Mines, 1884, t. VI. Voici un sommaire des résultats obtenus : (nous n'indiquons que les introductions donnant la consommation la plus réduite par cheval indiqué).

	PRESSIONS EFFECTIVES MOYENNES A LA CHAUDIÈRE				
	7 k., 75	6.25	4.50	3.50	2.50
A condensation, sans enveloppe...	0.09 — 9.58	0.14 — 8.90	0.155—8.08	0.150—8.40	0.182—9.15
— avec enveloppe...	0.067—7.38	0.115—7.55	0.155—7.76	0.143—8.13	0.190—8.85
Sans condensation, sans enveloppe.	0.17—12	. . . .	. . . .	0.37—12.17	
— avec enveloppe.	0.20—10.74	. . . .	. . . .	0.34—12.64	

OBSERVATION : Le premier nombre est l'introduction, le second est la consommation en kilogrammes par cheval-heure indiqué).

167. — *Substances isolantes.* — Dès l'année 1876, M. Lissignol avait proposé de diminuer l'influence des parois en rendant leurs surfaces intérieures impénétrables à la chaleur au moyen d'un revêtement en plomb ou en porcelaine s'étendant aux pièces non exposées au frottement du piston, c'est-à-dire à toutes les surfaces que, dans l'exposé de la théorie de M. *Kirsch*, nous avons rapportées au type couvercle; plus récemment, M. *Thurston* a repris la même idée [1]. Il n'existe pas à notre connaissance d'expériences *concluantes* sur l'application de ces enduits isolants.

§ VII

Utilisation de la chaleur produite dans le foyer.

168. — La dépense de chaleur désignée par Q_1 dans le cours de ce chapitre n'est pas celle que la combustion rend disponible, mais celle que les parois de la chaudière absorbent pour l'échauffement de l'eau et sa transformation en vapeur. Ces quantités ne seraient équivalentes que si toute la chaleur développée par la combustion était employée utilement, c'est-à-dire si les gaz qui lui servent de véhicule pouvaient être refroidis jusqu'à la température ambiante.

On peut imaginer, à la rigueur, que ces gaz sont, moyennant l'emploi d'un réchauffeur parfait, refroidis jusqu'à la température T_2, qui est celle de l'eau d'alimentation puisée au trop plein du condenseur; les pertes de l'appareil évaporatoire seraient, en ce cas, fort réduites, elles comprendraient surtout celles que l'on peut étudier indépendamment du cycle (rayonnement, combustion incomplète).

La question est en réalité plus complexe, car il ne suffit pas que la chaleur développée entre en jeu dans le cycle, nous savons que la température à laquelle elle intervient exerce sur le rendement une grande influence.

Nous devons d'abord écarter, au sujet de l'emploi de la chaleur produite par la combustion, un mode d'interprétation qui conduirait,

1. *L'Industrie*, 13 mars 1892. (Dwelshauvers-Dery).

ainsi que l'a montré M. Zeuner, à déprécier à tort la machine à vapeur ; c'est ce qui sera fait au numéro suivant.

169. — *Transmission de la chaleur à la chaudière.* — Le combustible, dont la nature est le poids sont déterminés, est supposé complètement brûlé dans le foyer ; la quantité de chaleur qu'il dégage en s'unissant avec l'air est employée à augmenter la chaleur interne des gaz en présence, et à effectuer leur travail de dilatation sous la pression atmosphérique.

La combustion n'est pas un phénomène réversible, mais le mélange gazeux qui en résulte peut être considéré comme un seul corps (ch. III et IV), qui, lorsque le combustible est du coke, possède une chaleur spécifique moyenne à pression constante égale à 0,24 (1), la proportion d'air en excès ne fait pas varier sensiblement cette valeur.

Soient T_a la température ambiante absolue ;

T_o la température la plus élevée après la combustion.

L'état final du mélange gazeux est le même que si l'on avait communiqué aux corps qui le composent, et sous pression constante, la chaleur développée par la combinaison ; cette opération est représentée par la ligne AB de la figure 115, et la chaleur communiquée équivaut à la surface OAB*b*.

Fig. 115

Lorsque, pour le même poids de combustible, on admet un poids d'air de plus en plus grand, la quantité de chaleur développée reste la même, mais la transformation est représentée par AB', dont les abscisses, toutes choses restant égales, sont proportionnelles au poids du mélange qui subit l'échauffement. La température finale est donc abaissée.

On sait que la houille (2) est généralement brûlée avec un volume d'air deux fois plus grand que celui qui serait rigoureusement nécessaire pour la combustion, mais, même

1. Il y aurait évidemment lieu, pour calculer exactement, de tenir compte de l'élévation de la chaleur spécifique avec la température (chap. IV), mais, la valeur particulière de C n'altère pas le raisonnement dans son ensemble.
2. Par suite de la difficulté que l'on éprouve à bien mélanger le combustible et le comburant.

dans ces conditions, la température T_0 du foyer est encore trés élevée, et bien supérieure à celle de la vapeur aux pressions les plus grandes que l'on admette.

Il semble que, pour élever le rendement du moteur, la température T_1 du cycle de la vapeur devrait être égale à T_0. Si l'on fait abstraction des difficultés d'ordre pratique, on est tenté de considérer la machine à vapeur comme un appareil défectueux, attendu que la chaleur y est reçue à une température de beaucoup inférieure à celle du foyer. Mais, il ne faut pas perdre de vue que si les gaz maintenaient la chaudière à la température T_0, ils s'échapperaient à la cheminée à cette même température, attendu que la chaleur ne pourrait passer des gaz déjà refroidis à un corps maintenu plus chaud; en élevant la température supérieure du cycle à T_0, on lui donnerait un rendement très élevé, mais il ne recevrait pas de chaleur, celle-ci serait entièrement emportée par les gaz.

170. — Il est vrai que l'on pourrait disposer, sur le parcours des gaz, une série de réchauffeurs à température graduellement décroissante à partir de la chaudière, mais nous ne devons pas perdre de vue que la *quatrième opération* du cycle de Carnot ramène le corps travailleur à l'état initial, ce qui rend le réchauffeur théoriquement inutile.

Si l'on veut, pour le chauffage de la chaudière, utiliser la zone des températures élevées, il faut renoncer au cycle de Carnot; le cycle réel a l'avantage précédemment signalé (120, note), de rendre utilisable la chaleur contenue dans les gaz déjà refroidis à une température insuffisante pour la vaporisation.

Or, rien n'empêche de supposer que la chaudière soit formée d'une série de réchauffeurs possédant toutes les températures décroissantes du mélange gazeux qui se refroidit, et parcourus en sens contraire par l'eau d'alimentation. On peut voir, dans ce cas, que le diagramme entropique de l'eau se superpose à celui des gaz; il n'y aurait donc pas vaporisation, même dans le réchauffeur le plus élevé de la série. La vaporisation n'aurait lieu que par la détente adiabatique BD (fig. 115), de l'eau à température T_0 admise dans le cylindre, et la condensation DA ramènerait le mélange à l'état liquide et à la température du dernier réchauffeur.

Le rendement obtenu par le procédé idéal que nous venons d'indiquer est celui que l'on obtiendrait en supposant, comme M. Zeuner l'a

fait [1], que la chaleur est employée à échauffer une série de petites chaudières indépendantes, dont la température décroît comme celle des gaz, et qui alimentent, chacune, un moteur séparé fonctionnant suivant un cycle de Carnot. La succession de ces cycles infiniment petits couvrirait exactement la surface BDA, qui doit donc être considérée comme représentant le maximum théorique de la chaleur pouvant être convertie en travail.

En désignant par P le poids du mélange gazeux, on a :

$$OABb = PC\,(T_o - T_a)$$

$$\overline{AD} = PC\int_{T_a}^{T_o}\frac{dT}{T} = PC\;l_n\frac{T_o}{T_a}$$

$$OADb = \overline{AD}\times T_a = PC\;T_a\;l_n\frac{T_o}{T_a}$$

donc :

$$ABD = PC\left(T_o - T_a - T_a\;l_n\frac{T_o}{T_a}\right)$$

On peut admettre que le kilogramme de houille de composition moyenne dégage 7.500 calories, et l'on a alors, théoriquement, en prenant $T_a = 288°$ et en supposant que l'on emploie 16 kilogrammes d'air pour la combustion :

$$ABD = 4.500 \text{ calories.}$$

Quel que soit alors le perfectionnement apporté à la machine et à la chaudière, ce chiffre de 4.500 calories ne peut être dépassé ; de plus, il est loin d'être atteint avec le seul système admissible en pratique pour le chauffage, et qui consiste à faire passer la chaleur à la chaudière à une température modérée.

171. — Dans le système de chauffage réel, les gaz circulent le long des parois de la chaudière, auxquelles ils cèdent la chaleur en se refroidissant sous la pression atmosphérique ; cette opération est représentée par la ligne BA, figure 115, mais elle ne peut s'étendre en dessous de la température du corps à chauffer ; soit T' cette température, la quantité de chaleur cédée à la paroi est exprimée par la surface BC*cb*, inférieure

1. Zeuner, 2e édition, p. 470.

à la chaleur de combustion de toute la quantité CAO*c*, qui est perdue à la cheminée.

On voit immédiatement que la perte à la cheminée est d'autant plus réduite que la combustion se fait avec un moindre excès d'air, car la surface CAO*c* est plus petite que C'AO*c*'.

Pour la question qui nous occupe, il est plus commode de donner aux surfaces qui représentent les quantités de chaleur la forme rectangulaire, comme l'a fait *M. Hermann* (1), mais en général, les lignes du tracé ne pouvant être considérées comme des transformations, elles auront le caractère de simples constructions géométriques.

Représentons par le rectangle OA, figure 116, la quantité de chaleur

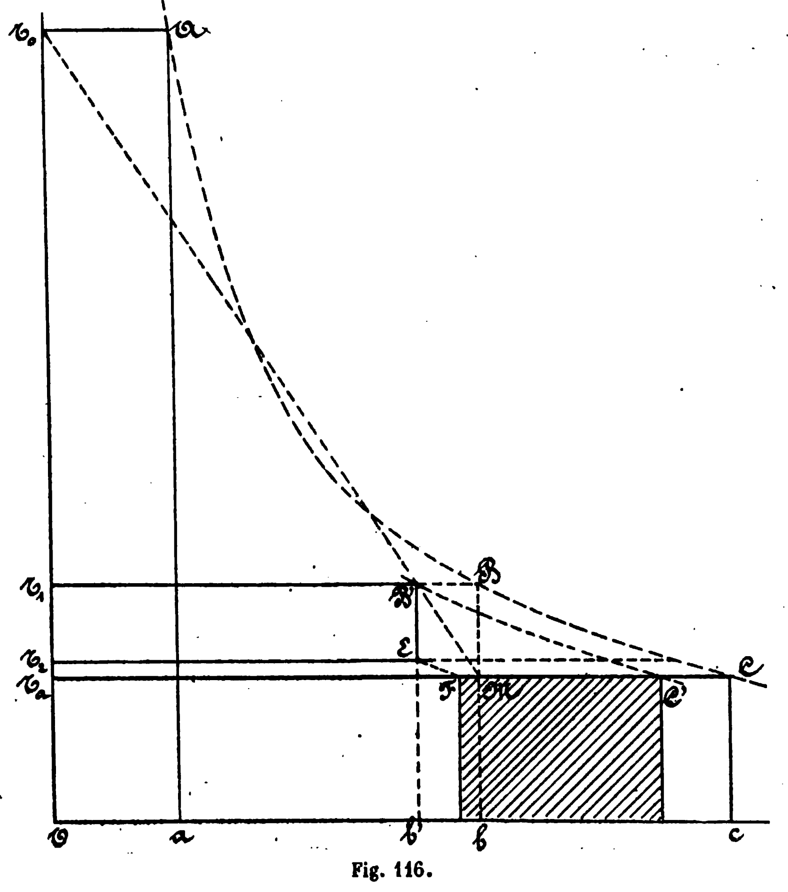


Fig. 116.

1. *Gustav Hermann*. — Die graphische Behandlung der mechanischen

développée par la combustion, c'est-à-dire la surface qui, dans la figure 115, était représentée par OAB*b*, et faisons passer, par le point A, l'hyperbole équilatère AC. Tous les rectangles construits sur les coordonnées d'un point de l'hyperbole étant équivalents, la quantité de chaleur engendrée est aussi représentée par les rectangles OB ou OC, dont la surface est :

$$PC\,(T_o - T_a)$$

Considérons d'abord le cas limite où les gaz quitteraient la chaudière à la température T_1 de la vapeur saturée ; la chaleur emportée à la cheminée sera :

$$PC\,(T_1 - T_a)$$

la valeur relative de cette perte est :

$$\frac{T_1 - T_a}{T_o - T_a}$$

En joignant les points M et T_0, on partage la ligne T_1 B en deux segments, et il est facile de voir, par la considération des triangles semblables B' B M, T_a T_0 M, que la chaleur perdue à la cheminée est représentée par le rectangle B'*b*, ou, si l'on mène par le point B' l'hyperbole équilatère B' C', par le rectangle C' *c*.

La chaleur absorbée par la chaudière est donc réduite au rectangle OB', qui, dans l'hypothèse où la machine fonctionne suivant le cycle de Carnot, représente la chaleur Q_1 communiquée pendant la première opération du cycle.

La chaleur transformée en travail est représentée par le rectangle T_1E, et la chaleur Q_2, abandonnée au réfrigérant, est le rectangle OE, ou le rectangle OF, obtenu en menant l'arc d'hyperbole équilatère EF.

Ce procédé présente l'avantage de donner toutes les quantités de chaleur qui jouent un rôle dans le problème, sous la forme de rectangles ayant la même hauteur T_a, et de les rendre plus facilement com-

Waerme theorie.— Zeitschrift des V. D. I.— 1884. Mémoire réimprimé, Berlin Springer, 1885.

Voir aussi, pour ce qui concerne l'emploi de la chaleur fournie à la machine seulement, l'article intitulé : « *Heat distribution in steam Engines,* » *Engineering,* 1892, 2e sem. p. 658; cet article donne, pour une machine de laboratoire, fonctionnant à simple, double, ou triple expansion, avec ou sans enveloppes, c'est-à-dire dans six hypothèses, la décomposition de l'unité de chaleur fournie par la chaudière.

parables. La quantité de chaleur transformée en travail est représentée par la surface ombrée, évidemment équivalente au rectangle T_2 B'.

La figure 117 donne le tracé pour la machine réelle, c'est-à-dire dans

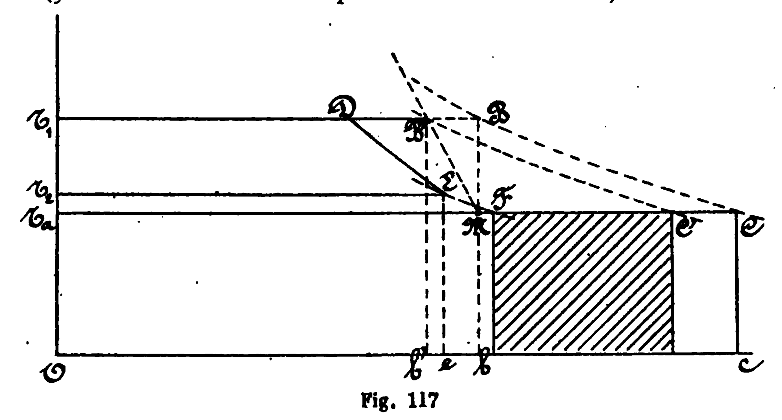


Fig. 117

laquelle existe la période ED d'échauffement du liquide [1] ; le poids du fluide travailleur doit être choisi de telle manière que la surface OT_1 D E *e* soit égale au rectangle OB', qui est le même que dans la figure 116. La chaleur perdue à la cheminée est la même que dans le cas précédent, mais la perte au réfrigérant (rectangle OE ou OF) est plus grande.

Lorsque l'on emploie un réchauffeur théoriquement parfait, les gaz sont abandonnés à la cheminée à la température T_2 (fig. 118) : cette

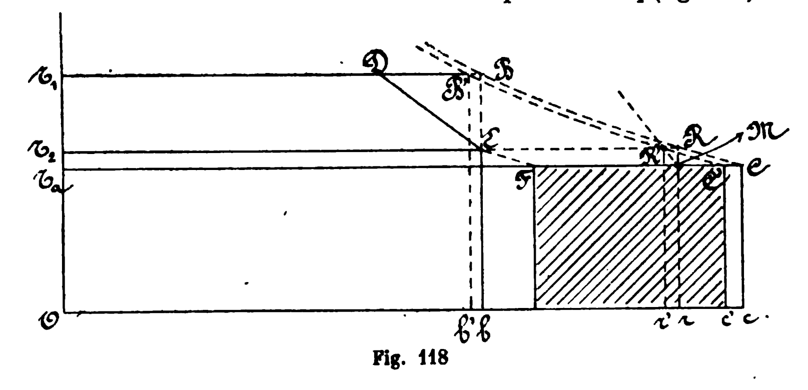


Fig. 118

1. Le cycle entropique du moteur, D T_1 T_2 E, est disposé d'une manière inverse de celle que nous avons habituellement employée, ce qui n'a pas d'importance, pourvu que l'on n'attribue pas aux lignes le caractère de transformations, et que l'on se borne à opérer sur des surfaces. Il est évident aussi que dans le passage de la chaleur au corps à échauffer, le *postulatum de Clausius* doit toujours être respecté.



donnée permet de trouver, au moyen d'une construction analogue à celle qui a été employée dans les deux premiers cas, la quantité de chaleur R'*r* (ou C'*c*, où B' *b*) emportée par les gaz. La quantité de chaleur utilement absorbée, tant par le réchauffeur que par la chaudière, est donc représentée par le rectangle OB', dont on trouve la surface équivalente dans la figure DT_1 O *b*E.

La quantité de chaleur abandonnée au condenseur est plus grande que dans chacun des deux cas précédents, mais la perte à la cheminée est moindre, et la quantité de travail obtenu est comparable à celle que donne le cycle de Carnot.

Enfin, la figure 119 est établie dans l'hypothèse, plus conforme à la

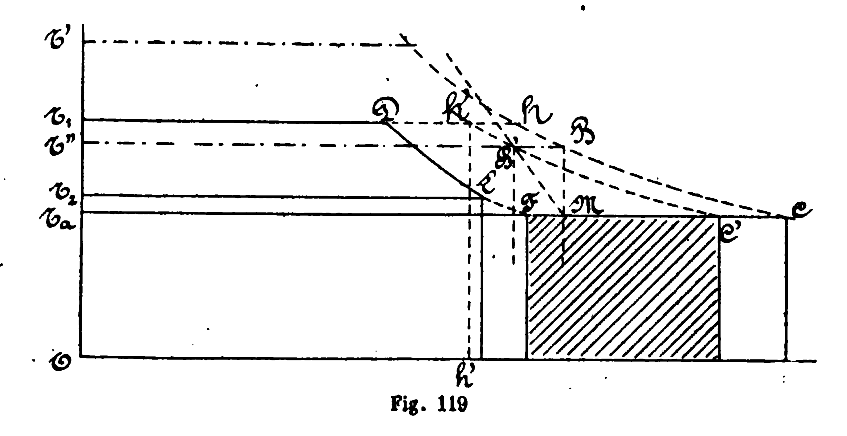


Fig. 119

réalité, où les gaz quittent le réchauffeur à une température T'', supérieure de 100° à celle de l'eau d'alimentation ; d'ailleurs les gaz quittent le corps principal à la température T', notablement supérieure à T_1 ; la température T' ne joue aucun rôle dans le problème théorique, ce qui se comprend du reste, puisque si elle est trop élevée, une partie du réchauffeur peut jouer le rôle de vaporisateur, mais il faudrait alors que les températures fussent étagées dans le réchauffeur.

Quoiqu'il en soit, la quantité de chaleur utilement absorbée tant par la chaudière que par le réchauffeur est donnée par le rectangle OB' ou O H', et le diagramme donne, comme dans les cas précédents, ce qui est converti en travail.

172. — En supposant, ce qui est vraisemblable lorsque l'on tient compte de la chaleur spécifique moyenne aux températures élevées, que

la température T_0 soit 1600° (1327° C.), et que les gaz abandonnent le réchauffeur à 423° (150° C.), prenant de plus :

$$T_1 = 473 \ (200^\circ \ C.)$$

et :

$$T_2 = 323 \ (50^\circ \ C.)$$

on trouve, au moyen d'un calcul graphique analogue à ceux qui ont été exposés, que la chaleur développée par la combustion se répartit, pour la machine réelle, de la manière suivante :

Chaleur transformée en travail.	$\alpha = 0.27$
— abandonnée au condenseur.	$\beta = 0.63$
— emportée par le gaz.	$\gamma = 0.10$
	1.00

Les machines à triple expansion les plus parfaites consomment, par cheval indiqué et par heure, avec des générateurs établis dans de très bonnes conditions, 650 grammes de charbon [1], ce qui équivaut à 4875 calories; en employant les chiffres ci-dessus, nous devrions retrouver, sous forme de travail :

$$4.875 \times 0.27 \times E = 560.000 \text{ kgm. environ.}$$

1. Il s'agit ici d'un résultat exceptionnel, mais qui doit être considéré comme acquis. Il existe de nombreux rapports d'essais de chaudières et de moteurs dans les bulletins des associations de propriétaires d'appareils à vapeur; quelques-uns (nous citerons par exemple divers essais de M. Longridge) sont assez complets pour servir de base à la discussion. La plupart ont le caractère de simples essais industriels et ne fournissent qu'un résultat global; nous devons faire remarquer que la consommation de vapeur est souvent donnée sans tenir compte de la température à laquelle la pompe alimentaire extrait l'eau de la bâche du condenseur, contrairement à l'habitude, plus rationnelle, que l'on a prise, dans les essais de chaudières, d'évaluer la vaporisation en supposant, par exemple, l'eau d'alimentation à 0°, et la vapeur à une pression déterminée, constante pour tous les essais; la proportion d'eau entrainée n'est pas toujours déterminée, enfin les machines d'usines sont souvent à charge variable, et l'on n'a en ce cas aucune garantie que le calcul des diagrammes fournit bien le travail moyen (voir notre 1er fascicule, n° 49).

Quelques essais modernes bien conduits, et riches en données de tous genres, ont été effectués sous les auspices de l'*Institution of Mechanical Engineers*, par un comité spécial placé sous la direction de M. A. B. W. Kennedy; ces essais, au nombre de cinq, ont porté sur des machines marines de divers types (*Minutes of p. of the I. M. E.* May 1889, May 1890, May 1892).

Voir aussi la bibliographie indiquée par M. Dwelshauvers-Dery, étude calorimétrique, etc., encyclopédie Léauté, pp. 199 à 210; un essai de locomobile Paxman par M. A. B. W. Kennedy (*Journal of the Sy of Arts*, 15 fév. 1889).

au lieu de 270.000 qui sont réellement produits et qui n'en représentent que les 0,48.

L'écart provient de pertes négligées aussi bien pour la chaudière que pour la machine, et qui sont dues à l'imperfection de la combustion, au rayonnement, aux étranglements, à l'influence de la paroi du cylindre.

La chaudière est du reste plus parfaite que le récepteur, car la machine en question demande à la chaudière 5,50 kilogrammes de vapeur à l'heure par cheval, et lui restitue l'eau à 35° environ, c'est-à-dire qu'elle dépense 3470 calories; elle devrait convertir en travail :

$$\frac{\alpha}{\alpha+\beta} \times 3.470 = 1.041 \text{ calories}$$

ou produire :

$$1.041 \times 425 = 442.425 \text{ kgm.}$$

Le rendement de la machine seule est donc :

$$\frac{270.000}{442.000} = 0,61$$

de celui que donnerait son cycle réel, ou :

$$\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$$

Le rendement de la chaudière est :

$$\frac{0,48}{0,61} = 0,79$$

de celui que donnerait le fonctionnement admis ou :

$$\frac{\alpha+\beta}{\alpha+\beta+\gamma}$$

Quant au travail disponible par le procédé du numéro 170, il serait, pour 650 grammes de charbon brûlé :

$$4.500 \times 0,650 = 2.925 \text{ calories}$$

La machine ne produit que 270.000 kilogrammètres, ou l'équivalent de 635 calories.

Le rendement global, relativement à la machine la plus parfaite que l'on puisse imaginer, est donc :

$$\frac{625}{2.925} = 0,216 \text{ (1)}$$

1. Si l'on considérait le cycle de Carnot comme possible entre les tempéra-

En résumé, il résulte de la discussion à laquelle nous avons consacré ce paragraphe, que les points suivants doivent être considérés comme acquis :

1° La chaleur développée par la combustion de 650 *grammes* de houille brûlant complètement dans le foyer est. 4.875 calor.

Cette consommation est prise comme terme comparatif dans ce qui suit :

2° Le maximum de la chaleur qui peut être converti en travail au moyen d'un cycle partagé en une infinité d'étages, empruntant la chaleur à la température décroissante des gaz, mais sans chute appréciable, et l'abandonnant à la température de l'atmosphère est : 2.925 calor.

Pour rapprocher ce chiffre du précédent il n'y aurait qu'un seul moyen, ce serait d'élever la température de la combustion en réduisant le poids d'air au minimum ; (nous supposons que la combustion s'opère à la pression atmosphérique).

3° Le maximum de la chaleur convertie en travail par le mode de fonctionnement admis dans la figure 119 est : . . . . 1.316 calor.

Le moyen à employer pour rapprocher ce chiffre du précédent consisterait à décomposer la chaudière en plusieurs parties successives, à températures échelonnées. L'élévation de la pression rend ce système peu pratique.

4° La chaleur réellement convertie en travail par les installations les plus parfaites connues à ce jour est : 635 calor.

La différence entre ce résultat et celui que l'on devrait obtenir a pour cause les pertes provenant du rayonnement, de la combustion incomplète, des étranglements, de l'espace nuisible et de l'effet des parois.

tures T_o et T_a, le rendement serait:

$$\frac{635}{\frac{T_o - T_a}{T_o} \cdot 7.500} = 0,113$$

mais nous avons vu (169-170) que cette manière d'envisager le rendement n'est pas justifiée.

CHAPITRE VI

Machines pour la production industrielle du froid [1].

173. — Nous distinguerons les machines qui comportent l'emploi d'un fluide non liquéfiable dans les limites des températures et des pressions de fonctionnement, et celles où le fluide subit des alternatives de liquéfaction et de vaporisation. Il y a, entre ces deux catégories de machines, les mêmes différences qu'entre les moteurs à air chaud et les moteurs à vapeur.

Le *postulatum* de Clausius énonce que la chaleur ne passe pas spontanément d'un corps froid à un corps plus chaud, et que cette opération, lorsqu'elle s'effectue, est accompagnée de quelque autre changement; les machines qui nous occupent ont pour objet de produire ce changement.

Soit ABCD (fig. 120) le cycle de Carnot (traduit en coordonnées entropie et température), et supposons qu'il soit décrit en sens inverse de celui d'un moteur thermique, entre la température T_1 du corps froid, et la température T_2 la plus basse à laquelle la chaleur peut s'écouler sur les corps extérieurs par simple conductibilité. La quantité de chaleur A B *m n*, ou Q_1, est enlevée au corps froid à la température constante T_1 et elle est versée, en même temps que la chaleur qui résulte du travail produit, à la source supérieure, qui reçoit ainsi la quantité de chaleur Q_2.

Fig. 120

La source T_1 tend continuellement à se réchauffer par contact avec les corps extérieurs, ou par la chaleur que ceux-ci rayonnent; le maintien de la température T_1 résulte de l'équilibre qui s'établit entre la chaleur qui tend à rentrer et celle qui est cédée pour effectuer l'opération AB.

1. Les premières machines avaient été construites en Angleterre par *Piazza Smyth* vers 1839, et en Amérique, par *Gorrie*.

L'effet utile de la machine frigorifique idéale peut être pris égal au rapport de la quantité Q_1 de chaleur enlevée, à celle équivalente au travail dépensé; ce rapport :

$$\frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

est plus élevé (1) que l'unité, et d'autant plus grand que la température T_1, à maintenir, se rapproche davantage de la température T_2 ; on en conclut qu'il y a tout interêt à adopter, pour la température supérieure du cycle, la température ambiante elle-même ; quant à la température inférieure T_1, elle résulte de l'usage industriel que l'on a en vue.

§ I.

Machines à air.

174. — Le cycle de Carnot pourrait être réalisé au moyen d'une machine fermée, les transmissions de chaleur, Q_1, Q_2, s'opéreraient par conductibilité, mais ce procédé est purement idéal, car nous retrouverons ici les formes désavantageuses et l'encombrement des cycles étudiés au chapitre III.

En substituant aux transformations adiabatiques des transformations à volume constant, on réduit l'encombrement, en même temps que l'on consèrve les qualités du cycle, à la condition toutefois que la chaleur nécessaire pour opérer la transformation 2 (fig. 121) soit celle qu'abandonne la transformation 4. Cette condition est théoriquement possible moyennant l'emploi d'un régénérateur et l'on voit que la machine n'est autre qu'une machine de Stirling renversée.

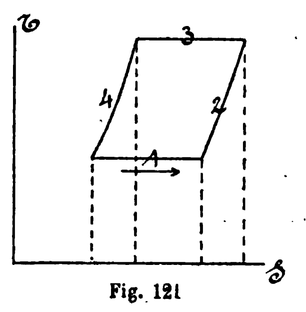


Fig. 121

La machine de *Kirk*, conçue en 1862, est construite d'après ce prin-

1. Ce résultat n'indique évidemment pas qu'il y ait de l'énergie créée par l'opération; la chaleur n'a du reste aucune valeur tant que la température ambiante n'est pas dépassée.

cipe (¹), elle a fait l'objet d'applications récentes ; le *schéma* de cet *appareil* (fig. 122), comprend un cylindre C, dans lequel s'opèrent successivement la compression et la détente du cycle ; ce cylindre est en communication avec une chambre M, dans laquelle peut se mouvoir le piston déplaceur D ; le fond de cette chambre est maintenu, par une circulation d'eau, à la température T_2, le couvercle reçoit la circulation du liquide froid (eau salée, dissolution de chlorure de calcium) à laquelle il faut enlever de la chaleur ; le piston déplaceur peut livrer passage à l'air qui se rend d'une face à l'autre du piston, mais en le forçant à traverser le régénérateur R. La machine fonctionne de la manière suivante :

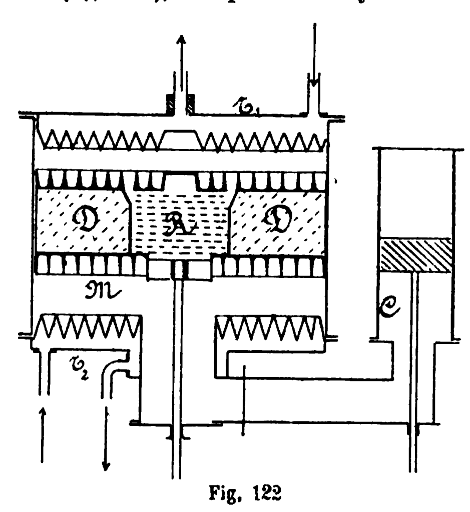


Fig. 122

Le piston déplaceur étant au sommet de sa course, l'air est comprimé par le cylindre C, mais sa température est maintenue constante par la circulation d'eau du fond de la chambre, l'opération 3 du cycle s'accom-

1. Engineering 1888, 2e sem. p. 551.
On consultera utilement, surtout pour l'étude organique des machines de ce chapitre, les ouvrages fort complets de M. *G. Richard*. Rapport au congrès de mécanique appliquée, Annales du Conservatoire des Arts et Métiers, 2e série, t. I, et les « Machines frigorifiques et leurs applications à l'Exposition de 1889. » Revue technique de l'Exposition, 11e partie, 2e et 3e fascicules, ainsi que les articles suivants, de la Revue « *Engineering* » :
Kilbourn, Mechanical Refrigeration, 1881, 2e sem. pp. 403, 427, 465.
d° Installation du dock de Hull, 1886, 1er sem. p. 535.
Lightfoot, on Refrigerating, etc., 1886, 1re sem. p. 605, 2e sem. pp. 22, 34, 97.
Pontifex's, Ice-making Machinery (à absorption) 1887, 1er sem. p. 289.
Delavergne, System, etc. (à compression, à ammoniaque) 1888, 1er sem. pp. 589, 614, 626.
Hall's Arrangements for cold storage on ship board, 1888, 2e sem. pp. 32, 33.
Windhausen, machine à acide carbonique, même vol. p. 58.
— Ammonia Refrigerating machine, 1889, 1er sem. pp. 134, 141.
J. E. Hall. Duplex cold air, 1890, 2e sem. p. 540.
Test of Refrigerating Plant, même vol. 2e sem. p. 63.
Refrigerating and Ice making plant. 1891, 2e sem. p. 652.
Les machines frigorifiques, par M. H. Fauchez, compte-rendu de la Société des Ingénieurs civils de France, avril 1892, ainsi que les rapports de M. Schroeter et les mémoires cités plus loin.

plit. Le piston du cylindre C étant maintenu immobile au fond du cylindre, le déplaceur est amené au bas de sa course, l'air de la chambre se rend dans le compartiment supérieur de celle-ci, en se dépouillant de sa chaleur sur le régénérateur, qui l'absorbe ; l'opération 4 du cycle est ainsi effectuée. Le piston du cylindre C se déplace ensuite, et l'air froid se détend en enlevant au couvercle une certaine quantité de chaleur ; c'est cette opération que l'on pourrait appeler la phase utile de la machine, car c'est celle qui maintient le liquide incongelable qui circule dans le couvercle à la température inférieure T_1, elle est représentée sur le cycle par la ligne 1. Enfin le piston de travail étant immobile, le déplaceur est relevé, l'air froid repasse dans le compartiment inférieur de le chambre en reprenant la chaleur déposée sur le régénérateur, ce qui achève le cycle en effectuant l'opération 2.

La machine de Kirk est entièrement fermée, l'air qui se perd par les fuites est restitué par un petit compresseur auxiliaire. Le fond et le couvercle sont disposés de manière à favoriser la transmission de la chaleur à l'air, ou réciproquement.

175. — La plupart des machines à air comportent un cycle ouvert (1), et sont composées des organes représentés figure 123.

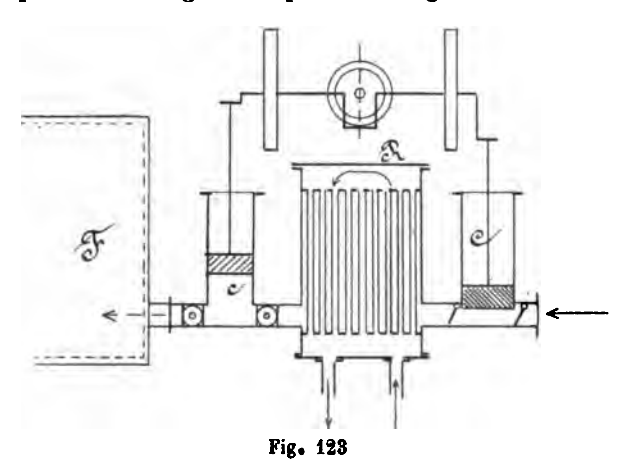


Fig. 123

C est un cylindre compresseur, qui aspire l'air à la pression et à la température de l'atmosphère.

1. Ces machines sont comparables aux moteurs à air de Hock, Brown, Bénier, Chap. III.

R est un réfrigérant, généralement tubulaire, disposé comme un condenseur à surface; il est traversé par un courant d'eau qui ramène l'air comprimé à une température voisine de celle de l'atmosphère.

c est un cylindre où l'air comprimé qui vient du réfrigérant se détend suivant la loi adiabatique: le piston de ce cylindre fournit un travail qui vient en déduction de celui qu'absorbe la compression; à cette fin, les deux pistons sont reliés à un même arbre, qui reçoit aussi l'action d'un moteur; on emploie même un mode de connexion plus simple, en montant les deux pistons sur une même tige, mais comme ils ont alors la même course, les cylindres doivent avoir des sections différentes.

L'air qui s'échappe du cylindre *c* est à la température finale de la détente, il est refoulé à la pression atmosphérique dans le local à refroidir; celui-ci est, par exemple, une chambre F à parois isolantes, dans laquelle est disposé un cloisonnage ayant pour but de faire circuler méthodiquement l'air froid; celui-ci se réchauffe peu à peu en absorbant la chaleur que lui cèdent les parois de la chambre et les objets qui s'y trouvent, puis il s'échappe à une température nécessairement un peu inférieure à celle de la chambre, et il reprend à l'extérieur la température ambiante.

Si nous faisons abstraction de l'espace nuisible, et si nous admettons que la compression et la détente s'effectuent suivant la loi adiabatique, le diagramme des pressions sera donné dans le compresseur par le contour ABCD (fig. 124), la ligne AB ayant pour ordonnée la pression

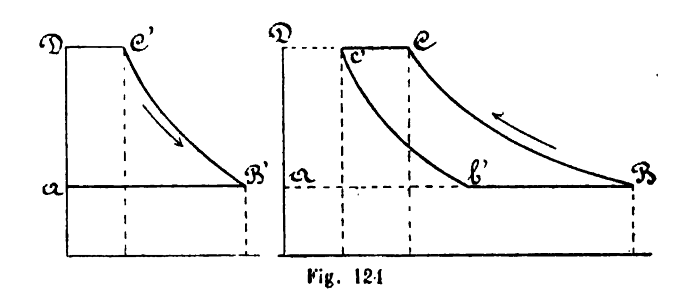


Fig. 124

atmosphérique; l'ordonnée de la ligne CD ne dépend que du rapport qui existe entre le volume d'air admis au cylindre de détente, et le volume du cylindre compresseur; elle est réglée d'après l'abaissement de température que l'on veut produire.

Le diagramme du cylindre de détente est DC'B'A; la ligne B'A correspond à l'expulsion, dans la chambre froide, du volume d'air AB' à la tem-

pérature la plus basse du cycle, soit T_1; ce volume correspond au poids qui occupe le volume AB à la température ambiante.

Les opérations qui s'accomplissent dans le compresseur et le cylindre de détente sont représentées, lorsque l'on tient compte des opérations qui s'annulent en se superposant, par les trois lignes BC, *Cc' c'b'*. Le cycle est donc ouvert suivant le côté *b'*B; c'est dans la chambre froide, puis dans l'atmosphère, que s'effectue la transformation qui ferme le cycle, c'est-à-dire l'échauffement à pression constante qui produit la dilatation *b'*B.

Soit T_2 la température de l'atmosphère et du réfrigérant R réalisée aux points B et *c'* du cycle, T_1 la température après la détente au point *b'* T_3 la température après la compression au point C; nous aurons, d'après les propriétés des lignes adiabatiques:

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{T_3}{T_2}$$

Le cycle entropique est du reste le même que dans la machine de Brown, il est donné par le contour $B_1C_1c'_1b'_1$ (fig. 124 *bis*). La chaleur soustraite, partie à la chambre F, partie à l'atmosphère, est représentée par la surface $B_1Bbb'_1$, tandis que la chaleur équivalente au travail dépensé est donnée par la surface du cycle.

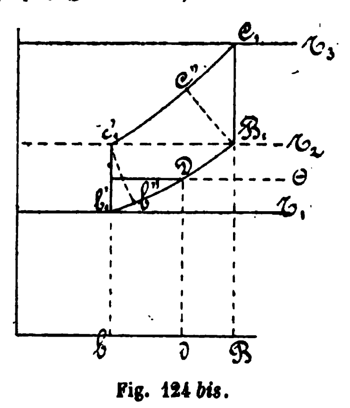


Fig. 124 *bis*.

Soit Θ la température absolue à laquelle on maintient la chambre froide; l'air sortant du cylindre de détente s'échauffe, sur son parcours, jusqu'à la température Θ [1], et la période utile du cycle est alors terminée; la quantité de chaleur soustraite à la chambre F est donc réduite à la surface bb'_1Dd, dont l'expression est:

$$Q = PC\,(\Theta - T_1)$$

P étant le poids d'air engagé dans le cycle.

1. Tout au moins dans le cas limite, ce qui suppose le séjour de l'air assez prolongé; nos raisonnements s'appliquent également au cas où l'air servirait à refroidir à la température Θ un circuit de liquide incongelable enfermé dans un tuyautage; Θ serait la température au point de départ du liquide, le retour aurait lieu à une température plus élevée.

La chaleur correspondant au travail dépensé est :

$$AL = PC\,(T_3 - T_2) - PC\,(T_2 - T_1)$$

ou, en exprimant T_3 en fonction de T_2 et T_1 :

$$AL = PC\,\frac{(T_2 - T_1)^2}{T_1}$$

L'expression du rendement se trouverait facilement en divisant Q par AL ; on pourrait aussi, en considérant T_2 et Θ comme les données de la question, trouver la température T_1 qui procure le rendement le plus élevé, on trouve :

$$T_1 = \frac{T_2\,\Theta}{2\,T_2 - \Theta}$$

Cette recherche n'est cependant d'aucune utilité, car les cycles des machines réelles diffèrent notablement de celui que nous avons admis.

Si l'on visait à donner à la machine une activité aussi grande que possible, sans se préoccuper de la dépense de travail, il faudrait évidemment rendre Q aussi grand que possible, c'est-à-dire abaisser T_1, ce qui entraîne l'augmentation de T_3 ; il faudrait donc comprimer l'air à une pression de plus en plus élevée.

176. — Le cycle que nous avons considéré présente, au point de vue du rendement, un défaut capital : celui de rejeter la chaleur à une température supérieure à T_2, en entraînant une dépense de travail inutile ; les lignes de transformation B_1C_1, $C_1\,c'_1$ seraient avantageusement remplacées par la compression isothermique $B_1\,c'_1$ mais ce résultat ne peut être obtenu qu'en refroidissant l'air d'une manière efficace pendant la compression même. Pour y arriver, on emploie deux moyens : on entoure le cylindre et les fonds du compresseur d'une enveloppe à circulation d'eau froide, et on injecte de l'eau dans un état très divisé à l'intérieur du cylindre ; chacun de ces moyens peut aussi être employé seul.

On ne parvient cependant pas à effectuer la compression sans accroissement de température, mais on abaisse l'exposant k de la courbe de compression :

$$pv^k = C^{te}$$

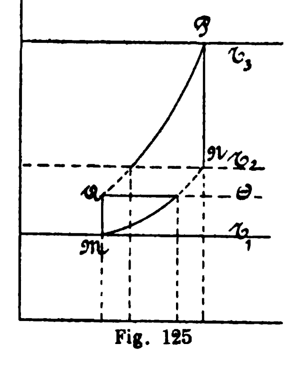
La transformation est alors représentée par B_1C'', dont on trouve facilement l'équation lorsque l'on connaît la valeur de k (36). On achève le refoulement sous pression constante dans le réfrigérant R.

D'autre part, la détente ne saurait être adiabatique dans le cylindre c, la ligne $c'_1b'_1$ est donc remplacée par c'_1b''.

Il y a lieu de remarquer enfin que le réfrigérant ne ramène pas rigoureusement l'air comprimé à la température ambiante, ce qui modifie encore le diagramme.

177. — *Echangeur de Siemens.* — L'air du compresseur, amené à la température T_2 ou à une température peu supérieure à celle-ci par la circulation d'eau froide du réfrigérant, peut être refroidi à une température notablement inférieure lorsqu'on utilise l'air qui s'échappe de la chambre F à la température Θ ; nous avons supposé jusqu'ici que cet air était rejeté dans l'atmosphère, à laquelle il soustrait de la chaleur pour se réchauffer, mais cet effet se produit sans aucun bénéfice pour la machine, puisque le compresseur aspire de l'air à la température ambiante.

Le procédé de refroidissement que nous venons d'indiquer a été imaginé par *Siemens* en 1857 (*interchanger*) et employé par *Windhausen* en 1869 [1] ; on voit que, par ce moyen, la ligne de refroidissement à pression constante pourrait se prolonger jusqu'à la température Θ (fig. 125); les lignes comprises entre les températures Θ et T_2 sont isodiabatiques, et correspondent à des transformations qui s'effectuent à l'intervention de l'échangeur ou régénérateur, sans communication avec les sources.


Fig. 125

Par ce procédé, nous avons abaissé la température de l'air jusqu'à la limite T_1, comme dans le cas précédent, et nous avons enlevé à la chambre froide, entre les températures T_1 et Θ la même quantité de chaleur, mais en dépensant un travail beaucoup moindre ; on peut même imaginer que les lignes PQ, MN se rapprochent indéfiniment, le rendement tend de plus en plus vers celui du cycle de Carnot qui fonctionnerait entre les températures T_1 et Θ, mais la machine deviendrait de plus en plus encombrante pour la même quantité de chaleur à enlever.

1. Il est employé aujourd'hui dans les machines de Bell et Coleman.

Le refroidissement complémentaire dû à l'échangeur ne contribue pas seulement à améliorer le rendement : il condense la vapeur d'eau qui sature l'air comprimé, ce qui diminue la formation du givre dans les lumières du cylindre de détente. Cette formation est la difficulté contre laquelle on a toujours à lutter dans les machines basées sur la détente de l'air [1]. Il est à peine nécessaire de faire remarquer que le fonctionnement de l'échangeur est en pratique beaucoup moins satisfaisant que ne le suppose sa conception théorique.

178. — *Causes de perte de rendement.* — L'influence de l'espace nuisible du cylindre de détente peut être annulée par une compression convenable, obtenue en fermant l'échappement de l'air froid, mais le cylindre est un peu plus grand que si l'espace nuisible n'existait pas; dans le compresseur, l'espace nuisible reste plein d'air, qui se détend pendant la course d'aspiration, et qui diminue la capacité de l'appareil. L'influence des espaces nuisibles se traduit donc finalement par une légère augmentation des résistances passives [2], mais cette perte est négligeable à côté de celle qu'occasionne l'humidité de l'air.

Le cycle de Carnot ne serait pas affecté par la proportion d'humidité plus ou moins grande contenue dans le fluide travailleur, dont la nature importe peu, mais il n'en est pas de même du cycle ouvert, car la condensation de la vapeur d'eau qui sature l'air au moment où il est admis dans le détendeur, et la congélation de cette eau, dégagent une certaine quantité de chaleur qui limite l'abaissement de température.

L'air aspiré par le compresseur à la température ambiante renferme une certaine proportion de vapeur d'eau, atteignant au maximum celle qui correspond à la saturation sous la pression atmosphérique. La compression *isothermique* diminue le volume de l'air, et celui-ci se sature de plus en plus; si on pousse assez loin la compression, la vapeur se condense, et à partir de ce moment, le poids de vapeur que peut contenir l'air diminue proportionnellement à son volume.

L'eau provenant de la vapeur condensée pourrait toujours être écartée au moyen de purgeurs bien disposés ; il est à remarquer, du reste, que la quantité d'eau que l'on injecte dans le cylindre compresseur lui-même,

1. *Minutes of Proceedings of the Institution of C. E.* t. XXXVII, 1874. Mechanical production of Cold, by A.C. Kirk, t. LXVIII, 1882, mémoire de Coleman sur le même sujet.

2. *Théorie des machines à froid*, par M. Ledoux, Ingénieur des mines. Annales des mines, 7e série, t. XIV.

lorsque l'on emploie ce moyen de refroidissement, n'a théoriquement aucune influence sur l'humidité de l'air, bien qu'elle amène une saturation plus rapide de ce fluide, à la condition, toutefois, que le liquide soit écarté au moment de l'admission au cylindre détendeur.

Pour étudier convenablement le problème, il faut considérer les transformations de l'air humide au moyen des équations établies au n° 56. Dans le cylindre de détente, le phénomène se complique, la vapeur d'eau se condense sur les parois froides, puis elle se congèle en se dépouillant, au profit de la paroi, de sa chaleur interne ; la paroi cède ensuite de la chaleur à l'air vers la fin de la détente. M. Ledoux a calculé dans cette hypothèse, pour divers degrés de compression, l'abaissement de la température en dessous de celle de l'atmosphère, et le nombre de calories qui pourraient être soustraites par l'air s'il se réchauffait jusqu'à la température ambiante.

Dans le cas où la compression s'opère adiabatiquement, l'état hygrométrique de l'air étant égal à $\frac{1}{2}$, la machine donne un rendement inférieur à celui que l'on obtiendrait avec de l'air sec, mais la différence diminue au fur et à mesure que la pression s'élève.

La pression de marche admise est d'environ 3 atmosphères effectives, une pression plus grande augmente l'activité de la machine, mais diminue son rendement.

179. — *Données pratiques*. — Le rapport entre le volume des cylindres compresseur et détendeur est réglé par le rapport de la température absolue finale que l'on veut réaliser, à la température ambiante; pour éviter que la pression motrice du cylindre de détente ne s'abaisse en dessous de la pression atmosphérique, on est obligé d'adopter des cylindres de détente relativement petits.

Les machines frigorifiques à air sont volumineuses, mais leurs cycles atteignent facilement des températures très basses, ce qui est un avantage pour certaines applications. En outre, l'air froid peut être mis directement en contact avec les corps dont on veut empêcher l'élévation de température sans qu'il soit nécessaire d'employer une solution incongelable.

Ces solutions, indispensables pour les autres catégories de machines, circulent dans des tuyaux dont les parois agissent par conductibilité, mais la vapeur contenue dans l'air des locaux à refroidir s'y dépose et

s'y congèle ; ils se couvrent d'une couche de glace compacte qui nuit à l'absorption. Malgré cette circonstance défavorable, les machines à ammoniaque et à acide sulfureux luttent avantageusement contre les machines à air dans la plupart des cas, à cause de leurs rendements supérieurs, et les machines à air sont de plus en plus réservées à quelques applications spéciales.

Ainsi, à bord des navires, il serait gênant et dangereux d'emporter et de manipuler des provisions d'acide sulfureux, d'ammoniaque anhydre, d'éther, etc.; d'ailleurs, les cales doivent pouvoir admettre une cargaison quelconque, et dans ces conditions il serait difficile d'y monter le tuyautage compliqué destiné à la circulation du liquide froid. La machine à air a donc été jusqu'aujourd'hui employée dans la marine, on ne peut guère citer que quelques exceptions récentes à cette règle (1).

Lorsqu'on dispose d'une canalisation d'air comprimé refroidi (comme celles de Paris, d'Offenbach, etc.), l'appareil frigorifique proprement dit se réduit au cylindre détendeur ; celui-ci accomplit nécessairement un certain travail, qui peut être employé à restituer à la canalisation un certain poids d'air, toujours inférieur à celui qui a été dépensé. En supposant nulles les résistances passives, la détente et la compression étant adiabatiques, les poids en question seraient dans le rapport de la température finale absolue à la température initiale dans le cylindre de détente.

Plusieurs moyens sont employés pour éviter les inconvénients des dépôts de neige dont il a été question au n° 178.

Bell et Coleman ont recours à la condensation aussi complète que possible par la méthode du refroidissement préalable. L'air comprimé se refroidit par une aspersion d'eau dans une colonne qu'il parcourt en montant, l'eau est séparée dans une colonne descendante et recueillie par un purgeur automatique. L'air se rend ensuite au faisceau tubulaire, qui joue le rôle d'échangeur; ce faisceau est traversé, à l'extérieur des tubes, par l'air quittant la chambre froide; l'air comprimé est enfin admis au détendeur, et s'échappe dans la chambre froide.

Dans les machines de *Lightfoot*, on a recours, pour obtenir la condensation de la vapeur d'eau, à une première détente préalable ; enfin, dans

1. J. et E. Hall, promoteurs et constructeurs de machines à air, viennent de pourvoir les paquebots *Britannic* et *Germanic* de machines à acide carbonique; ce corps présente l'avantage de réduire l'encombrement; il n'attaque pas le cuivre, les condenseurs à surface peuvent donc être construits au moyen de ce métal bon conducteur. *Engineering*, 1892, 2e sem. p. 58.



la plupart des cas, on se borne à disposer, à la sortie de l'air détendu, des *boîtes à neige*; on appelle ainsi des chambres de dépôt garnies de plaques armées de pointes que l'on nettoie facilement.

On trouvera des données numériques intéressantes dans le mémoire de *M. Coleman* et la revue citée de *M. Richard*. Les machines à air ne produisent par cheval indiqué et par heure au compresseur, que 6 kilogrammes de glace environ, l'eau et la glace étant à zéro (soit 480 calories négatives); elles semblent définitivement réservées à la fabrication de l'air froid (1).

§ II

Machines à vapeur liquéfiable (2)

180. — *Machines à compression.* — Ces machines comprennent un récipient F, figure 126, jouant le rôle de chaudière, dans lequel le fluide travailleur soustrait la chaleur à la solution incongelable qui y circule et s'y refroidit. En sortant du serpentin noyé dans le récipient F, le fluide

1. D'après un essai de M. Schroeter (Untersuchungen an Kaeltemaschinen verschiedener Systeme, 1er rapport, Munich, Oldenbourg, 1887) les principaux résultats d'une machine de Bell-Coleman établie dans une boucherie de Hambourg, sont :

Puissance en chevaux indiqués			au cylindre à vapeur. .	85,12
—	—	—	au compresseur . . .	128,85
—	—	—	au détendeur. . . .	60,10
Température centigrade			à l'entrée du compresseur. .	19,3
—	—		à la sortie.	28,3
—	—		à l'entrée du cylindre de détente	19,00
—	—		à la sortie.	— 47,00

Pression effective, environ 3 kgs par cm. carré.

L'effet de la machine est évalué en remarquant que l'air refroidi à la température — 47° absorbe, pour remonter à la température ambiante ou 19°,3, une quantité de chaleur que l'on obtient en multipliant le poids de l'air qui traverse les cylindres par l'élévation de la température et par la chaleur spécifique de l'air à pression constante; on obtient ainsi 371 calories par cheval indiqué au cylindre à vapeur, résultat notablement inférieur à celui des machines du paragraphe II.

2. La première machine de ce genre a été produite par Perkins, en 1835.

travailleur, à l'état de mélange de liquide et de vapeur, est aspiré par une pompe C, qui le comprime et le refoule sous pression dans un

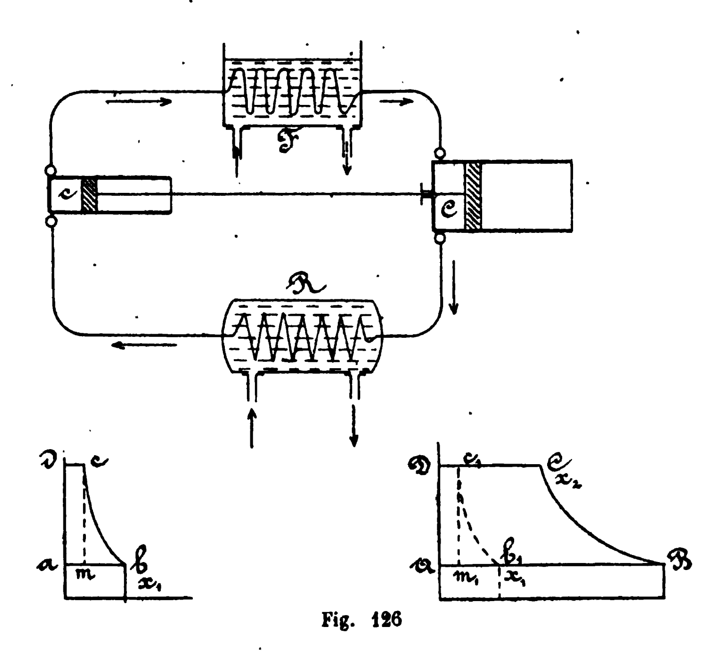


Fig. 126

réfrigérant ou condenseur à surface R, ramené, par une circulation d'eau, à la température ambiante ; le corps que renferme la machine est liquéfié par son passage dans ce réfrigérant, sous l'effet de la température et de la pression ; il est admis, dans cet état, au cylindre de détente *c*, d'où il s'échappe à l'état de vapeur à basse température, pour revenir dans le récipient F où il se retrouve à l'état initial et recommence son cycle.

Les corps employés étant plus ou moins coûteux, ou toxiques, ou très irritants, les machines sont à cycle fermé. De plus, on supprime presque toujours le cylindre de détente, et le fluide retourne à son état initial en passant par un appareil à étranglement ; on perd ainsi un certain travail, car on pourrait associer un cylindre détendeur au cylindre de compression, comme on le fait dans les machines à air.

Pour les vapeurs saturées, la pression est toujours fonction de la température, on voit que le choix du fluide sera motivé par cette considération. Ainsi, on ne pourrait employer l'eau, qui, sous une pression très réduite, ne se vaporise qu'à des températures trop élevées pour le but que l'on poursuit.

Les liquides susceptibles d'emploi sont l'éther sulfurique, l'acide sulfureux, l'éther méthylique, le chlorure de méthyle, l'ammoniaque.

On se sert également de liquides mixtes (mélange d'acide sulfureux et d'acide carbonique de M. Raoul Pictet). Le tableau suivant, emprunté à M. Zeuner [1], condense les données des expériences de Regnault pour les corps que l'on peut employer :

	Température centigrade.	PRESSION EN ATMOSPHÈRES					
		Ether sulfurique	Acide sulfureux	Ether méthylique	Chlorure de méthyle	Ammoniaque	Acide carbonique
1	— 30	—	0.3782	0.7586	0.7618	1.1584	—
2	— 20	0.0907	0 6309	1.1605	1.1621	1 8391	19.924
3	— 10	0.1509	1.0032	1.7192	1.7231	2.8283	26.763
4	0	0.2426	1.5330	2.4724	2.4881	4.2074	35.403
5	10	0.3774	2.2626	3 4591	3.5042	6.0687	46.051
6	20	0.5694	3 2395	4.7184	4.8250	8.5092	58.837
7	30	0.8353	4.5155	6.2868	6.5006	11.6213	—
8	40	1.1935	3.2395	—	—	15.4953	—

181.— *Cycle des machines à compression.*— Supposons qu'on veuille employer l'un des corps ci-dessus, l'éther, par exemple, entre la température ambiante (20°) pour le condenseur, et — 20° pour la température inférieure. Le compresseur, supposé sans espace nuisible, aspire le volume AB, à la température inférieure, le titre du mélange étant x; la compression BC donne au titre la valeur x_2; le piston refoule au condenseur le volume CD.

Dans le condenseur, le fluide est réduit au volume du liquide qui est admis au cylindre de détente; la détente cb amène une vaporisation partielle, et le titre prend la valeur x_4; le volume est alors ab, mais le fluide, en se dilatant dans le serpentin F, sous l'influence de la chaleur que lui transmet le liquide incongelable, prend le volume AB dans le compresseur.

On pourrait évidemment supposer que les deux opérations, compression et détente, sont produites dans le même cylindre ; on aurait alors

1. Zur Theorie der Kalt Dampfmaschinen *Civil Ingenieur* 1881.



un cycle fermé, $b_1 BC c_1$, résultant de la superposition des deux diagrammes.

Pour l'écart de température admis (— 20° à + 20°) les pressions limites sont, pour les différents liquides, celles des lignes 2 et 6 du tableau; pour l'éther, le cycle tout entier est à une pression notablement inférieure à celle de l'atmosphère; cette circonstance occasionne certaines difficultés, à cause des rentrées d'air.

Une trop grande pression amène d'autres inconvénients, à cause des fuites, et parce qu'il est difficile de l'atteindre, étant donné l'espace nuisible qui existe forcément dans tout compresseur.

On voit que les liquides qui se prêtent le mieux au fonctionnement des machines à produire le froid, sont : l'acide sulfureux, l'éther méthylique, le chlorure de méthyle et l'ammoniaque. L'acide carbonique, malgré ses hautes pressions, est cependant employé, (machines ***Halot***, ***Lebrun***); l'éther, malgré l'inconvénient signalé, est employé dans les machines de ***Mackay;*** le chlorure de méthyle (machine ***Vincent***) et l'éther méthylique (machine ***Tellier***) sont inflammables. L'acide sulfureux (machine ***Pictet***) et l'ammoniaque (machines ***Linde***, ***Fixary***, ***Lavergne***) présentent au plus haut degré les qualités que nous devons rechercher dans les cycles des appareils frigorifiques [1].

182.— Nous admettrons que le poids du fluide qui intervient dans le cycle de la figure 126 soit de 1 kilogramme; la quantité de chaleur Q_1, soustraite au corps froid, est celle nécessaire pour effectuer la transformation isothermique b_1B. La compression BC est supposée adiabatique; la quantité de chaleur Q_2, versée au condenseur par le fluide qui se rend du compresseur au cylindre de détente, est celle qu'il faut enlever au corps pour effectuer la transformation Cc_1, pendant laquelle le titre diminue depuis la valeur x_2 jusqu'à zéro. Si on appelle T_1 et T_2 les températures absolues des deux sources, on aura, puisque le cycle est composé de deux lignes isothermiques et de deux lignes adiabatiques :

$$\frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

Nous pouvons appliquer à la machine à vapeur les conclusions déjà formulées pour les machines à air idéales ; il est nécessaire, notamment, pour obtenir un effet utile élevé, de ne pas abaisser inutilement la tem-

1. Pour les propriétés de ces corps, voir Chapitre I, n° 66.



pérature T_1; même pour la fabrication de la glace, t_1 ne descend pas en-dessous de — 15°; dans les brasseries, il s'agit en général de maintenir des caves à la température zéro : on peut résoudre le problème en prenant une machine de petites dimensions et en abaissant la température T_1, mais cette solution n'est pas avantageuse.

Nous avons vu au chapitre I que les vapeurs sont de deux espèces : l'éther se liquéfie pendant la compression, les vapeurs d'acide sulfureux et d'ammoniaque se comportent comme la vapeur d'eau et se surchauffent.

On peut toujours déterminer, pour ces dernières vapeurs, le titre initialqui doit être réalisé pour qu'il n'y ait surchauffe à aucun moment de la compression adiabatique.

183. — Les problèmes pratiques exigent que l'on puisse calculer les dimensions des cylindres pour produire un effet donné; Q_1 est déterminé, non par kilogramme de fluide et par parcours de cycle, mais par seconde.

Soient P le poids du fluide qui intervient dans le cycle;
» *n* le nombre de compressions par minute (1).

Le titre x_1 est donné par l'équation :

$$\frac{r_1 x_1}{T_1} = \int_{T_1}^{T_2} l \frac{dT}{T}$$

l étant la chaleur spécifique du liquide.

En outre, pour les vapeurs autres que celles de l'éther (2), on détermine le titre x de manière à obtenir de la vapeur sèche, mais non surchauffée à la fin de la compression, on a donc, puisque $x_2 = 1$:

$$\frac{r_1 x}{T_1} = \int_{T_1}^{T_2} l \frac{dT}{T} + \frac{r_2}{T_2}$$

La connaissance des valeurs de l et r spéciales à chaque corps permet

1. Ce nombre résulte des conditions organiques comme dans les machines à vapeur.

2. Pour la vapeur d'éther, on adopterait $x = 1$, puisque ce corps se liquéfie par la compression.

de trouver x et x_1 ; la quantité de chaleur enlevée au corps froid par kilogramme de fluide et pour chaque évolution est :

$$r_1\,(x - x_1)$$

On aura donc :

$$Q_1 = P\,\frac{n}{60}\,r_1\,(x - x_1)$$

qui permettra de déterminer P lorsque l'on connait n.

Le volume engendré pendant l'aspiration par le piston du compresseur se déduit du titre, il aura pour valeur :

$$P\,[u + (u'_1 - u)\,x]$$

on trouverait de la même manière le volume du cylindre de détente :

$$P\,[u + (u'_1 - u)\,x_1]$$

184.— *Encombrement relatif des machines.*— Le poids P, nécessaire pour obtenir un effet donné, varie, à nombre égal de coups de piston, en raison inverse du produit :

$$r_1\,(x - x_1)$$

Le volume du compresseur varie, par conséquent, comme la fonction :

$$\frac{u + (u'_1 - u)\,x}{r_1\,(x - x_1)}$$

on a, du reste, d'après les équations du numéro précédent, pour les vapeurs qui se comportent comme la vapeur d'eau :

$$r_1\,(x - x_1) = \frac{T_1}{T_2}\,r_2$$

On a aussi, par l'équation de Clapeyron :

$$u'_1 - u = \frac{r_1}{A\,T_1\left(\frac{dp}{dt}\right)_1}$$

En négligeant le volume u du liquide, on trouve que le volume du

compresseur est proportionnel, lorsque l'on passe d'un fluide à l'autre en restant entre les mêmes températures, à la fonction :

$$\frac{r_1}{r_2 \left(\frac{dp}{dt}\right)_1}$$

Pour la vapeur d'éther, il faudrait multiplier par x_2 le dénominateur de cette fonction.

On trouve, en appliquant cette formule pour la marge habituelle des températures et les différents corps employés, des nombres qui sont proportionnels à l'encombrement des cylindres ; l'acide carbonique donne les machines les plus compactes ; celles à ammoniaque sont environ six fois plus grandes. Les machines à acide sulfureux sont environ trois fois plus volumineuses que les machines à ammoniaque. Enfin, les machines à éther sont très désavantageuses à ce point de vue, comme on pouvait s'y attendre, à cause de leurs faibles pressions.

185. — *Suppression du cylindre détendeur.* — Dans les machines réelles, le fluide liquéfié du condenseur rentre au générateur en passant par un robinet dont on règle l'ouverture conformément au régime que l'on veut établir [1]. L'écoulement se produit du milieu dont la pression est p_2 et la température T_2 vers le milieu caractérisé par les valeurs p_1 et T_1 ; soit w la vitesse dans l'orifice, on a :

$$A \frac{w^2}{2g} = q_2 - q_1 - r_1 x_1 + A (p_2 - p_1) u$$

Comme nous l'avons vu dans les problèmes sur l'écoulement, l'énergie extérieure du jet s'éteint graduellement et s'emploie à élever le titre de la vapeur, qui, au lieu d'avoir la valeur x_1, comme précédemment, devient x'_1, on a :

$$r_1 (x'_1 - x_1) = q_2 - q_1 - r_1 x_1 + A (p_2 - p_1) u$$

ou :

$$r_1 x'_1 = q_2 - q_1 + A (p_2 - p_1) u$$

La chaleur enlevée à la source inférieure est donc moindre que dans

1. Il faut bien remarquer que le cylindre détendeur ne pourrait être supprimé dans une machine à air, l'abaissement de température serait localisé, et disparaîtrait lorsque l'air serait rentré au repos.

le cas où le cylindre détendeur existe; la dépense de travail est plus grande, puisque le piston du cylindre de détente ne concourt plus à l'opération; la dépense d'eau est encore la même pour refroidir la vapeur comprimée.

Le diagramme entropique permet de se rendre compte du changement produit par la suppression du cylindre de détente. En effet, le terme A $(p_2 - p_1)$ u est très faible, et la chaleur r_1 x'_1 est représentée, très approximativement, par la surface $m' m c b'$ (fig. 127); or, si l'on porte en mb'' l'entropie correspondant au poids x'_1 de vapeur, le rectangle $m'b''$ représente aussi la quantité de chaleur $r_1 x'_1$; les deux surfaces mbc, $b'b''$, sont donc égales.

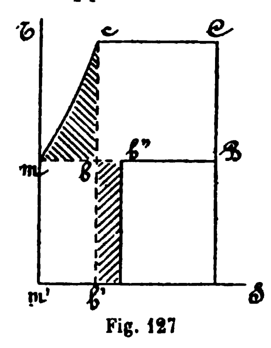


Fig. 127

En supprimant le cylindre de détente, on a diminué la chaleur enlevée à la source inférieure, qui était r $(x - x_1)$ ou le rectangle b' B, de la surface couverte de hachures. En même temps, on a augmenté le travail dépensé ou la chaleur équivalente b B C c, de la quantité m b c; les deux surfaces couvertes de hachures étant égales, le nouveau rendement s'obtiendra en ajoutant la quantité de chaleur que représente chacune d'elles au dénominateur de l'expression qui donnait le rendement du cycle de Carnot, l'autre se retranchant du numérateur.

La perte en question n'est pas très considérable, on préfère la subir et simplifier la machine par la suppression d'un cylindre.

186. — Les machines frigorifiques à vapeur donnent lieu aux mêmes recherches que les machines motrices quant à l'influence des parois, qui absorbent ici de la chaleur pendant la compression et le refoulement pour en restituer pendant l'aspiration, cet échange se fait par l'intermédiaire d'une pellicule liquide qui mouille les parois, et qui se vaporise pendant l'aspiration, sous l'influence de la diminution de pression; une partie de la chaleur, au lieu d'être versée à la source supérieure, retourne au corps froid.

L'étude des machines frigorifiques n'a pas encore été faite à ce point de vue [1].

Le diagramme entropique montre également qu'il y a intérêt à éviter

1. M. Zeuner, mémoire cité, a donné quelques indications générales sur cette question.

la surchauffe, puisque, dans ce cas, le cycle devient désavantageux sous le rapport du travail consommé (fig. 128).

187. — *Machines à acide sulfureux de M. Pictet* (1). — Le corps en question ne présente aucun danger, et donne lieu à des pressions modérées, mais il ne peut y avoir dans l'appareil aucune rentrée d'eau ou d'air. Le compresseur et le moteur sont souvent disposés côte à côte ; les soupapes, le calage des manivelles et d'autres détails donnent lieu aux mêmes observations que dans les compresseurs d'air ; comme l'eau ne peut être injectée au cylindre, celui-ci est refroidi par une enveloppe venue de fonte, l'intérieur du piston et de la tige sont de même rafraîchis par un courant d'eau froide amené d'un réservoir, et évacué au moyen de connexions flexibles.

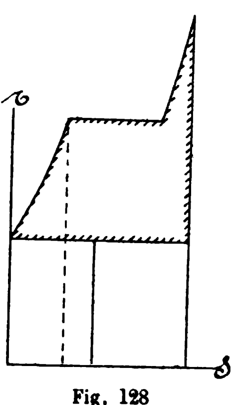


Fig. 128

Pour la fabrication de la glace, le régime de marche est à peu près le suivant, en supposant que l'eau à congeler soit à la température de 10° C :

1.	Température moyenne du bac à glace et de la solution de chlorure de calcium incongelable dans laquelle sont plongés les moules. .	— 6°
2.	Pression absolue du condenseur en kilog. par cm².	3.70
3.	— — de la vapeur détendue	1.15
4.	— — de compression au diagramme.	4.25
5.	— — d'aspiration —	0.75
6.	Température dans le condenseur	22°
7.	— — le vaporisateur	—16°
8.	Dans ces conditions, la production de glace brute par cheval indiqué sur le piston à vapeur est de	28 kgs.

(La chaleur latente de formation de la glace est de 79c,25, sa chaleur spécifique est 0,504.)

Les différences entre les chiffres 2 et 4, d'une part, 3 et 5, d'autre part, sont dues aux résistances des soupapes et des tuyautages.

M. Pictet a préconisé l'emploi, comme corps travailleur, d'un mélange d'acide sulfureux et d'acide carbonique qui, pour une certaine pression

1. Pour la description de ces machines : V. *Richard*, ouvrage cité, *Ledoux*-*dito*, le vaporisateur ou récipient F est très ingénieusement combiné.

tendent à se combiner d'eux-mêmes par l'affinité, sans l'intervention du travail extérieur. Cette combinaison a lieu avec dégagement de chaleur qui est enlevée par l'eau du condenseur. La détente sépare les deux vapeurs, et cette décomposition est accompagnée d'une absorption de chaleur. Le jeu de l'affinité soulage par conséquent le compresseur.

Tessié du Motay et Rossi avaient proposé d'autres corps mixtes; les données de la physique sur ces mélanges ne sont pas suffisantes pour permettre l'étude des machines dans lesquelles on les emploie.

188. — *Machines à ammoniaque.* — Les machines de Linde et de Fixary sont les plus connues sur le continent; on cherche surtout, dans ces appareils, à éviter les fuites, que favorise la haute pression, et qui occasionnent une perte du corps gazeux; celui-ci est, du reste, particulièrement irritant, et on imaginé des dispositions ingénieuses pour rendre les pistons et les presse-étoupes étanches (1). Ces machines sont les moins encombrantes de toutes, si l'on en excepte celles à acide carbonique; nous donnerons, comme nous l'avons fait pour les machines à acide sulfureux, quelques chiffres destinés à caractériser le régime de fonctionnement (2).

Température de la solution froide dans laquelle sont plongés les moules.	— 4°4
Pression absolue au condenseur, en kgs par cm²	7.00
— — de la vapeur détendue —	2.75
Température de l'ammoniaque liquéfiée dans le condenseur	13
— de la vapeur détendue	— 11.5
— de l'eau à la sortie du condenseur	8 à 10°
Production de glace brute par cheval indiqué sur le piston à vapeur, l'eau versée dans les moules étant à 9° C.	38.6

Dans les machines qui nous occupent, le contrôle de l'essai peut toujours être obtenu en remarquant que le corps travailleur reçoit la chaleur que lui cède le corps à refroidir, ainsi que l'équivalent du travail de compression; il abandonne à l'eau de circulation du condenseur une

1. *Richard*, ouvrage cité.

2. Les deux rapports publiés par M. Schroeter, professeur à l'Institut technique de Munich, donnent les résultats détaillés de nombreux essais sur des machines de différents systèmes (à air, à acide sulfureux, à ammoniaque, à absorption), ces rapports renferment une foule de données précieuses et constituent le document le plus utile pour l'étude pratique des machines à froid. Le 1er rapport a été cité au no 179, le second a été publié en 1890, il est entièrement consacré à la description de la station d'essai de Munich et au compte-rendu des machines Linde et Pictet.

quantité de chaleur que l'on évalue par des observations thermométriques et la mesure du débit. Si le corps ne recevait pas de chaleur par conductibilité sur son trajet entre le vaporisateur et le compresseur, et si, d'autre part, la vapeur comprimée ne se refroidissait pas entre le compresseur et le condenseur, la somme algébrique des quantités de chaleur énumérées devrait être nulle; dans les expériences de M. Schroeter, ces vérifications ont généralement lieu, à peu de chose près.

189. — *Appareils à affinité.* — La première idée de ces machines se trouve dans l'expérience de *Leslie*, dans laquelle on congèle de l'eau par évaporation dans le vide, en absorbant sa vapeur par l'acide sulfurique (1).

L'appareil à absorption le plus simple est celui de Carré, produit vers 1860, dans lequel on opérait avec une dissolution concentrée d'ammoniaque (2). Ce corps a continué à être employé dans les machines de l'espèce, dont le type est l'appareil Carré continu; celui-ci comprend une chaudière, A (fig. 129), renfermant une solution ammoniacale; sous

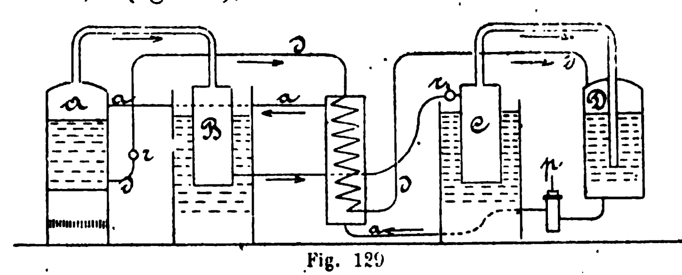


Fig. 129

l'action de la chaleur, le gaz se sépare de la solution, sous une pression qui correspond à la température, et qui doit être suffisante pour que le gaz puisse se liquéfier dans le récipient B, à la température ambiante ; on a soin de refroidir ce réservoir au moyen d'un courant d'eau, et le gaz y afflue constamment.

Le liquide formé se rend dans le récipient C à faible pression, où il se vaporise à basse température, et enlève la chaleur aux corps exté-

1. Windhausen a produit, entr'autres nombreuses machines à froid, un appareil mixte fonctionnant à vapeur d'eau raréfiée ; une pompe à air maintient le vide, la plus grande partie de la vapeur formée est absorbée par de l'acide sulfurique, qu'on doit concentrer de temps en temps. *Schroeter*, 1er rapport.

2. Cet appareil, connu sous le nom d'appareil domestique de Carré, vient d'être perfectionné par M. *L. Perkins*, qui l'a rendu à peu près continu. Industrie Moderne, 1889, p. 137 (appareil *Arktos*).

rieurs ; ce vase C joue le rôle du vaporisateur des machines à compression. L'opération serait terminée s'il n'était nécessaire de faire rentrer l'ammoniaque dans le cycle, ce qui se fait en utilisant l'affinité. Le gaz est absorbé dans l'eau que renferme le réservoir D, dont la solution s'enrichit constamment et se rapproche de la saturation, tandis que la solution A s'appauvrit.

Pour établir la continuité, une pompe alimentaire *p* prend, au fond du vase D, le liquide concentré, et le refoule par le tuyautage *a* dans la chaudière ; en même temps, on enlève à celle-ci, au moyen du tuyau *d*, la solution appauvrie, pour l'amener dans le vase D.

Le régime de la machine résulte du réglage des robinets r, r_1.

Le liquide pauvre emporterait, de A vers D, une certaine quantité de chaleur en pure perte, car on est obligé de refroidir le vase D, d'autant, plus que la pression est réduite, puisqu'elle est approximativement la même que dans le vaporisateur C ; d'autre part, le liquide riche, qui se rend de D vers A, devrait être échauffé ; on parvient à réaliser la double opération au moyen du serpentin échangeur de température ; ce serpentin, parcouru par le liquide pauvre dans un sens, cède en partie sa chaleur au liquide concentré qui circule en sens contraire, à l'extérieur de ses parois.

Théoriquement, les poids de liquide qui passent dans le même temps dans les circuits *a* et *d* étant égaux, les températures pourraient s'échanger, mais ce résultat idéal ne peut être atteint pratiquement ; sinon, l'alimentation de la chaudière A n'occasionnerait d'autre dépense de chaleur que celle due au travail de la pompe *p*, travail qui est très faible.

Désignons par Q_1 la chaleur enlevée au réfrigérant, par Q_2 celle qui est cédée à l'eau du condenseur B. La chaleur communiquée à la chaudière doit être $Q_2 - Q_1$, car la dissolution retourne à son état primitif sans accomplir aucun travail (nous négligeons le travail négatif de la pompe, et nous supposons que l'échangeur fonctionne d'une manière parfaite). Le rendement a pour expression :

$$\frac{Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

Il a donc la même forme que pour les autres machines frigorifiques [1]. De plus, pour un même poids de gaz circulant par seconde

1. *Ledoux*, ouvrage cité

dans l'appareil, et pour des températures T_1 et T_2 égales à celles que nous avons désignées par les mêmes notations dans les machines à compression, la quantité $Q_2 - Q_1$ est sensiblement celle qui équivaut au travail de compression.

L'analogie entre les deux genres de machines est fort grande, l'affinité de l'eau du vase D pour le gaz remplace l'action du piston du compresseur pendant l'aspiration. La séparation du gaz sous l'action de la chaleur remplace la compression; le passage du gaz de la température T_1 à la température T_2, à laquelle il doit être élevé pour pouvoir se liquéfier par simple circulation d'eau, exige une augmentation de pression qui résulte ici d'une application de chaleur directe.

Il semblerait même que le procédé de l'absorption dût être plus économique, puisque la chaleur obtenue au moyen du travail coûte d'autant plus cher que le cycle de la machine motrice est moins parfait.

Les considérations développées dans cet aperçu sont modifiées par deux causes essentielles : d'une part, pour maintenir dans le vase D une absorption suffisamment active, on est obligé de le refroidir en lui enlevant une quantité de chaleur q [1]; la chaleur X à fournir à la chaudière est donc, par le fait, augmentée d'autant, puisque :

$$X + Q_1 = Q_2 + q$$

ou :

$$X = Q_2 - Q_1 + q$$

La dépense d'eau de refroidissement se trouve également augmentée, ce qui constitue une gêne dans la plupart des cas.

On observe, en second lieu, qu'une certaine quantité d'eau (environ 3 %), distille en même temps que l'ammoniaque; sa liquéfaction a pour effet d'augmenter Q_2 sans changer Q_1, car l'eau, à la température du réfrigérant, conserve l'état liquide; la valeur de X peut donc augmenter notablement. L'eau joue un rôle doublement nuisible en retenant encore une certaine proportion d'ammoniaque dans le condenseur.

M. Ledoux, en évaluant l'effet de certaines proportions d'eau entraînée, a trouvé des rendements que l'expérience confirme (1.200 calories négatives par kilogramme de charbon brûlé). Le chauffage de la solution ammoniacale se fait par la vapeur d'une chaudière, ou par des vapeurs d'échappement perdues.

1. La dissolution de l'ammoniaque dans l'eau met en liberté une quantité de chaleur évaluée, par kilogramme de gaz, à .517 calories sous la pression atmosphérique normale, et à la température correspondante.

TABLE I

Température en degrés centigrades t	Température absolue T	$\frac{dp}{dt}$ (1)	Température en degrés centigrades t	Température absolue T	$\frac{dp}{dt}$ (1)
0	273	0 3289	100	373	27.189
5	278	0.4503	105	378	31.454
10	283	0.6088	110	383	36.212
15	288	0.8132	115	388	41.499
20	293	1.0738	120	393	47.348
25	298	1.4022	125	398	53.795
30	303	1.8117	130	403	60.873
35	308	2.3171	135	408	61.617
40	313	2.9347	140	413	77.060
45	318	3.6825	145	418	86.234
50	323	4.5800	150	423	96.171
55	328	5.6484	155	428	106.901
60	333	6.9100	160	433	118.455
65	338	8.3891	165	438	130.858
70	343	10.111	170	443	144.138
75	348	12.104	175	448	158.319
80	353	14.395	180	453	173.423
85	358	17.017	185	458	189.470
90	363	20.002	190	463	206.478
95	368	23.388	195	468	224.462
100	373	27.189	200	473	243.438

1. Valeurs calculées par M. Zeuner; p est exprimé en millimètres de mercure.

t.	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
0°	0,0063	0,00	0,000	606,50	575,41	0,005
1	0,0067	1,00	0,004	605,81	574,64	0,005
2	0,0072	2,00	0,007	605,11	573,86	0,005
3	0,0077	3,00	0,011	604,42	573,09	0,006
4	0,0083	4,00	0,015	603,72	572,31	0,006
5	0,0089	5,00	0,018	603,02	571,53	0,007
6	0,0095	6,00	0,022	602,33	570,75	0,007
7	0,0102	7,00	0,025	601,63	569,98	0,008
8	0,0109	8,00	0,029	600,94	569,20	0,008
9	0,0117	9,00	0,032	600,24	568,42	0,009
10	0,0125	10,00	0,036	599,55	567,64	0,009
11	0,0133	11,00	0,040	598,85	566,86	0,010
12	0,0142	12,00	0,043	598,16	566,08	0,010
13	0,0152	13,00	0,047	597,46	565,30	0,011
14	0,0162	14,01	0,050	596,77	564,52	0,012
15	0,0173	15,01	0,054	596,07	563,73	0,013
16	0,0184	16,01	0,057	595,37	562,95	0,013
17	0,0196	17,01	0,060	594,68	562,17	0,014
18	0,0209	18,01	0,064	593,98	561,39	0,015
19	0,0222	19,01	0,067	593,29	560,60	0,016
20	0,0236	20,01	0,071	592,59	559,82	0,017
21	0,0251	21,01	0,074	591,89	559,03	0,018
22	0,0267	22,01	0,078	591,20	558,25	0,019
23	0,0284	23,01	0,081	590,50	557,46	0,020
24	0,0302	24,02	0,084	589,80	556,68	0,021
25	0,0320	25,02	0,088	589,11	555,89	0,023
26	0,0340	26,02	0,091	588,41	555,10	0,024
27	0,0360	27,02	0,094	587,72	554,32	0,025
28	0,0382	28,02	0,098	587,02	553,53	0,027
29	0,0405	29,02	0,101	586,32	552,74	0,028
30	0,0429	30,03	0,104	585,62	551,95	0,030
31	0,0454	31,03	0,108	584,93	551,16	0,032
32	0,0481	32,03	0,111	584,23	550,37	0,033
33	0,0509	33,03	0,114	583,53	549,58	0,035
34	0,0538	34,04	0,118	582,84	548,79	0,037
35	0,0569	35,04	0,121	582,14	548,00	0,039
36	0,0601	36,04	0,124	581,44	547,21	0,041
37	0,0635	37,04	0,127	580,74	546,82	0,044
38	0,0670	38,05	0,131	580,05	545,63	0,046
39	0,0708	39,05	0,134	579,35	544,84	0,048
40	0,0747	40,05	0,137	578,65	544,04	0,051
41	0,0787	41,05	0,140	577,95	543,25	0,054
42	0,0830	42,06	0,143	577,25	542,46	0,056
43	0,0875	43,06	0,147	576,55	541,67	0,059
44	0,0922	44,06	0,150	575,86	540,87	0,062

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg					kg.
45°	0,0971	45,07	0,153	575,16	540,68	0,065
46	0,1022	46,07	0,156	574,46	539,28	0,069
47	0,1075	47,08	0,159	573,76	538,49	0,072
48	0,1131	48,08	0,162	573,06	537,69	0,075
49	0,1190	49,08	0,165	572,36	536,90	0,079
50	0,1251	50,09	0,169	571,66	536,10	0,083
50,5	0,1282	50,59	0,170	571,31	536,71	0,085
51	0,1314	51,09	0,172	570,96	535,31	0,087
51,5	0,1347	51,59	0,173	570,61	534,91	0,089
52	0,1381	52,10	0,175	570,26	534,51	0,091
52,5	0,1415	52,60	0,176	569,91	534,11	0,093
53	0,1450	53,10	0,178	569,56	533,72	0,095
53,5	0,1486	53,60	0,179	569,21	533,82	0,098
54	0,1522	54,11	0,181	568,86	532,92	0,100
54,5	0,1559	54,61	0,182	568,52	532,52	0,102
55	0,1597	55,11	0,184	568,17	532,12	0,105
55,5	0,1636	55,61	0,186	567,82	531,72	0,107
56	0,1676	56,12	0,187	567,47	531,33	0,109
56,5	0,1716	56,62	0,189	567,12	530,93	0,112
57	0,1757	57,12	0,190	566,76	530,53	0,114
57,5	0,1800	57,62	0,192	566,41	530,13	0,117
58	0,1842	58,13	0,193	566,06	529,73	0,120
58,5	0,1886	58,63	0,195	565,71	529,33	0,122
59	0,1931	59,13	0,196	565,36	528,93	0,125
59,5	0,1977	59,63	0,198	565,01	528,53	0,128
60	0,2023	60,14	0,199	564,66	528,14	0,131
60,5	0,2071	60,64	0,201	564,31	527,74	0,134
61	0,2119	61,14	0,202	563,96	527,34	0,136
61,5	0,2168	61,65	0,204	563,61	526,94	0,139
62	0,2219	62,15	0,205	563,26	526,54	0,143
62,5	0,2270	62,65	0,207	562,91	526,14	0,146
63	0,2322	63,15	0,208	562,56	525,74	0,149
63,5	0,2376	63,66	0,210	562,21	525,34	0,152
64	0,2430	64,16	0,211	561,86	524,94	0,155
64,5	0,2485	64,66	0,213	561,51	524,55	0,159
65	0,2542	65,17	0,214	561,16	524,15	0,162
65,5	0,2599	65,67	0,216	560,81	523,75	0,165
66	0,2658	66,17	0,217	560,46	523,35	0,169
66,5	0,2718	66,68	0,219	560,11	522,95	0,173
67	0,2779	67,18	0,220	559,76	522,55	0,176
67,5	0,2841	67,68	0,222	559,40	522,15	0,180
68	0,2904	68,19	0,223	559,05	521,75	0,184
68,5	0,2969	68,69	0,225	558,70	521,35	0,187
69	0,3034	69,19	0,226	558,35	520,95	0,191
69,5	0,3101	69,70	0,228	558,00	520,55	0,195

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
70°	0,3169	70,20	0,229	557,65	520,16	0,199
70,5	0,3239	70,71	0,230	557,30	519,76	0,203
71	0,3309	71,21	0,232	556,95	519,36	0,208
71,5	0,3381	71,71	0,233	556,60	518,96	0,212
72	0,3455	72,22	0,235	556,24	518,56	0,216
72,5	0,3529	72,72	0,236	555,89	518,16	0,221
73	0,3605	73,22	0,238	555,54	517,76	0,225
73,5	0,3682	73,73	0,239	555,19	517,36	0,230
74	0,3761	74,23	0,241	554,84	516,96	0,234
74,5	0,3841	74,74	0,242	554,49	516,56	0,239
75	0,3923	75,24	0,244	554,14	516,16	0,244
75,5	0,4006	75,74	0,245	553,78	515,77	0,248
76	0,4090	76,25	0,246	553,43	515,37	0,253
76,5	0,4176	76,75	0,248	553,08	514,97	0,258
77	0,4264	77,26	0,249	552,73	514,57	0,264
77,5	0,4353	77,76	0,251	552,38	514,17	0,269
78	0,4443	78,26	0,252	552,03	513,77	0,274
78,5	0,4536	78,77	0,254	551,67	513,37	0,279
79	0,4629	79,27	0,255	551,32	512,97	0,285
79,5	0,4725	79,78	0,257	550,97	512,58	0,290
80	0,4822	80,28	0,258	550,62	512,18	0,296
80,5	0,4921	80,79	0,259	550,27	511,78	0,301
81	0,5021	81,29	0,261	549,91	511,38	0,307
81,5	0,5123	81,80	0,262	549,56	510,98	0,313
82	0,5227	82,30	0,264	549,21	510,58	0,319
82,5	0,5332	82,81	0,265	548,86	510,19	0,325
83	0,5440	83,31	0,267	548,51	509,79	0,331
83,5	0,5549	83,81	0,268	548,15	509,39	0,338
84	0,5660	84,32	0,269	547,80	508,99	0,344
84,5	0,5773	84,82	0,271	547,45	508,59	0,350
85	0,5888	85,33	0,272	547,10	508,19	0,357
85,5	0,6004	85,83	0,274	546,74	507,80	0,364
86	0,6123	86,34	0,275	546,39	507,40	0,370
86,5	0,6243	86,84	0,276	546,04	507,00	0,377
87	0,6366	87,35	0,278	545,69	506,60	0,384
87,5	0,6490	87,85	0,279	545,33	506,21	0,391
88	0,6617	88,36	0,281	544,98	505,81	0,398
88,5	0,6746	88,87	0,282	544,63	505,41	0,406
89	0,6876	89,37	0,283	544,27	505,02	0,413
89,5	0,7009	89,88	0,285	543,92	504,62	0,420
90	0,7144	90,38	0,286	543,57	504,22	0,428
90,5	0,7281	90,89	0,288	543,22	503,82	0,436
91	0,7420	91,39	0,289	542,86	503,43	0,444
91,5	0,7562	91,90	0,290	542,51	503,03	0,452
92	0,7705	92,40	0,292	542,16	502,63	0,460

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
°	kg.					kg.
92,5	0,7851	92,91	0,293	541,80	502,24	0,463
93	0,8000	93,41	0,295	541,45	501,84	0,476
93,5	0,8150	93,92	0,296	541,10	501,45	0,485
94	0,8303	94,43	0,297	540,74	501,05	0,493
94,5	0,8459	94,93	0,299	540,39	500,66	0,502
95	0,8617	95,44	0,300	540,04	500,26	0,511
95,5	0,8777	95,94	0,301	539,68	499,86	0,520
96	0,8939	96,45	0,303	539,33	499,47	0,529
96,5	0,9105	96,93	0,304	538,98	499,07	0,538
97	0,9272	97,46	0,306	538,62	498,68	0,547
97,5	0,9443	97,97	0,307	538,27	498,28	0,557
98	0,9616	98,47	0,308	537,92	497,89	0,566
98,5	0,9791	98,98	0,310	537,56	497,50	0,576
99	0,9969	99,49	0,311	537,21	497,10	0,586
99,5	1,0150	99,99	0,312	536,85	496,71	0,596
100	1 atm. 1,0334	100,50	0,314	536,50	496,31	0,606
100,2	1,0408	100,70	0,314	536,36	496,14	0,610
100,4	1,0483	100,91	0,315	536,22	495,97	0,614
100,6	1,0558	101,11	0,315	536,08	495,80	0,618
100,8	1,0626	101,31	0,316	535,93	495,64	0,622
101	1,0709	101,51	0,316	535,79	495,49	0,626
101,2	1,0786	101,72	0,317	535,65	495,33	0,630
101,4	1,0862	101,92	0,318	535,51	495,17	0,635
101,6	1,0940	102,12	0,318	535,37	495,01	0,639
101,8	1,1017	102,32	0,319	535,22	494,85	0,643
102	1,1096	102,53	0,319	535,08	494,69	0,647
102,2	1,1174	102,73	0,320	534,94	494,53	0,652
102,4	1,1253	102,93	0,320	534,80	494,37	0,656
102,6	1,1333	103,14	0,321	534,66	494,21	0,661
102,8	1,1413	103,34	0,321	534,52	494,06	0,665
103	1,1494	103,54	0,322	534,38	493,90	0,669
103,2	1,1575	103,74	0,322	534,23	493,74	0,674
103,4	1,1656	103,95	0,323	534,09	493,58	0,678
103,6	1,1738	104,15	0,323	533,95	493,42	0,683
103,8	1,1820	104,35	0,324	533,81	493,26	0,687
104	1,1903	104,55	0,325	533,67	493,10	0,692
104,2	1,1987	104,76	0,325	533,52	492,95	0,696
104,4	1,2070	104,96	0,326	533,38	492,79	0,701
104,6	1,2155	105,16	0,326	533,24	492,63	0,705
104,8	1,2239	105,37	0,327	533,10	492,47	0,710
105	1,2325	105,57	0,327	532,96	492,31	0,715
105,2	1,2411	105,77	0,328	532,82	492,15	0,719
105,4	1,2497	105,97	0,328	532,67	491,99	0,724
105,6	1,2584	106,18	0,329	532,53	491,84	0,729
105,8	1,2671	106,38	0,329	532,39	491,68	0,734

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg					kg.
106°	1,2759	106,58	0,330	532,25	491,52	0,738
106,2	1,2847	106,79	0,330	532,11	491,36	0,743
106,4	1,2936	106,99	0,331	531,96	491,20	0,748
106,6	1,3025	107,19	0,331	531,82	491,04	0,753
106,8	1,3115	107,39	0,332	531,68	490,88	0,758
107	1,3205	107,60	0,333	531,54	490,72	0,762
107,2	1,3296	107,80	0,333	531,40	490,57	0,767
107,4	1,3387	108,00	0,334	531,26	490,41	0,772
107,6	1,3479	108,21	0,334	531,11	490,25	0,777
107,8	1,3571	108,41	0,335	530,97	490,09	0,782
108	1,3664	108,61	0,335	530,83	489,93	0,787
108,2	1,3758	108,81	0,336	530,69	489,77	0,792
108,4	1,3852	109,02	0,336	530,55	489,61	0,797
108,6	1,3946	109,22	0,337	530,40	489,45	0,803
108,8	1,4041	109,42	0,337	530,26	489,30	0,808
109	1,4136	109,63	0,338	530,12	489,14	0,813
109,2	1,4233	109,83	0,338	529,98	488,98	0,818
109,4	1,4329	110,03	0,239	529,84	488,82	0,823
109,6	1,4426	110,24	0,339	529,69	488,66	0,828
109,8	1,4524	110,44	0,340	529,55	488,50	0,834
110	1,4623	110,64	0,341	529,41	488,34	0,839
110,2	1,4721	110,84	0,341	529,27	488,19	0,844
110,4	1,4820	111,05	0,342	529,13	488,03	0,850
110,6	1,4920	111,25	0,342	528,98	487,87	0,855
110,8	1,5020	111,45	0,343	528,84	487,71	0,861
111	1,5121	111,66	0,343	528,70	487 55	0,866
111,2	1,5223	111,86	0,344	528,56	487,39	0,871
111,4	1,5325	112,06	0,344	528,41	487,23	0,877
111,6	1,5428	112,27	0,345	528,27	487,08	0,882
111,8	1,5531	112,47	0,345	528,13	486,92	0,888
112	1,5635	112,67	0,346	527,99	486,76	0,893
112,2	1,5739	112,87	0,346	527,84	486,60	0,899
112,4	1,5844	113,08	0,347	527,70	486,44	0,905
112,6	1,5949	113,28	0,347	527,56	486,28	0,910
112,8	1,6055	113,48	0,348	527,42	486,12	0,916
113	1,6162	113,69	0,348	527,28	485,97	0,922
113,2	1,6269	113,89	0,349	527,14	485,81	0,928
113,4	1,6377	114,10	0,350	526,99	485,65	0,933
113,6	1,6485	114,30	0,350	526,85	485,49	0,939
113,8	1,6594	114,50	0,351	526,71	485,33	0,945
114	1,6704	114,70	0,351	526,57	485,17	0,951
114,2	1,6814	114,91	0,352	526,42	485,01	0,957
114,4	1,6925	115,11	0,352	526,28	484,86	0,963
114,6	1,7036	115,31	0,353	526,14	484,70	0,969
114,8	1,7148	115,52	0,353	526,00	484,54	0,975

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
115°	1,7261	115,72	0,354	525,85	484,38	0,981
115,2	1,7374	115,92	0,354	525,71	484,22	0,987
115,4	1,7488	116,13	0,355	525,57	484,06	0,993
115,6	1,7602	116,33	0,355	525,43	483,90	0,999
115,8	1,7717	116,53	0,356	525,29	483,75	1,005
116	1,7823	116,74	0,356	525,14	483,59	1,011
116,2	1,7949	116,94	0,357	525,00	483,43	1,017
116,4	1,8066	117,14	0,357	524,86	483,27	1,023
116,6	1,8183	117,35	0,358	524,72	483,11	1,030
116,8	1,8301	117,55	0,358	524,57	482,96	1,036
117	1,8420	117,75	0,359	524,43	482,80	1,042
117,2	1,8539	117,96	0,359	524,29	482,64	1,049
117,4	1,8659	118,16	0,360	524,15	482,48	1,055
117,6	1,8780	118,37	0,361	524,00	482,32	1,061
117,8	1,8901	118,57	0,361	523,86	482,16	1,068
118	1,9023	118,77	0,362	523,72	482,00	1,074
118,2	1,9145	118,98	0,362	523,58	481,85	1,081
118,4	1,9269	119,18	0,363	523,43	481,69	1,087
118,6	1,9392	119,38	0,363	523,29	481,53	1,094
118,8	1,9517	119,59	0,364	523,15	481,37	1,101
119	1,9642	119,79	0,364	523,01	481,21	1,107
119,2	1,9768	119,99	0,365	522,86	481,05	1,114
119,4	1,9894	120,20	0,365	522,72	480,89	1,120
119,6	2,0021	120,40	0,366	522,58	480,74	1,127
119,8	2,0149	120,60	0,366	522,44	480,58	1,134
120	2,0278	120,81	0,367	522,29	480,42	1,141
120,2	2,0407	121,01	0,367	522,15	480,26	1,148
120,4	2,0536	121,21	0,368	522,01	480,10	1,154
120,6	2,0667	121,42	0,368	521,87	479,94	1,161
120,8	2 atm. 2,0798	121,62	0,369	521,72	479,79	1,168
121	2,0930	121,82	0,369	521,58	479,63	1,175
121,2	2,1062	122,08	0,370	521,44	479,47	1,182
121,4	2,1195	122,23	0,370	521,30	479,31	1,189
121,6	2,1329	122,44	0,371	521,15	479,15	1,196
121,8	2,1464	122,64	0,371	521,01	478,99	1,203
122	2,1599	122,84	0,372	520,87	478,84	1,210
122,2	2,1735	123,05	0,372	520,73	478,68	1,218
122,4	2,1872	123,25	0,373	520,58	478,52	1,225
122,6	2,2009	123,45	0,373	520,44	478,36	1,232
122,8	2,2147	123,66	0,374	520,30	478,20	1,239
123	2,2286	123,86	0,375	520,15	478,04	1,247
123,2	2,2425	124,06	0,375	520,01	477,89	1,254
123,4	2,2565	124,27	0,376	519,87	477,73	1,261
123,6	2,2706	124,47	0,376	519,73	477,57	1,269
123,8	2,2848	124,68	0,377	519,58	477,41	1,276

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_o^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
124°	2,2990	124,88	0,377	519,44	477,25	1,284
124,2	2,3133	125,08	0,378	519,30	477,09	1,291
124,4	2,3277	125,29	0,378	519,16	476,94	1,299
124,6	2,3421	125,49	0,379	519,01	476,78	1,306
124,8	2,3566	125,70	0,379	518,87	476,62	1,314
125	2,3712	125,90	0,380	518,73	476,46	1,321
125 2	2,3859	126,10	0,380	518,58	476,30	1,329
125,4	2,4006	126,31	0,381	518,44	476,14	1,337
125,6	2,4154	126,51	0,381	518,30	475,99	1,344
125,8	2,4303	126,70	0,382	518,16	475,83	1,352
126	2,4453	126,92	0,382	518,01	475,67	1,360
126,2	2,4603	127,12	0,383	517,87	475,51	1,368
126,4	2,4754	127,33	0,383	517,73	475,35	1,376
126,6	2,4906	127,53	0,384	517,58	475,19	1,384
126,8	2,5059	127,73	0,384	517,44	475,04	1,392
127	2,5212	127,94	0,385	517,30	474,88	1,400
127,2	2,5367	128,14	0,385	517,15	474,72	1,408
127,4	2,5522	128,35	0,386	517,01	474,56	1,416
127,6	2,5677	128,55	0,386	516,87	474,40	1,424
127,8	2,5834	128,75	0,387	516,73	474,24	1,432
128	2,5991	128,96	0,387	516,58	474,09	1,440
128,2	2,6149	129,16	0,388	516,44	473,93	1,449
128,4	2,6308	129,37	0,388	516,30	473.77	1,457
128,6	2,6467	129,57	0,389	516,15	473.61	1,465
128,8	2,6628	129,77	0,389	516,01	473,45	1,473
129	2,6789	129,98	0,390	515,87	473,29	1,482
129,2	2,6951	130,18	0,390	515,73	473,14	1,490
129,4	2,7114	130,39	0,391	515,58	472,98	1,499
129,6	2,7277	130,59	0,391	515,44	472,82	1,507
129,8	2,7441	130,79	0,392	515,30	472,66	1,516
130	2,7607	131,00	0,392	515,15	472,50	1,524
130,2	2,7773	131,20	0,393	515,01	472,34	1,533
130,4	2,7939	131,41	0,393	514,87	472,19	1,542
130,6	2,8107	131,61	0,394	514,72	472,03	1,550
130,8	2,8275	131,81	0,394	514,58	471,87	1,559
131	2,8444	132,02	0,395	514,44	471,71	1,568
131,2	2,8614	132,22	0,395	514,29	471,55	1,576
131,4	2,8785	132,43	0,396	514,15	471,40	1,585
131,6	2,8957	132,63	0,396	514,01	471,24	1,594
131,8	2,9129	132,83	0,397	513,87	471,08	1,603
132	2,9303	133,04	0,397	513,72	470,92	1,612
132,2	2,9477	133,24	0,398	513,58	470,76	1,621
132,4	2,9652	133,45	0,398	513,44	470,60	1,630
132,6	2,9828	133,65	0,399	513,29	470,44	1,639
132,8	3,0004	133,85	0,399	513,15	470,29	1,648

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg					kg.
133°	3,0182	134,06	0,400	513,01	470,13	1,657
133,2	3,0360	134,26	0,400	512,86	469,97	1,667
133,4	3,0540	134,47	0,401	512,72	469,81	1,676
133,6	3,0720	134,67	0,401	512,58	469,65	1,685
133,8	3,0901	134,88	0,402	512,43	469,49	1,695
134	3 atm. 3,1082	135,08	0,402	512,29	469,34	1,704
134,2	3,1265	135,29	0,403	512,15	469,18	1,713
134,4	3,1449	135,49	0,403	512,00	469,02	1,723
134,6	3,1633	135,69	0,404	511,86	468,86	1,732
134,8	3,1818	135,90	0,404	511,72	468,71	1,742
135	3,2005	136,10	0,405	511,57	468,55	1,751
135,2	3,2192	136,31	0,405	511,43	468,39	1,761
135,4	3,2379	136,51	0,406	511,29	468,23	1,771
135,6	3,2568	136,72	0,406	511,14	468,07	1,780
135,8	3,2758	136,92	0,407	511,00	467,91	1,790
136	3,2949	137,12	0,407	510,85	467,76	1,800
136,2	3,3140	137,33	0,407	510,71	467,60	1,810
136,4	3,3332	137,53	0,408	510,57	467,44	1,819
136,6	3,3526	137,74	0,409	510,43	467,28	1,829
136,8	3,3720	137,94	0,409	510,28	467,12	1,839
137	3,3915	138,15	0,410	510,14	466,96	1,849
137,2	3,4111	138,35	0,410	510,00	466,81	1,859
137,4	3,4308	138,56	0,411	509,85	466,65	1,869
137,6	3,4506	138,76	0,411	509,71	466,49	1,880
137,8	3,4705	138,97	0,412	509,56	466,33	1,890
138	3,4904	139,17	0,412	509,42	466,17	1,900
138,2	3,5105	139,37	0,413	509,28	466,02	1,910
138,4	3,5306	139,58	0,413	509,13	465,86	1,920
138,6	3,5509	139,78	0,414	508,99	465,70	1,931
138,8	3,5712	139,99	0,414	508,85	465,54	1,941
139	3,5917	140,19	0,415	508,70	465,38	1,952
139,2	3,6122	140,40	0,415	508,56	465,22	1,962
139,4	3,6328	140,60	0,416	508,42	465,07	1,973
139,6	3,6535	140,81	0,416	508,27	464,91	1,983
139,8	3,6743	141,01	0,417	508,13	464,75	1,994
140	3,6953	141,21	0,417	507,99	464,59	2,004
140,2	3,7163	141,41	0,418	507,84	464,43	2,015
140,4	3,7374	141,62	0,418	507,70	464,28	2,026
140,6	3,7586	141,83	0,419	507,55	464,12	2,037
140,8	3,7798	142,03	0,419	507,41	463,96	2,048
141	3,8012	142,24	0,420	507,27	463,80	2,058
141,2	3,8227	142,44	0,420	507,12	463,64	2,069
141,4	3,8443	142,65	0,421	506,98	463,49	2,080
141,6	3,8660	142,85	0,421	506,84	463,33	2,091
141,8	3,8878	143,06	0,422	506,69	463,17	2,102

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
142°	3,9097	143,26	0,422	506,55	463,01	2,113
142,2	3,9316	143,47	0,423	506,40	462,85	2,125
142,4	3,9537	143,67	0,423	506,26	462,69	2,136
142,6	3,9759	143,88	0,424	506,12	462,54	2,147
142,8	3,9982	144,08	0,424	505,97	462,38	2,158
143	4,0205	144,29	0,425	505,83	462,22	2,170
143,2	4,0430	144,49	0,425	505,69	462,06	2,181
143,4	4,0656	144,70	0,426	505,54	461,90	2,192
143,6	4,0883	144,90	0,426	505,40	461,75	2,204
143,8	4,1111	145,11	0,427	505,25	461,59	2,216
144	4 atm. 4,1340	145,31	0,427	505,11	461,43	2,227
144,2	4,1569	145,52	0,428	504,97	461,27	2,239
144,4	4,1800	145,72	0,428	504,82	461,11	2,250
144,6	4,2032	145,93	0,429	504,68	460,96	2,262
144,8	4,2265	146,13	0,429	504,53	460,80	2,274
145	4,2499	146,34	0,430	504,39	460,64	2,286
145,2	4,2734	146,54	0,430	504,25	460,48	2,298
145,4	4,2970	146,75	0,431	504,10	460,32	2,310
145,6	4,3207	146,95	0,431	503,96	460,16	2,322
145,8	4,3446	147,16	0,432	503,81	460,01	2,334
146	4,3685	147,36	0,432	503,67	459,85	2,346
146,2	4,3925	147,57	0,433	503,53	459,69	2,358
146,4	4,4166	147,77	0,433	503,38	459,53	2,370
146,6	4,4409	147,98	0,434	503,24	459,37	2,382
146,8	4,4652	148,18	0,434	503,09	459,22	2,394
147	4,4897	148,39	0,435	502,95	459,06	2,407
147,2	4,5142	148,59	0,435	502,81	458,90	2,419
147,4	4,5389	148,79	0,436	502,66	458,74	2,431
147,6	4,5637	149,00	0,436	502,52	458,58	2,444
147,8	4,5886	149,20	0,437	502,37	458,43	2,456
148	4,6136	149,41	0,437	502,23	458,27	2,469
148,2	4,6387	149,62	0,438	502,09	458,11	2,482
148,4	4,6639	149,82	0,438	501,94	457,95	2,494
148,6	4,6892	150,03	0,439	501,80	457,79	2,507
148,8	4,7146	150,23	0,439	501,65	457,63	2,520
149	4,7402	150,44	0,440	501,51	457,48	2,533
149,2	4,7658	150,64	0,440	501,36	457,32	2,545
149,4	4,7916	150,85	0,441	501,22	457,16	2,558
149,6	4,8175	151,05	0,441	501,08	457,00	2,571
149,8	4,8434	151,26	0,441	500,93	456,84	2,584
150	4,8695	151,46	0,442	500,79	456,69	2,597
150,2	4,8957	151,67	0,442	500,64	456,53	2,611
150,4	4,9221	151,87	0,443	500,50	456,37	2,624
150,6	4,9485	152,08	0,443	500,36	456,21	2,637
150,8	4,9750	152,28	0,444	500,21	456,05	2,650

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
151°	5,0017	152,49	0,444	500,07	455,90	2,664
151,2	5,0285	152,69	0,445	499,92	455,74	2,677
151,4	5,0554	152,90	0,445	499,78	455,58	2,690
151,6	5,0824	153,11	0,446	499,63	455,42	2,704
151,8	5,1095	153,31	0,446	499,49	455,26	2,717
152	5,1367	153,52	0,447	499,34	455,11	2,731
152 2	5,1641	153,72	0,447	499,20	454,95	2,745
152,4	5 atm. 5,1916	153,93	0,448	499,06	454,79	2,758
152,6	5,2191	154,13	0,448	498,91	454,63	2,772
152,8	5,2469	154,34	0,449	498,77	454,47	2,786
153	5,2747	154,54	0,449	498,62	454,32	2,800
153,2	5,3026	154,75	0,450	498,48	454,16	2,814
153,4	5,3307	154,95	0,450	498,33	454,00	2,828
153,6	5,3588	155,16	0,451	498,19	453,84	2,842
153,8	5,3871	155,37	0,451	498,04	453,68	2,856
154	5,4155	155,57	0,452	497,90	453,52	2,870
154,2	5,4441	155,78	0,452	497,76	453,37	2,884
154,4	5,4727	155,98	0,453	497,61	453,21	2,898
154,6	5,5015	156,19	0,453	497,47	453,05	2,913
154,8	5,5304	156,39	0,454	497,32	452,89	2,927
155	5,5594	156,60	0,454	497,18	452,73	2,942
155,2	5,5885	156,80	0,455	497,03	452,58	2,956
155,4	5,6178	157,01	0,455	496,89	452,42	2,971
155,6	5,6471	157,21	0,455	496,74	452,26	2,985
155,8	5,6766	157,42	0,456	496,60	452,10	3,000
156	5,7063	157,63	0,456	496,45	451,94	3,015
156,2	5,7360	157,83	0,457	496,31	451,79	3,029
156,4	5,7659	158,04	0,457	496,17	451,63	3,044
156,6	5,7959	158,24	0,458	496,02	451,47	3,059
156,8	5,826	158,45	0,458	495,88	451,31	3,074
157	5,8562	158,65	0,459	495,73	451,15	3,089
157,2	5,8866	158,86	0,459	495,59	451,00	3,104
157,4	5,9171	159,07	0,460	495,44	450,84	3,119
157,6	5,9477	159 27	0,460	495,30	450,68	3,134
157,8	5,9784	159,48	0,461	495,15	450,52	3,149
158	6,0093	159,68	0,461	495,01	450,36	3,165
158,2	6,0403	159,89	0,462	494,86	450,21	3,180
158,4	6,0714	160,09	0,462	494,72	450,05	3,195
158,6	6,1027	160,30	0,463	494,57	449,89	3,211
158,8	6,1340	160,51	0,463	494,43	449,73	3,226
159	6,1655	160,71	0,464	494,28	449,57	3,242
159,2	6,1972	160,92	0,464	494,14	449,42	3,257
159,4	6 atm. 6,2289	161,12	0,465	493,99	449,26	3,273
159,6	6,2608	161,33	0,465	493,85	449,10	3,289
159,8	6,2928	161,54	0,466	493,70	448,94	3,305

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
160	6,3250	161,74	0,466	493,56	448,78	3,320
160,2	6,3573	161,95	0,466	493,41	448,62	3,336
160,4	6,3897	162,15	0,467	493,27	448,47	3,352
160,6	6,4222	162,36	0,467	493,12	448,31	3,368
160,8	6,4549	162,56	0,468	492,98	448,15	3,384
161	6,4877	162,77	0,468	492,84	447,99	3,401
161,2	6,5206	162,98	0,469	492,69	447,83	3,417
161,4	6,5537	163,18	0,469	492,55	447,68	3,433
161,6	6,5869	163,39	0,470	492,40	447,52	3,449
161,8	6,6202	163,59	0,470	492,26	447,36	3,466
162	6,6537	163,80	0,471	492,11	447,20	3,482
162,2	6,6873	164,01	0,471	491,97	447,04	3,499
162,4	6,7210	164,21	0,472	491,82	446,89	3,515
162,6	6,7549	164,42	0,472	491,68	446,73	3,532
162,8	6,7889	164,63	0,473	491,53	446,57	3,549
163	6,8230	164,83	0,473	491,38	446,41	3,565
163,2	6,8573	165,04	0,474	491,24	446,25	3,582
163,4	6,8917	165,24	0,474	491,09	446,10	3,599
163,6	6,9263	165,45	0,475	490,95	445,94	3,616
163,8	6,9610	165,66	0,475	490,80	445,78	3,633
164	6,9958	165,86	0,475	490,66	445,62	3,650
164,2	7,0308	166,07	0,476	490,51	445,46	3,667
164,4	7,0659	166,27	0,476	490,37	445,31	3,684
164,6	7,1011	166,48	0,477	490,22	445,15	3,702
164,8	7,1365	166,69	0,477	490,08	444,99	3,719
165	7,1720	166,89	0,478	489,93	444,83	3,736
165,2	7,2076	167,10	0,478	489,79	444,67	3,754
165,4	7 atm. 7,2434	167,31	0,479	489,64	444,52	3,771
165,6	7,2794	167,51	0,479	489,50	444,36	3,789
165,8	7,3155	167,72	0,480	489,35	444,20	3,807
166	7,3517	167,92	0,480	489,21	444,04	3,824
166,2	7,3880	168,13	0,481	489,06	443,88	3,842
166,4	7,4245	168,34	0,481	488,92	443,73	3,860
166,6	7,4612	168,54	0,482	488,77	443,57	3,878
166,8	7,4980	168,75	0,482	488,63	443,41	3,896
167	7,5349	168,96	0,483	488,48	443,25	3,914
167,2	7,5720	169,16	0,483	488,34	443,09	3,932
167,4	7,6092	169,37	0,483	488,19	442,93	3,950
167,6	7,6466	169,57	0,484	488,04	442,78	3,968
167,8	7,6841	169,78	0,484	487,90	442,62	3,986
168	7,7217	169,99	0,485	487,75	442,46	4,005
168,2	7,7595	170,19	0,485	487,61	442,30	4,023
168,4	7,7975	170,40	0,486	487,46	442,14	4,042
168,6	7,8355	170,61	0,486	487,32	441,99	4,060
168,8	7,8738	170,81	0,487	487,17	441,83	4,079

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
169°	7,9122	171,02	0,487	487,03	441,67	4,097
169,2	7,9507	171,23	0,488	486,88	441,51	4,116
169,4	7,9894	171,43	0,488	486,74	441,35	4,135
169,6	8,0282	171,64	0,489	486,59	441,20	4,154
169,8	8,0672	171,85	0,489	486,44	441,04	4,173
170	8,1063	172,05	0,490	486,30	440,88	4,192
170,2	8,1456	172,26	0,490	486,15	440,72	4,211
170,4	8,1850	172,47	0,490	486,01	440,56	4,230
170,6	8,2246	172,67	0,491	485,86	440,41	4,249
170,8	8,2643	172,88	0,491	485,72	440,25	4,268
171	8 atm. 8,3042	173,08	0,492	485,57	440,09	4,288
171,2	8,3442	173,29	0,492	485,42	439,93	4,307
171,4	8,3844	173,50	0,493	485,28	439,77	4,327
171,6	8,4247	173,70	0,493	485,13	439,61	4,346
171,8	8,4652	173,91	0,494	484,99	439,46	4,366
172	8,5058	174,12	0,494	484,84	439,30	4,385
172,2	8,5466	174,32	0,495	484,70	439,14	4,405
172,4	8,5875	174,53	0,495	484,55	438,98	4,425
172,6	8,6286	174,74	0,496	484,40	438,82	4,445
172,8	8,6699	174,94	0,496	484,26	438,67	4,465
173	8,7113	175,15	0,497	484,11	438,51	4,485
173,2	8,7528	175,36	0,497	483,97	438,35	4,505
173,4	8,7946	175,56	0,497	483,82	438,19	4,525
173,6	8,8364	175,77	0,498	483,68	438,03	4,545
173,8	8,8785	175,98	0,498	483,53	437,88	4,566
174	8,9206	176,19	0,499	483,38	437,72	4,586
174,2	8,9630	176,39	0,499	483,24	437,56	4,606
174,4	9,0055	176,60	0,500	483,09	437,40	4,627
174,6	9,0481	176,81	0,500	482,95	437,24	4,648
174,8	9,0910	177,01	0,501	482,80	437,09	4,668
175	9,1339	177,22	0,501	482,65	436,93	4,689
175,2	9,1771	177,43	0,502	482,51	436,77	4,710
175,4	9,2204	177,63	0,502	482,36	436,61	4,731
175,6	9,2638	177,84	0,503	482,22	436,45	4,751
175,8	9 atm. 9,3074	178,05	0,503	482,07	436,29	4,772
176	9,3512	178,25	0,503	481,92	436,14	4,794
176,2	9,3951	178,46	0,504	481,78	436,98	4,815
176,4	9,4392	178,67	0,504	481,63	435,82	4,836
176,6	9,4835	178,88	0,505	481,49	435,66	4,857
176,8	9,5279	179,08	0,505	481,34	435,50	4,879
177	9,5725	179,29	0,506	481,19	435,35	4,900
177,2	9,6173	179,50	0,506	481,05	435,19	4,922
177,4	9,6622	179,70	0,507	480,90	435,03	4,943
177,6	9,7072	179,91	0,507	480,76	434,87	4,965
177,8	9,7525	180,12	0,508	480,61	434,71	4,986

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
178°	9,7978	180,33	0,508	480,46	434,56	5,008
178,2	9,8435	180,53	0,509	480,32	434,40	5,030
178,4	9,8892	180,74	0,509	480,17	434,24	5,052
178,6	9,9351	180,95	0,509	480,03	434,08	5,074
178,8	9,9812	181,15	0,510	479,88	433,92	5,096
179	10,0274	181,36	0,510	479,73	433,77	5,118
179,2	10,0738	181,57	0,511	479,59	433,61	5,141
179,4	10,1204	181,78	0,511	479,44	433,45	5,163
179,6	10,1671	181,98	0,512	479,29	433,29	5,185
179,8	10,2140	182,19	0,512	479,15	433,13	5,208
180	10,2611	182,40	0,513	479,00	432,97	5,230
180,2	10,3084	182,60	0,513	478,86	432,82	5,253
180,4	10 atm. 10,3558	182,81	0,514	478,71	432,66	5,276
180,6	10,4034	183,02	0,514	478,56	432,50	5,299
180,8	10,4511	183,23	0,514	478,42	432,34	5,321
181	10,4990	183,43	0,515	478,27	432,18	5,344
181,2	10,5471	183,64	0,515	478,13	432,03	5,367
181,4	10,5954	183,85	0,516	477,98	431,87	5,390
181,6	10,6439	184,06	0,516	477,83	431,71	5,413
181,8	10,6925	184,26	0,517	477,68	431,55	5,437
182	10,7413	184,47	0,517	477,54	431,39	5,460
182,2	10,7902	184,68	0,518	477,39	431,24	5,483
182,4	10,8394	184,89	0,518	477,25	431,08	5,507
182,6	10,8887	185,09	0,519	477,10	430,92	5,530
182,8	10,9382	185,30	0,519	476,95	430,76	5,554
183	10,9878	185,51	0,519	476,81	430,60	5,577
183,2	11,0377	185,72	0,520	476,66	430,44	5,601
183,4	11,0877	185,92	0,520	476,51	430,29	5,625
183,6	11,1379	186,13	0,521	476,37	430,13	5,649
183,8	11,1882	186,34	0,521	476,22	429,97	5,673
184	11,2388	186,55	0,522	476,07	429,81	5,697
184,2	11,2894	186,75	0,522	475,93	429,65	5,721
184,4	11,3404	186,96	0,523	475,78	429,50	5,745
184,6	11 atm. 11,3915	187,17	0,523	475,63	429,34	5,770
184,8	11,4427	187,38	0,524	475,49	429,18	5,794
185	11,4942	187,58	0,524	475,34	429,02	5,818
185,2	11,5458	187,79	0,524	475,19	428,86	5,843
185,4	11,5976	188,00	0,525	475,05	428,70	5,868
185,6	11,6495	188,21	0,525	474,90	428,55	5,892
185,8	11,7017	188,41	0,526	474,75	428,39	5,917
186	11,7540	188,62	0,526	474,61	428,23	5,942
186,2	11,8066	188,83	0,527	474,46	428,07	5,967
186,4	11,8593	189,04	0,527	474,31	427,91	5,992
186,6	11,9122	189,25	0,528	474,17	427,76	6,017
186,8	11,9652	189,45	0,528	474,02	427,60	6,042

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
187°	12,0185	189,66	0,529	473,87	427,44	6,067
187,2	12,0719	189,87	0,529	473,73	427,28	6,093
187,4	12,1255	190,08	0,529	473,58	427,12	6,118
187,6	12,1793	190,28	0,530	473,43	426,96	6,144
187,8	12,2333	190,49	0,530	473,29	426,81	6,169
188	12,2875	190,70	0,531	473,14	426,65	6,195
188,2	12,3419	190,91	0,531	472,99	426,49	6,221
188,4	12,3964	191,12	0,532	472,85	426,33	6,246
188,6	12 atm. 12,4512	191,32	0,532	472,70	426,17	6,272
188,8	12,5061	191,53	0,533	472,55	426,02	6,298
189	12,5612	191,74	0,533	472,40	425,86	6,324
189,2	12,6165	191,95	0,534	472,26	425,70	6,350
189,4	12,6720	192,16	0,534	472,11	425,54	6,377
189,6	12,7277	192,36	0,534	471,96	425,38	6,403
189,8	12,7835	192,57	0,535	471,82	425,22	6,429
190	12,8396	192,78	0,535	471,67	425,07	6,456
190,2	12,8958	192,99	0,536	471,52	424,91	6,482
190,4	12,9523	193,20	0,536	471,38	424,75	6,509
190,6	13,0089	193,40	0,537	471,23	424,59	6,536
190,8	13,0657	193,61	0,537	471,08	424,43	6,562
191	13,1227	193,82	0,538	470,93	424,27	6,589
191,2	13,1799	194,02	0,538	470,79	424,12	6,616
191,4	13,2373	194,24	0,538	470,64	423,96	6,643
191,6	13,2949	194,44	0,539	470,49	423,80	6,670
191,8	13,3527	194,65	0,539	470,35	423,64	6,698
192	13,4107	194,86	0,540	470,20	423,48	6,725
192,2	13 atm. 13,4688	195,07	0,540	470,05	423,33	6,752
192,4	13,5272	195,28	0,541	469,90	423,17	6,780
192,6	13,5858	195,48	0,541	469,76	423,01	6,807
192,8	13,6445	195,69	0,542	469,61	422,85	6,835
193	13,7035	195,90	0,542	469,46	422,69	6,863
193,2	13,7626	196,11	0,542	469,32	422,53	6,891
193,4	13,8220	196,32	0,543	469,17	422,38	6,918
193,6	13,8815	196,53	0,543	469,02	422,22	6,946
193,8	13,9413	196,73	0,544	468,87	422,06	6,975
194	14,0012	196,94	0,544	468,73	421,90	7,003
194,2	14,0614	197,15	0,545	468,58	421,74	7,031
194,4	14,1217	197,36	0,545	468,43	421,58	7,059
194,6	14,1822	197,57	0,546	468,28	421,43	7,088
194,8	14,2430	197,78	0,546	468,14	421,27	7,116
195	14,3039	197,98	0,546	467,99	421,11	7,145
195,2	14,3651	198,19	0,547	467,84	420,95	7,173
195,4	14,4264	198,40	0,547	467,69	420,79	7,202
195,6	14 atm. 14,4880	198,61	0,548	467,55	420,63	7,231
195,8	14,5497	198,82	0,548	467,40	420,48	7,260

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ (1)
	kg.					kg.
196°	14,6117	199,03	0,549	467,25	420,32	7,289
196,2	14,6738	199,24	0,549	467,10	420,16	7,318
196,4	14,7362	199,44	0,550	466,96	420,00	7,347
196,6	14,7987	199,65	0,550	466,81	419,84	7,377
196,8	14,8615	199,86	0,550	466,66	419,69	7,406
197	14,9245	200,07	0,551	466,51	419,53	7,435
197,2	14,9876	200,28	0,551	466,37	419,37	7,465
197,4	15,0510	200,49	0,552	466,22	419,21	7,494
197,6	15,1146	200,70	0,552	466,07	419,05	7,524
197,8	15,1784	200,90	0,553	465,92	418,89	7,554
198	15,2424	201,11	0,553	465,78	418,74	7,584
198,2	15,3066	201,32	0,554	465,63	418,58	7,614
198,4	15,3710	201,53	0,554	465,48	418,42	7,644
198,6	15,4357	201,74	0,554	465,33	418,26	7,674
198,8	15 at n. 15,5005	201,95	0,555	465,19	418,10	7,704
199	15,5655	202,16	0,555	465,04	417,94	7,735
199,2	15,6308	202,36	0,556	464,89	417,78	7,765
199,4	15,6963	202,57	0,556	464,74	417,63	7,796
199,6	15,7619	202,78	0,557	464,60	417,47	7,826
199,8	15,8278	202,99	0,557	464,45	417,31	7,857
200	15,8939	203,20	0,558	464,30	417,15	7,888

(1) **Dans ces tables, γ représente en kg. le poids de 1 mc. de vapeur.**

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE PREMIER

Thermodynamique générale

§ I

Loi caractéristique existant pour chaque corps.

§ II

Premier principe, ou principe de Mayer.

§ III

Étude des gaz permanents.

§ IV

Principe de Carnot.

§ V

Diagramme de l'entropie et de la température. Cycles de rendement maximum.

§ VI

Transformations non réversibles.

§ VII

Vapeurs saturées

§ VIII

Vapeurs surchauffées

CHAPITRE II

Écoulement des fluides.

§ I

Écoulement des gaz permanents

§ II

Ecoulement des vapeurs.

§ III

Appareils à jet.

CHAPITRE III

Machines à air chaud.

§ I

Machines à cycle fermé.

§ II

Machines à cycle ouvert.

CHAPITRE IV

Machines à gaz ou à mélanges détonants.

§ I

Combustion et explosion.

§ II

Cycles théoriques des machines à gaz.

§ III

Étude organique des moteurs à gaz.

§ IV

Modes d'allumage et de réglage.

§ V.

Moteurs alimentés aux gaz pauvres et moteurs à pétrole.

CHAPITRE V

Machines à vapeur.

§ I

Cycles des machines à vapeur d'eau.

§ II

Étranglements et autres pertes analogues.

§ III

Condensation.

§ IV

Machines à cycles spéciaux.

§ V

Action des parois.

§ VI

Mouvement de la chaleur dans la paroi.

§ VII

Utilisation de la chaleur produite dans le foyer.

CHAPITRE VI

Machines pour la production industrielle du froid.

§ I

Machines à air.

§ II

Machines à vapeur liquéfiable.

TABLES DES PROPRIÉTÉS DE LA VAPEUR D'EAU



